金岳霖著

逻辑

生活·读书·新知三联书店

逻　　辑

金岳霖著

生活·读书·新知三联书店

逻　　辑

金岳霖著

生活·读书·新知三联书店出版
新　华　书　店　发　行
北京新华印刷厂印刷

850×1168毫米32开本　11印张　263,000字
1961年5月第1版　1978年12月北京第3次印刷
印数2,001—32,000

书号 2002·141　定价 1.05 元

重 印 说 明

本书原由商务印书馆出版于 1937 年。1961 年编入《逻辑丛刊》出版，以作者 1959 年发表于《哲学研究》的《对旧著〈逻辑〉一书的自我批判》一文作为代序。现按 1961 年版重印。

对旧著“邏輯”一书的自我批判

我在解放前曾經写过“邏輯”一书，被列为当时的大学丛书。这本书从头到尾，貫徹着資产阶級的邏輯思想，流傳所及，发生过极为有害的影响，我感到有进行彻底自我批判的必要。

关于形式邏輯有两种根本对立的看法。一种是把它看作在辯証唯物主义、历史唯物主义指导之下，因此也是在辯証邏輯指导之下，在具体的思維认識过程中帮助我們得到更正确的思維和认識的工具之一的科学。这是正确的看法。这是把它固有的地位，把它在各种关系与关联中的本来面目如实地反映出来了的看法。这个看法正确地肯定了形式邏輯在具体的思維认識过程中所起的帮助作用。在二十世紀，和这个看法对立的是資产阶級邏輯学家的看法。他們否认了这个具体的帮助作用。他們当中有的是反邏輯的，这些人直接地否认了形式邏輯。席勒就是最好的例，在不同的程度上杜威也是。另外一些人是研究形式邏輯的，但是，他們把它絕对化、无对化、形而上学化，使它和具体的思維和认識脫节，从而使它差不多不能够起它固有的作用，罗素是这些人当中突出的代表。这些人在表面上重視形式邏輯，而在实际上他們要取消它的具体作用。

为什么这些人要取消形式邏輯的具体作用呢？就目的說，席勒、杜威、罗素幷无二致。百多年来，在英美搞形式邏輯的大都是搞哲学的。他們搞形式邏輯是为他們的唯心主义哲学提供“理論”工具。他們用唯心主义的世界观和认識論来搞形式邏輯，然后又

用唯心主义化了的、形而上学化的形式邏輯来推行他們的唯心主义的哲学。席勒和杜威的形式邏輯就是实用主义的形式邏輯，罗素的形式邏輯在早期是柏拉図式的客观唯心論的形式邏輯。这样的形式邏輯对我的影响特别大。我个人从前搞形式邏輯也是为我的唯心主义的世界观和认識論服务的。科学的形式邏輯是不能够达到这个目的的，我非把形式邏輯唯心主义化、形而上学化不可。我从前的唯心主义哲学底反动本质，要在别的文章里揭露和批判，在本文我只提到一下。这是一个方面。另一个方面，資产阶級知識分子是把他們所研究的科学当作他們的专利品看待的。他們是要把他們的专利品神秘化和专业化的。这样一来，科学就成为仅仅是科学家的科学了。資产阶級的邏輯学家更是这样，他們有深一层的要求。形式邏輯是广大的劳动人民日常运用的思想武器。要把这个武器轉化为資产阶級邏輯学家的专利品，他們首先就要进行歪曲的工作。歪曲的方法之一就是把形式邏輯的形式成分夸大，使形式邏輯絕对化、无对化、形而上学化、唯心主义化，从而在具体的思維和认識过程中少起作用，或者甚至于不起作用。解放前我就是这样搞形式邏輯的。这个搞法就是資产阶級的搞法。要批判关于形式邏輯的資产阶級学术思想，我們就要彻底地揭露和批判这个搞法。

具体地分析具体的問題是馬克思列宁主义的灵魂，这当然也是辯証唯物主义、历史唯物主义的灵魂。馬克思列宁主义的哲学和各种各样的唯心主义、形而上学的哲学是完全对立的。在这对立哲学的斗爭中，具体地分析具体的問題是非常重要的武器。这个武器在任何工作中都是非常重要的。在科学研究中当然也是。可是，这个武器是和一切以时間、地点、条件为轉移这样一个原理原則分不开的。否认这个原則，或者不执行这个原則，也就是否认或不执行具体地分析具体的問題。形式邏輯是可以抽象地研究

的，并且是必須抽象地研究的。科学的抽象是避免不了而又不必避免的，它是好事，它能更正确地反映現实。科学的抽象是从实踐中来而又回到实踐中去的。形式邏輯的抽象公式是从具体的思維认識过程中总結出来而又回到那个具体的过程中去，帮助我們的思維认識使它們能够更正确地反映現实的。形式邏輯中的抽象公式是在具体分析中起有利作用的，它是因时間、地点和别的条件底不同而有不同的內容的。在这里抽象的公式是相对于一定的时間、一定的地点、一定的条件的。具体的例証，在这里我們暂不提出。脫离任何时間、任何地点和任何条件的抽象公式是悬空的抽象公式。这样的抽象是无对的抽象，是脫离了实际的、非科学的抽象。这就是形而上学的抽象。形式邏輯的抽象公式本来是在具体的思維认識过程中，配合具体的思維认識內容来帮助我們更正确地认識客观事物的。但是上述的形而上学的抽象把这种抽象公式夸大了，使它脫离了任何时間、任何地点、任何具体的条件了，使它无所对了。在有对的情况下，抽象的公式是因条件不同而有不同的具体內容的；在无对的情况下，抽象的公式就无所謂因条件的变化而起內容上的变化这样一种情况了。形而上学的抽象使这种抽象公式成为"純粹抽象公式"了。这就是說它已經成为死的公式了。它虽然是从思維实踐中来，然而它已經成为不能回到实踐中去的了。无所对的抽象公式也是任何具体的分析所不能利用的。显然，这样的抽象公式是不能够有具体的內容的。在任何不同的具体条件下，它都是一样的。这也就是說，在任何具体的分析中，它是不起或者不能够起具体的指导作用的。这也就是說，让形式邏輯的抽象公式脫离了任何时間、地点和其他的条件就是剝夺形式邏輯在具体的思維认識过程中所起的科学作用。"邏輯"一书的指导思想就是把形式邏輯形而上学化，使它脫离具体的时間、地点和别的条件，使它在具体的思維认識过程中不起或者少起它所固

有的帮助作用，使它不帮助或者少帮助我們的思維认識更正确地反映客观事物。

这个指导思想是貫彻到“邏輯”这本书的各部分的。下面我們从以下几方面进行批判。

一、关于思維規律方面的批判

在形式邏輯思維規律当中，解放前我只承认前三个規律。我当时认为充足理由律是另外一件事。这个看法本来就是不正确的。原来的理由就是我那时还不能够把它无对化、形而上学化。为了批判的方便起見，我們可以把同一律表示为：如果一个命題是眞的，它就是眞的；把矛盾律或不矛盾律表示为：一个命題不能既是眞的又不是眞的；把排中律表示为：一个命題或者是眞的或者不是眞的。这三个表示中有“如果——則”，有“既——又”，有“或者”。在某种定义下，“如果——則”、“既——又”可以轉化为“或者”。果然如此，前两个思維規律都可以表示为和排中律同样形式的同語返复式的“邏輯命題”。强調这个轉化是錯誤的，因为，我們可能利用这个轉化来抹煞作为推論方式这三个規律底不同的特点。可是，在现在的批判中，我們还是要利用这个轉化。下面我們利用排中律的形式来揭露我在解放前是如何使抽象的公式无对化的。为行文方便起見，我們要利用甲、乙来表示不同的命題。这样排中律就可以写成甲或者不甲，乙或者不乙。

假如我們在北京西郊公园。我在一棵树前面停下，說：“我沒有看見过这样富于画意的槐树”。我的朋友說：“这不是槐树”。事实逃不了它是槐树或者不是。可是，这里的“不是”所包括的可能大致說来是：它是楊、是柳、是榆树……等等好些可能。根据我的有限的知識，这里的“不是”不包括木棉，不包括茶花，也不包括榕树……等等。如果我的朋友是一个植物学家，包括的可能就更

少了。我們走到池子旁边，他指着一个浮在水面上的灰色的东西，說："哪里来的这样大的鴨子！"我說："那不是鴨子"。事实也逃不了"那是鴨子或者不是"。在这里根据当前的現实和已有的知識，"或者不是"包括"是鵝，是普通的花鵝，是獅头鵝……等等"的可能。假如我們用甲来表示"那是槐树"，用乙来表示"这是鴨子"，以上有排中律的运用，前者是"甲或者不甲"，后者是"乙或者不乙"。

以上两种不同的情况都引用了排中律。它們确实有共同的形式，或者說它們有一个抽象的公式。但是这个抽象的公式在不同的具体情况下，是有不同的具体內容的。具体的条件划出一个范圍：在甲，这个范圍是树，在乙，它是水禽。把"是"除外，"不是"所包括的可能是由这些范圍內的事实决定的，也是我們对于这些事实的知識的丰富或貧乏而有数目上和种类上的分别的。抽象的公式是共同的，但是具体的內容并不相等。抽象的公式之所以在具体的思維认識过程中起良好的作用，就是因为我們接受了具体的条件。甲实在是代表了一套时間、地点、条件的。乙也是。"是或不是"是不限于甲或乙这样的具体的条件的，但是，它也是不能脫离甲或乙这样的具体的条件的。前者表示有抽象公式的必要，不然用于甲的不能用于乙。后者表示抽象是不能脫离具体的，一般是不能脫离个别的。

我們現在看看脫离了具体条件的"是或者不是"会成为什么东西，它会成为："是槐树……，或者是鴨子……等等以至于无穷；不然的話，是楊或者是柳，或者是榆，或者是木棉，或者是茶花，或者是榕树……等等，或者是鵝或者是普通的花鵝或者是獅头鵝……等等，……等等……等等，以至于无穷。""不然的話"几个字以前和以后所列举的不重复，我从前所了解的，所主張的"是或不是"是这样的东西。这就是說，"是或者不是"包括整个的宇宙。它实在就是"論道"一书中所說的"式"。解放前在讲堂上我常常閉着眼睛，手

向前一指，随便說一声："它或者是桌子或者不是"，然后睁开眼睛一看，說："一点也不錯，它不是桌子，方才說的那句話底后一半是眞的。因此，'它或者是桌子或者不是'这一句是眞的。"閉上眼睛就是表示我不管具体条件的意思。我既然揭露了那时候在讲堂上的言行，也应該揭露那一言行背后的思想情緒。当我这样說、这样做的时候，我是很得意的，我好像是佛菩薩伸着手面对着孙猴子似的，我好像是代表形式邏輯面对着客观事实說：看你怎么样，你总逃不出我的公式。事实好像是沒有逃出这个公式似的。我給人的印象是我指着一个什么而且肯定了它是桌子似的。其实根本沒有那回事。我用不着談桌子，我可以胡思乱想随便說什么都行。显然，我可以不說桌子，而說南瓜、菠菜。其所以如此者，因为我所引用的抽象公式脫离了具体条件便沒有具体的內容了。无論你說是什么，那个公式是不因为你說的东西有所改变而改变的，它仍然是本段开始时所說的那个抽象公式。我不只是进行了概念游戏，而且进行了有毒的宣傳。

我实在是进行欺騙，实在是歪曲"不"这个概念。在具体的时間、地点、条件下，客观的情况决定了一个范圍，而"不"是受那个范圍的限制的。我让"不"冲破那个范圍，使它成为直貫古今、横切宇宙、无边无际的"不"。这样一来，我就可以在"假命題"的名义下，偸运廢話和其它沒有意义的句子。我实在是利用閉眼、睁眼这样的举动来进行歪曲概念的欺騙。在閉着眼睛的时候，我手所指的或者是教室的墙，或者教室的窗，或者教室的門。有的时候还指着在窗外旁听的青年。我現在就以最后的情况为例。我閉着眼睛指着一个人，肯定"它或者是桌子或者不是"。这好像沒有什么可批評的，因为听众一想就会想到我看不見他，因此也就会原諒我。我要的就是这个原諒。等到我睁开眼睛一看，好像是才发現他原来是人似的，于是断定"他不是桌子""所以""他或者是桌子或者不

是"是眞的，因为这一整句話的后一半是眞的。假如我不閉上眼睛的話，青年就会感覚到不对头。在我能够看那个人的情况下，我有什么理由断定"他是桌子"呢？我不是睜开眼睛說瞎話嗎？是的。它是廢話，而我要的正是这句廢話。这就使我能够在断定"他不是桌子"的时候，我好像沒有說廢話并且还否定了它似的。我既然能够欺騙听众把"他不是桌子"肯定下来，我也就把"他是桌子"那句廢話当作"假命題"处理了。这就是在假命題的名义下偸运廢話。

以上确实是欺騙，但是，这并不表示我沒有欺騙自己。我并不是不自覚地把"不"无穷地推广的。我曾經碰到廢話，曾經认为它是非常困难的問題。我覚得"正义是黄的"这样的廢話是不容易"应付"的。"'地球是圓的'是圓的"，这样的廢話好办些。后者可以在形式上肯定它沒有意义，少数的例外似乎可以想些办法来"应付"。前一种何以很难"应付"呢？当时的想法是认为必須找出形式上的理由来肯定它是廢話，或者用形式上的方式来把它解釋成为假命題而不是廢話。也許有人会提出所謂"細致的理論"問題。我也知道对于这样一个問題是有很煩瑣的一套說法的。在这里我們非从原則上来考慮問題不可。我們究竟是根据客观的事实来研究形式邏輯呢，还是在形式邏輯范圍內想方設法使客观事实就"范"呢？显然我們只能走第一条路。上面已經說过，在具体的时間、地点和条件之下，我們所研究的客观事物决定了一个范圍，"是或不是"是受那个范圍的限制的，超出那个范圍，說"是"沒有意义，說"不是"也沒有意义。客观存在的事实如此，思維实踐的事实也是如此。事实摆在面前，我为什么不直接了当地承认这个事实呢？为什么在抽象的公式范圍內繞圈子，企图繞过这个事实呢？形而上学的思想方法已經把形式邏輯絕对化了，而把形式邏輯絕对化了之后，我只在抽象公式范圍內进行"研究"了。这确是理由之一。現在檢查起来，我們要肯定这个理由是我从前歪曲形式邏

輯的理由之一，但是，除此以外，还有别的理由。

上面說的形而上学的思想方法主要的是片面的夸大。但是間題又来了，我为什么只夸大抽象的公式呢？为什么不夸大客观事物所决定的范圍呢？为什么不把范圍与范圍之間的分别夸大呢？为什么反而抹杀它呢？相应于一个范圍是形式邏輯教科书早已承认了的論域。抹杀范圍就是抹杀論域，抹杀論域实在也就是把資产阶級的客观主义貫彻到邏輯理論上来了。人性論和客观主义是分不开的，它是客观主义的前提，也是客观主义所支持的“理論”。人性論就是靠抹杀論域来維持的。自然的人和社会的人尽管有联系，却是屬于两个不同的論域的。不把这两个論域相混的話，我們就不会由人人都有五官七窍直接过渡到人同此心，心同此理，也就不能在阶級社会里維持超阶級的人性論了。社会达尔文主义显然也有抹杀社会和自然两个論域的因素在內。在1957年举行的哲学史討論会上，我也有抽象地继承“己所不欲勿施于人”的想法。这个說法还有别的錯誤的思想，但是混淆論域也是錯誤因素之一。資产阶級的客观主义和抹杀論域是有密切关系的。

在解放前，資产阶級的客观主义虽然支配着我，然而那时候我不是自觉地受那一主义支配的。从自觉这个角度来考虑問題的話，另一要求是有很大的影响的。我为什么要撇开时間、地点和别的具体的条件呢？为什么抹杀論域呢？为什么要把抽象公式絕对化或者說无对化呢？我当时一个自觉的要求是把活的东西变成死的东西。这里說的死活和生物的死活是有分别的。具体的时間、地点和条件是活的。客观事物在不同的时間，不同的地点和不同的条件下是不同的。在这种情况下的抽象公式也是有不同的具体內容的，因此，它是灵活的。我要求把它搞死。这是資产阶級哲学的要求，特别是客观唯心論者的要求。也許有人覺得这是奇怪的。在过去一年以上的时間里，我們經常在摆事实讲道理，而讲道理

的时候，唯恐不活；在解放前，我搞哲学唯恐不死。一般地說，資产阶級哲学家是怕活的东西的。活的东西有发展，并且还会向着資产阶級哲学家所不願意看見的方向上发展。可是，这种求死的要求不是一下子可以看出来的。它經常是在要求完整的借口下来进行的。具体的东西是存在的。它不可能有一种根本就不存在的完整性。具体的东西虽然是不能像几何学所說的“方”那样方，具体的圓的东西也不能像几何学所說的“圓”那样圓，具体的十二点钟只是十一点五十九分五十九秒点九，九，九……这样一个系列上早就打住了的或者超过了的。适当的追求完整性当然不是坏事，并且一般地說，还应該說是好事。但是超过一定程度的話，它就是坏事了。在具体的思維认識过程中追求达不到的完整性已經不是程度的問題，而只是借口而已。在具体的条件下，“是或不是”这样的公式之所以灵活，是因为一方面它是相对于时間、地点和条件的，另一方面它又是不限制到某一时間、某一地点和某些条件的。这也就是說，它既是不同情况下的共同，也是不同情况下的互異。要把后面的互異整齐划一起来，也就是把前面的共同悬空起来（这就是一般脱离了个别），从而把本来是活的东西变成死的东西了。我这个把活的公式变成死公式的要求在当时是自覺的。那时候，我总覺得活的东西是“拖泥带水”的，死的东西才是“干干净净”的。“論道”书中的“太极”就是追求静寂的集中表现：一方面我說它“至眞至善至美至如”，另一方面，我說它是“几息而数穷”。这实在也就是說不死不寂就不能完整。在哲学上我追求死寂。在邏輯的“理論”上我也就要求把抽象的公式說成是死的无对的了。

形式邏輯中的抽象公式是有对的，是相对于具体的时間、地点和条件的。它是在具体的思維认識过程中帮助我們正确地反映客观現实的。因此，它也是帮助我們具体地分析具体的問題的。思維規律的作用也是这样。它的正确性和眞实性是結合着的。現在

有一种把正确性和眞实性割裂开来的議論。这是不正确的。三十年来，形式邏輯学工作者制造了一种把正确性和眞实性割裂开来的气氛。这种气氛的形成，我的責任特别大。我就是一个把正确性和眞实性割裂开来的人。上面所批判的那种把相对的、有对的、活的抽象公式轉变为絕对的、无对的、死的抽象公式就是企图把眞实性和正确性割裂开来。思維規律是客观現实底正确的反映，它已在思維实踐中証实了亿万次，它是在思維实踐中总結出来而又回到实踐中行之有效的。它之所以有效正是因为它正确地反映了客观事实。如果我們忘記了它是从实踐中来的話，我們就很容易把抽象的公式看作現成的凝固化了的公式，把它看作好像不是从一大群具体的眞实判断中抽出来的。如果我們忘記了这样的公式是从实踐中来的，我們也就是忘記了它的来源，它的根据，这也就是忘記了客观物质是第一性的，思維意識是第二性的。形式邏輯的抽象公式底正确性不但不能和眞实性割裂开来，而且它的正确性的基础就是它的眞实性。

在这里我們要肯定抽象的思維規律是眞实性的，它是相对于具体的时間和地点和别的条件的。把它說成为脫离了具体的时間、地点和条件就是把它无对化、死寂化，一句話，这也就是把它形而上学化。解放前，我是把形式邏輯的公式形而上学化的。上面所批判的是形而上学化在思維規律上的表現。

二、关于概念方面的批判

概念和判断都是形式邏輯底主要題材，但是在邏輯学和认識論分家的主張下，我把概念和判断根本就撇开不談了。在“邏輯”一书的第二頁还有一段騙人的話。一方面我主張邏輯学和认識論分家。这个分家論本身就是不正确的。一般的邏輯是不能和认識論分家，形式邏輯也是和认識論密切地結合着的。概念、判断、推

理就是理性认識的組成部分。但是主要的錯誤不在这一方面，欺騙性也不发生在这一方面。另一方面，我强調邏輯学虽可以和认識論分家，而邏輯不能和知識分家。这就是欺騙之所在。事实上我所做的恰恰就是让形式邏輯和认識分家，而和形式邏輯密切結合着的正是唯心主义的认識論。在思維規律方面我让这些規律脫离了具体的思維认識过程，在概念和判断方面我也是让思維形式与規律和具体的思維认識过程脫节。为了这个目的，我根本就不談概念，只談一点点的所謂“名詞”，根本就不談判断，只談了所謂“命題”。撇开判断与概念其实也就是使名詞和命題脫离具体的时間、地点和别的条件的办法。

概念是很重要的形式，正确地反映客观事物就需要正确的概念。概念正是邏輯所要研究的題目。概念的性质，它的种类，它的形成、发展、轉变等等都是应該研究的。我写的“邏輯”一书根本不談概念。不但不談概念，就連“名詞”也只是談了一点点就溜过了。这个逃避概念的事实是很显著的，这个事实背后也是有一套想法的。概念本身虽是抽象的，然而它是在具体的认識过程中起着作用的。研究概念总会或多或少和具体的认識过程联系起来。这样一来，形式邏輯的“形式”就有点“拖泥带水”了，就不那么“純”了。

当时我确实有这个看法。但这个看法也是自欺欺人的。我有一套概念“論”，对概念的想法也是十足地唯心主义的。把这一想法安排到邏輯书里去是不会使形式邏輯接近思維认識的实际的。“拖泥带水”中的“泥水”不是客观的实际，而是另外的东西。这个另外的东西是什么呢？我当时是把形式邏輯看作单純地研究命題与命題之間的“必然”的关系的，而那时我认为概念沒有这种“必然”性。这个想法本身是荒謬的。存在决定意識，概念是客观事物在我們头脑里的反映，客观的必然性或迟或早必然会反映到我們的头脑里来，而反映到我們头脑里来的也或迟或早会反映出客观

的必然性。在这里我要在下面几点提出批判。

我們先从定义談起。概念是反映客观事物底本质屬性的，定义是概念的定义，而正确的定义是正确地反映了客观事物底本质屬性的。定义是有眞有假的。概念也是。但是在写"邏輯"那本书的时候，我认为概念沒有眞假。同时我反对罗素所說的自由定义給人以定义有眞有假的印象，从而也給人以概念有眞有假的印象。其实我的想法不是这样的。我的所謂定义只是名詞字汇底定义，而不是概念的定义。我确实反对过所謂自由的定义，但是，我从来沒有跳出定义只是名詞字汇底定义这样一个想法底范圍。就在反对自由定义这样一点上，我也沒有否认过在自我作始的符号上我們是可以随便引用符号的。我反对自由的定义只是认为定义（說的是定义者而不是被定义者）不是随便可以决定的。我当时的这一看法和正确的观点不相干。这和定义是概念的定义这一点不相干，这和正确的定义是客观事物底本质屬性底正确反映这一点更不相干。在这一点上，反对自由定义是有相当的欺騙性的。指出这一点还是应該的。

批判的主要对象是关于概念的想法或說法。这个說法是"实在論"的。这就是說它有两面性，也有相当大的欺騙性。上面說过概念是反映客观事物底本质屬性的。我受了一部分英国唯心主义者的影响，根本就沒有所謂本质屬性这样一个概念。我当时承认有"客观事物"（其实是感覺上的"所与"），"客观事物"是可以分类的，而一类事物是有它的共同特性的。但是，这个共同的特性并不是現在所了解的本质。这个看法和否认客观世界底必然性是联系在一起的。一类事物虽然有它的共同特点，然而这个共同特点只是"实然"的，不是必然的。这一点非常之重要。自从休謨以来，唯心主义者就一直以否认客观世界底必然性来向科学进攻，来为宗教辯护。从敌人的进攻我們是可以看出和它相对立的辯証唯物主

义的原理原则底重要性的。我現在体会到明确而坚定地肯定客观世界是有必然性的、客观事物是有本质屬性的是何等重要的事。違背这些原理原則无論是从那一角度或者是在那一种程度上都会把我們陷入唯心主义的泥潭。在这一点上，我前些时还认为我从前曾經搖摆过。在“論道”一书里，我不是承认“固然的理”嗎？現在看来是沒有搖摆过。我对于概念的看法就是否认客观事物有它的本质屬性的，也就是否认客观世界是有必然性的。我当时认为，一类事物底共同点只是实然的情况而已，現象与現象之間沒有主从的分别。我从前是一个所謂“实在主义”者。假如你問我：概念有沒有客观基础？我会說当然有。概念是不是客观事物本质屬性的反映呢？我就会說：我不知道什么本质屬性。接着我就会宣傳唯心主义。下面几点对概念的歪曲要特别提出来批判。

我当时认为概念是接受事物的方式。所說的接受是思想认識上的接受。我强調了成功的接受，系統的接受。但是接受是我們的接受，方式是我們的方式。所謂系統的接受就是把系統的概念当作魚网子似的，摆在水里去撈就可以撈上魚来。能够撈上“客观事物”来的就是成功的概念。我們把归納原則看作接受总則，认为这一原則是先驗的，它决不会失敗，因为假如我們的概念失敗了，我們就放棄原来的概念，根据“客观”的情况制定新的概念来应付新的事物。所謂有“客观基础”就是根据失敗的經驗，按照客观情况来制定新的概念而已。无論概念成功或失敗，归納原則总是正确的。这一整套的說法眞是胡說八道。我們不要被这里所謂的“客观基础”騙了。正确的概念是客观事物底本质屬性在我們头脑里的反映，它是和客观的事物一一切合的，反映一类事物的本质屬性的正确概念是和該类事物切合的。它虽然不是照像式的的反映，然而它和被反映的事物是一一相应的。相应的集中点就是事物的本质屬性。我們辯証唯物主义者所承认的概念是眞正客观

的，它沒有也不可能有約定論因素在內。

我当时的說法是有約定論因素在內的。概念既只是我們的接受方式，我們所考虑的問題是有效或无效，成功或失敗的問題。請注意这就不牵扯到相应于一类事物或一类对象的必然地同一的或者共同的概念。我当时特別强調下面这一类的概念：一中国尺，一英尺，一公尺，一碼；一市斤，一磅，一公斤；西方人的“五十岁”，法律上的“成年”，医学上的“成年”……等等。这些概念是有特点的，但是这个特点并不能供給我們以歪曲概念的根据。强調了这个特点之后，当然会把它扩大起来，推广开来。就以“人”这样的概念說，我就认为用“无毛两足动物”，“有理性的动物”，“盘古的子孙”……等等去接受都行。当然我不会否认这些概念的“客观基础”，但是我强調的是：它們都是成功的接受方式。这些例子还不能够充分地表示原来看法的荒謬性。我从前經常把我說的接受方式比作图书館里的目录系統。新书一来目录室就給它編号，这就把新书安排在目录系統里去了。我这里就有一本1290625的书。我們可以利用这个数目字在图书館里找这本书，略查一查之后，图书館就可以把这本书交給我們，或者告訴我們別人已經借走了。这是一个接受方式。这个数目字也和这本书的內容有些关系，但是难道这个数目字和这本书的本质屬性是切合的嗎？显然不是。把概念和这样的号碼相比，比拟本身就是不倫不类的。这就是有約定論因素的概念論，它是唯心主义的，是和辯証唯物主义对概念的看法对立的。

有約定論因素的概念論当然不只有以上的結果。我把概念看成凝固的单位。这可能费解。我不否认概念是可以分析成許多綜合在一起的命題的，而命題是有眞假的，整組的命題也是有眞假的。但是当时我认为我們在引用一概念时，我們不是把它当作一組命題来引用的。在引用时，概念是一个整体，一个单位，而这个

整体，这个单位沒有眞或假的。荒謬吧？确实如此。我既把概念当作我們的接受方式，它不是任何时候都引用的，有时它是备而不用的。“显然”（唯心主义的显然）在备而不用的状态中，它沒有眞假。“显然”用而不当也不能怪“概念”，例如用茶杯不能洗澡，毛病不在茶杯。沒有眞假的接受方式怎样能够是概念呢？概念是客观事物底本质屬性在我們头脑中的反映。把概念当作我們的接受方式，把概念的眞假取消，就是否认概念是反映客观事物的思維形式，就是取消它在思維中的作用，也就是反对辯証唯物主义的反映論。

沒有假的“概念”也就不能有什么矛盾的关系。这就是說我当时否认“人”和“非人”底矛盾。现代的唯心主义者总是要拐弯的，不拐灣，他騙不了人。我否认“人”和“非人”、“笔”和“非笔”有矛盾关系，并不意味着我否认“我手里拿着的是笔”和“我手里拿着的是非笔”这两个判断有矛盾的关系，假如后者等于“我手里拿着的不是笔”的話。这两个判断互相矛盾我会承认。但是我当时会說：它們是命题呀，它們是对于我手里拿的那个东西說的呀！至于“笔”和“非笔”我能預先知道用在什么东西上去嗎？……等等。这是詭辯。我在解放后的头两三年里还是抱着它不放的。这是一錯百錯。把概念当作我們的接受方式，把它和定义或其他解釋它的判断割裂开来，否认它的眞假性，不可避免的結果就是否认概念之間可能有矛盾关系了。

这个有約定因素的概念論是为我当时的客观唯心論服务的。我当时不只是认为概念无眞假无矛盾而已，而且认为概念是不变的。在这一点上，我又在騙人。騙人的地方在于我并不认为概念一般地說是永恒的。一般地把概念当作永恒的东西看待是騙不了人的。可是，我当时确实认为概念是不变的。实用主义者认为人人都有一个經驗仓庫，我的看法和实用主义者差不多。我认为我們都有一个概念仓庫，适用的都保存下来，不适用都淘汰出去。对

于概念我当时认为我們可以放棄，可以改变。可是我們改变概念和概念的变不一样。我当时认为改变后的是另一概念，不是原概念的新阶段，原概念也仍然是被放棄了的概念。可是，也有永远不放棄的概念。这实在就是永恒的概念。

这是极端唯心主义的、极端形而上学的概念論。它是見不得人的。在这里我仍然要暴露它，虽然原来把概念排除在形式邏輯范圍之外并不是因我那时候认为我的概念論是見不得人的。我是要让形式邏輯脫离认識的。我把形式邏輯看作命題之間的“必然”关系。“概念”沒有这种“必然”性，概念好像就非排除不可。这只是借口。形式邏輯不只是研究判断与判断之間的必然关系的，概念也不是沒有必然性的。上述的想法根本就是說不通的。实在的理由是我要歪曲形式邏輯使它脫离具体的科学的认識，从而使它能够为我自己唯心主义的世界观和认識論服务。

三、关于命題方面的批判

在原书的第八頁上，我有一段开宗明义的話：“最大的关鍵似乎是把邏輯里的命題当作知識論里的判断。判断离不了心理，离不了历史的背景，离不了一时一地的环境。既然如此，則討論命題的时候，演繹系統之外的問題也就不能不連带提出討論……談名詞就談到官觉与感觉，談命題就談到判断，愈注重在求知識的实际上的应用，愈不能得抽象的进步，愈注重实质，愈忽略形式，其結果是形式方面的对与不对的問題无形之中变成了眞与不眞的問題。”这是很露骨的表示。它所表达的思想就是現代資产阶級邏輯学家在理論上的主导思想。大致說来，这个思想在二十世紀二十年代的資产阶級的邏輯学里已經取得了主导地位。我的看法和这个主导的思想可能在細节上是不一致的。但是，那是不重要的問題。主要的問題是这个主导的思想是錯誤的，我的想法也是錯誤的。

下面我要进行詳細的批判。

我当时所了解的判断和命題有些什么分别呢？上面引的那一段話已經把重要点提出来了。所謂“一时一地的环境”就是具体的时間和地点。判断总是在具体的时間和地点进行的。所謂“历史的背景”就是本文說的“别的条件”。判断也就是在具体的条件之下进行的，它总是具体的思維认識过程中的事情，它是在这个具体过程中对于客观事物的反映，这个反映就是它的思維和认識內容，而这个內容又是可以用語言文字表达出来的。我所了解的命題只是这个內容。請注意“只是”两个字。这个內容是不能和其他的条件分开来的。把命題了解为只是这个內容已經就是把它从它的条件分开来了。照我当时的了解，命題就是脫离了具体条件联系的思維內容。在这样的了解下，命題和判断就成为不同的东西了。当然假如有人問起的話，我还是会承认判断中总是有命題的。但是命題不必在判断中出現，它脫离了判断，也就脫离了具体的时間、地点和别的历史条件，正如上面說的思維規律悬空了一样，命題也是悬空了的。这是非常重要的一点。有了这样一个了解，一系列的錯誤就会产生。原来的想法也是給这些錯誤以产生的机会。何以是这样呢？

原来引文里还談到“心理”，說判断离不了“心理”，而我写“邏輯”那本书的时候，是要离开“心理”的。“心理”两个字籠統。它們有什么具体的內容呢？判断是有断定性的，它是在具体条件下起行动指南的作用的，因此，它是有具体条件下的严肃性的。前些时候，我們学习了“毛主席論帝国主义和一切反动派都是紙老虎”这个重要文件。在学习中我們是要根据客观局势、我們的理論水平来檢查我們究竟有无思想上的阻碍，来看我們是不是同意毛主席的意見，是不是眞正地能够下这一判断：帝国主义和一切反动派都是紙老虎。这个整个的学习是圍繞着一个判断来进行的。这个判

断是有断定性的。判断者确确实实断定客观情况正是判断所說的那样。这个断定性使得判断者可以和不同意見的人爭論得面紅耳赤。对于一个沒有断定性的命题(命題当然可以有断定性，判断中的命題就是有断定性的）爭論到面紅耳赤的情况就不会发生。据說“希馬拉雅是新山”。我不知道搞地质的人对希馬拉雅有如何的看法，我个人从书本上看了这句話之后，沒有断定那个山是新山。对于我来說，那句話所表达的思想內容只是一个命題。假如有人在我的面前不同意这个命題，我們不至于爭論，更不至于爭論到面紅耳赤。判断与命題虽然是經常結合着的，然而又是有分别的，在这一点上分别很大。

其次，我們是不是眞正地认識到帝国主义和一切反动派都是紙老虎呢？我們是不是眞正地断定了这个命題呢？如果确实断定了的話，这个判断是会起行动的作用的。这个作用从去年8月23日起就可以看出来。广大的人民根本就沒有惊惶失措，相反地，我們反帝国主义的信心和决心日益加强，我們努力工作而同时心境泰然。紧張是工作上的紧張，不是神經上的紧張。通过学习，絕大多数的人也坚定了打敗帝国主义的信心。帝国主义和一切反动派都是紙老虎这一英明而偉大的論断現在不是在中国起行动指南的作用而已，而且在全世界范圍內也在开始起这个作用。可是，假如我們只把这个英明正确的論断当作可眞可假的命題看待，我們只是研究它、考虑它的話，我們虽然会在最后认識到它的正确性，然而在研究考虑过程中，它是不会起强有力的指导作用的。在起指导作用这一点上，判断和命題是不一样的。

判断既然是行动的指南，我們对于它的态度就应該是严肃认眞負責的。判断既然起行动指南的作用，它就給判断者带来了責任。方才說的那个判断固然是英明的，正确的，但是它不只是英明正确而已，下那一判断时是需要无产阶級的英勇气概的。这也就

是說，下一判断是一件負責的事。我們的国家領导人下判断是負責的，我們的軍队司令員下判断是負責的。不仅大事情如此，小事情也是如此。在任何工作崗位上下判断也是带有責任的。对于一个仅供参考的命題，情况就很不一样了。我們經常說“房謀杜断”。这两个人的具体事实我不知道，但是按字面了解，房玄龄可以說是提出了好些命題，而杜如晦則善于下判断。水滸是大家所熟悉的。吳用和宋江的作用大致說来是不一样的；吳用的作用是提出一些命題来，宋江的作用是作出判断。我們这里不是說宋吳的作用完全不同，当然也就不是說判断和命題完全两样。宋江的判断經常是吳用的命題，尽管如此，它們还是有分别。在现在的資产阶級知識分子当中，有人是經常不下判断的。我就知道有这样一个人。这样的人是要逃避下判断的責任的。可是，他所想到的命題并不少。我自己就有这个毛病。我不常作出判断，对于所想到的命題也就不必太认眞負責了。这就为概念游戏开了方便之門。对于判断是不大能够进行游戏的，对于命題，态度和情况就不一样了。可是，这个分别，就正常的具体思維认識說是不太大的。这就是說，分别是有的，可是，在具体的情况下，分别是不大的。我的形而上学的思想方法使我把这个分别夸大了。

不夸大这个分别，“邏輯”一书里的某些說法是提不出来的。把全称肯定或否定說成是有三种不同的命題就是这样一种說法。全称肯定或否定是直言判断，它和假言判断是不同的。我現在认为直言的全称肯定或否定是直接从归納获得的判断。归納是具体的活动，归納原則、归納方法都是在这个具体活动中运用的，它們也是这个具体活动中的因素。如果一个人进行这样的活动，他是在具体的思維认識过程中进行的。他所思維的現象，他所要正确地认識的对象就是当前的客观事物。全称肯定或否定既是从归納获得的，它的主詞的所謂也是当前的客观事物。当前的客观事物

显然是存在的。全称肯定或否定对所认識对象的存在是沒有不同的态度的。肯定它們的存在是完全合乎辯証唯物主义的，同时肯定它們的存在也不是全称肯定或否定的組成部分。当前客观事物的存在不是归納所要得到的結論，也不是那个具体归納所提出的問題。那个具体的归納所提出的問題是当前存在的客观事物（对象）有沒有某一或某些屬性，而不是这些事物存在与否。从辯証唯物主义出发，根本就沒有后一問題。后一問題的提出就是对全称判断的歪曲。假如在上述場合提出当前的客观事物究竟存在与否，这本身就是偷运哲学唯心論，特别是主观唯心論。所以是主观唯心論，因为这一問題实在是把当前的东西和存在的东西或客观的东西分了家。这一分家正是主观唯心論。这是对全称判断的歪曲。我原来所进行的歪曲不同。我根本沒有把具体的归納考虑进去。我故意抹杀判断，故意单純地把命題抽出来，故意使命題脫离具体的归納活动，故意使命題脫离具体的思維认識过程。上面已經指出，在具体的思維认識过程中，全称判断主詞的所指所謂就是当前的存在的客观事物。这些事物的存在是肯定的，但是，肯定他們的存在虽然和全称判断有密切的联系，然而并不是全称判断的組成部分或因素。让命題和具体的归納活动分家，和具体的思維认識过程分家，命題就悬空了，它的主詞所指所謂也悬空了，这些所指所謂就是存在也就脫离了当前存在的具体的客观事物而成为"一般的存在"了。上面已經指出，在具体的条件下当前的客观事物底存在是非肯定不可的，这也就是說，在具体的条件下存在的問題是不应該提出的。可是，脫离了具体条件的命題是不受这些条件的制約的。这就为資产阶級的唯心主义开辟了道路。我所进行的歪曲就是这样的歪曲。

脫离了具体的条件，不受这些条件制約的命題和严肃的认眞負責的判断的分别就非常之大。就认眞負責的判断說，主要的問

題、中心的問題是判断的眞实性、正确性。形式邏輯是帮助我們达到这个眞实性、正确性的。就认眞負責的判断說，当前的客观事物，我們正在研究的对象底存在根本就不是問題。脫离了具体的条件悬空了的命題底情况就完全两样了。它給唯心主义以随心所欲地提出問題的机会。他可以抹杀具体条件下的中心問題，也可以提出具体条件下所不应該提出的問題。我在“邏輯”那本书里不談判断而談命題，正是要解除具体条件的制約，正是要使命題，成为概念游戏的場所。对 An 那样的解釋难道是认眞地对待全称判断的嗎？它不是。这是不是严肃地对待命題呢？也不是。作为认眞負責的判断的內容，这样的命題也是不能随便解釋的。有些命題不是当前判断的內容，例如地球是圓的，二加二等于四，……这些命題虽然不是当前判断的內容，然而它曾經是判断的內容，它們已經成为我們的知識財富。这些命題也是不能够随便解釋的。An, Ah, Ac那样的解釋只是把 A 当作純粹的形式来进行概念的游戏而已，根本沒有把它們当作全称判断看待。

这并不是說在认眞負責的判断里，主詞的所指所謂一定是存在的东西。有些东西有主观上产生的来源，沒有相应的客观事物，不正确地反映了客观情况。对于这样的东西，我們在思想战綫上要进行斗爭。在斗爭中，这些东西也可能成为认眞負責的判断的主詞所表示的东西。有些东西是不存在的，沒有相应的客观事物，可是，它們正确地反映了客观事物的关系和性质，因此，作为极限、标准、模范，它們又是客观事物在发展过程中或者在精确化的过程中可以愈来愈接近的。这样的不存在的东西也可能成为认眞負責的判断的主詞所表示的东西。这样的东西虽然不存在，然而对于它們的判断仍然是在具体思維认識过程中出現的。关于这些东西的問題仍然是具体的問題，也仍然需要具体地分析的。恰如其分的不迟不早的正午十二点钟是极限也是标准，它不存在，在具体条

件下比較接近这个标准的十二点钟是存在的，而你的表和我的表哪一个接近这个标准些是非常之具体的問題。关于这类不存在的东西的判断既然是具体条件下的問題，它的一般的形式也是要具体地分析和具体地研究的。大致說来，它不是上面所討論的全称判断。就上面所討論的全称判断說，它的主詞的所指所謂就是客观的事物，这些事物的存在是肯定的，但是这个肯定不是这些判断的組成部分。

既然如此，An 的問題就不簡单了。按照原书的說法，An不假設主詞存在或不存在。根据前面所說，主詞的所指所謂就是当前的存在的东西。在这样的具体条件下，我們怎样又可以不假設主詞存在或不存在呢？原书說出了这个看法，它說："……我們的解釋是 S（主詞）概念之中有 P（宾詞）概念，而概念不必有具体的表現。……无論有 S 与否，无論 S 存在与否，如果一个东西是 S，那个东西就是P……"。显然，这个說法把A 这样的判断当作只是概念与概念的关系而已。判断确实是概念与概念的关系，但是，它只是这样的关系嗎？难道它不是对当前的事物所說判断嗎？不但它是对当前的事物有所判断，而且它主要的就是这样的判断。科学的概念是客观事物的本质底反映，在A这样的判断里，科学的概念还沒有十分形成，要推进这些概念科学地形成，我們非得让它紧密地結合着客观的事物不可。不然的話概念就脫离了它的客观事物的依据了。显然作为归納活动成果的 A，An 是說不通的。作为三段論的 A 怎么样呢？它是否只是概念与概念的关系呢？三段論是有試驗性的，它是要受实踐的檢驗的。对某一三段論說，客观的事物可以使我們不得不提出一个反三段論。在这个反三段論中，我們可能发现前提中的某一A（或 E）判断是錯誤的。客观事物既然迫使我們提出反三段論来（反三段論用的仍然是三段論），前提中錯誤的 A（或E）也不只是概念与概念的关系了。作为只是概念与

概念的关系，An歪曲了A这一判断形式，它显然是說不通的。

A是直言判断，An实在是假言判断。直言和假言判断是不同的判断形式，它們是不同的认識阶段上，不同的认識場合上的不同的判断形式。有些客观的事实和規律是既可以用直言判断也可以用假言判断来肯定的。例如“所有的資本主义国家都是要灭亡的”，或者“如果一个国家是資本主义的，那么它是要灭亡的”都是可以肯定的。这两个判断形式所肯定的規律是科学地早已証明了的。二者之間可能因場合不同而有所选擇。但是它們現在已經不代表不同阶段的认識了。作为不同认識阶段的判断形式，直言判断比較地是概念形成过程中或知識获得过程中还不稳固的阶段，概括性比較多些；假言判断比較地是該过程中概念或知識相对地稳固的阶段，規范性比較多些。概括性多指的是概括当前的成分多些，規范性多指的是規范不当前的成分多些。下面这个故事不知道靠得住否？我是从什么书里看来的也忘記了。这个故事說欧洲原来的天鵝大都是白的，单就多少年的归納例証說，“所有的天鵝都是白的”作为对当时的概括是有根据的。可是以白色去規范天鵝到了澳洲就行不通了，那里有黑天鵝。有些直言全称判断虽可以改用假言判断的形式来断定，有些不能。一般地把A当作假言判断，这就是說当作An，是說不通的。

An还有更荒謬的一层。它不假設主詞存在与否，而且只要主詞所表示的东西不存在，An就是眞的。这不荒謬絕倫嗎？在具体的思維认識过程中哪有这样的A判断呢？An可以解釋为“无論S存在与否，SP不存在”。这一解釋好像不太荒謬似的。我确实有下面的看法：在英文里，无論有沒有十九个字母以上的字，沒有这样的动詞。这句話显然是有意义的，以某一字典为标准也許还是可以証实的。但是，这完全是另外的問題，这可以說是不相干。問題是An如何能够作A判断的解釋，或者說，An如可能作为A

判断的一种形式。An 显然是不能当作A 看待的。理由很簡单，在具体的思維认識过程中，在认眞負責的判断中，主詞并不是随便写上的，它之所以成为主詞是有客观的理由的。在具体的条件下，A 这样的判断决不至于不假設主詞存在或不存在，更不能解釋成只要主詞不存在，它就是眞的。

An 是从罗素那里来的。罗素曾說过这样的話：所有的人都是有死的不是对于人的判断而是对于宇宙間一切东西的判断。我从前并不是自覺地有这一看法。可是，如果我們把 A 当作 An 看，而且由此引伸下来，我也应該有这个看法。显然 An 是可以解釋为“对于任何 X 說，如果 X 是人，X 是有死的”。果然如此的話，An 也就是对于宇宙間一切的东西都有所断定了，或者有所云謂了。这也是荒謬的。我們要坚持全称判断是对客观的事物，是把这些事物当作研究的对象，是把它們当作主体而有所判断的。这样的判断是在具体的思維认識中出現的，它虽然是全称的、一般的，然而它是非常之具体的。这样的判断怎么会牵扯到整个的宇宙呢？这不是极端荒謬的形而上学的思想方法在作祟，又是什么呢？不是唯心主义的形而上学的哲学家哪能由任何具体的問題一跳就跳到整个宇宙上去呢？孙猴子也只是跳十万八千里，而我何以一跳就跳到整个的宇宙上去了呢？这不是概念游戏是什么呢？

上面的批判已經充分地揭露了我不談判断只談命題就是让形式邏輯脫离具体的思維认識过程，就是把形式成分夸大，就是把它絕对化、无对化，从而使它不起帮助我們的具体思維认識的作用。在命題方面，我的中心思想和在思維規律方面是一样的。

四、关于推論方面的批判

我在“邏輯”一书中的中心思想是把形式邏輯絕对化、无对化、形而上学化，使它脫离具体的思維认識过程，从而減少它在这个过

程中所起的帮助我們更正确地反映客观事物的作用。这个思想是貫彻到整本书的各部分中的。这就是資产阶級的理論脫离实际在邏輯方面的表現。这是有毒的学术思想，是非批判不可的。在上述思維規律和命題两方面我們已經批判了这个思想。但是，这个思想表現得最突出的是在推論方面，在这一方面我所散布的毒素最广泛。現在爭論題目之一是正确性和眞实性問題。有的主張二者底分家。二者分家是不正确的。从1926年起，我一直在散布分家的謬論。分家論在以上两节已經提到，不过沒有着重地提出眞实性和正确性分家而已。眞实性和正确性分家的問題主要地是从推論这一方面提出的。我現在也是在这一方面来批判分家論。

我从前所散布的毒素是把形式上的对錯和实质上的眞假分家。这二者是有分别的。直到現在，我还沒有看到抹杀这个分别的言論，也沒有碰到抹杀这个分家的人。不加分别，在从正确的前提得出錯誤的結論这样的情况下，我們就不能明确地指出毛病之所在。但是，分别是一件事，分割或分家是另外一件事。正确性一直就是实质上的眞和形式上的对結合着的。它們的結合或者說它們的統一无論是在理論上或实踐上，无論在抽象的公式上或在实际运用上都是肯定了的。这个肯定是几千年的思維实踐所証实了的。既然如此，何以又发生分家論呢？我們一方面要指出錯誤的来源，另一方面也要一步一步地批判錯誤的思想。

大家都知道"那么"和"所以"的分别。所謂大家都知道是說在运用的时候，錯誤不常发生，有的时候，錯誤也是会发生的。我們現在就从这里說起。大致說来，在一篇文章或一个报告里，头一句話不会冠以"那么"或"所以"的。它們的共同点是在它們出現之前，另外一些話已經說出或写出来了。"那么"之前的話大概是以"假如"、"假使"、"如果"这类的字眼开始的。"所以"出現之前不必有特别的标志。这样的錯誤是不常有的："如果你的健康恢复了，

所以我可以不管了”。至少我好像沒有碰到过。在“如果……那么……”里，“如果”之后“那么”之前的話不是一个(或几个)确定了的判断。它可以只是一个(或几个)考慮中的命題，这一或这些命題也許只是指出可能而已。“那么”之后出現的也就不是确定了的判断。这实在也就是說“如果”之后“那么”之前出現的不是前提，“那么”之后出現的也不是結論。这也就是說“如果……那么……”不是推論。“……所以……”(現在好些人喜欢說“因此”，我覚得还是应該說“所以”)表示推論。“所以”之前出現的是前提，“所以”之后出現的是結論。这是語言习慣，也是思維形式。在日常生活里，这个語言习慣相当凝固。在这个思維形式上的錯誤也就是不常碰到的了。为了簡单起見，我們把“如果……則……”叫作蘊涵(这里可能产生爭論，可是我們不理会)，把“……所以……”叫作推論。在这里我們开宗明义地指出：无論是蘊涵或是推論，正确性和眞实性是統一的。按照上面已經指出的，正确性本来就是实质的眞和形式的对的統一性。

可是，它們确实有分別。現在以甲来表示蘊涵，以乙来表示推論。

甲：如果 MAP，(而且) SAM，那么 SAP。

乙：MAP，(而且) SAM，所以 SAP。

甲的正确性不靠 MAP，SAM 和 SAP 是眞是假，也不靠我們是否确定了它們是眞是假。甲的正确性包含甲的眞实性(請注意这里說的是甲的眞实性)是可以証明証实的(它是可以用別的判断来証明，也可以用事实来証实的)，并且在思維实踐中已經亿万次証明証实了的。但是这个正确性不包含 MAP，SAM，SAP 的正确性与眞实性。甲說的是，“如果……那么”，它沒有把前两个命題当作确定了的判断看待，也沒有把第三个命題当作确定了的判断看待。前两个命題不是前提，后一个命題也不是結論。甲只肯定了

前两个命题和第三个命题的蘊涵或者"如果……則"的关系。它的正确性和它的眞实性是統一的，可是，它的正确性和眞实性不包含第一第二第三三个命題的正确性与眞实性。它有点像正角三角形的XYZ三边有 $X^2+Y^2=Z^2$ 情况一样。这个等式是正确的，虽然我們不知道 XYZ 代表什么数目。乙公式就不同了。它的正确性和眞实性是靠第一第二第三三个判断的正确性与眞实性的。在具体的思維认識过程中，根据当时的科学文化技术水平，我們要认眞負責地断定了第一第二两个判断，才能够通过"所以"这一个关口来断定第三个判断。我們在以后要根据实踐的檢驗来审查原来的推論錯了沒有。我們也許会发現我們原来搞錯了。果然如此的話，我們只得承认原来的推論是錯誤的。这就是說原来的推論正确与否不只是它自己的問題，而且是前提正确与否眞实与否的問題。假如我們把第一第二第三命題或判断当作組成部分，我們要承认甲的正确性（与眞实性）不包含它的組成部分的眞实性，乙的正确性（与眞实性）包含它的組成部分的眞实性。

我們先談談推論。推論的正确性一直就是包含它的組成部分的眞实性的。整个的推論是具体的思維认識过程中的具体的思維內容，它本身是一个认識，也是一个判断。"所以"不是悬空的，它是根据前提的断定而断定結論的。它是认眞負責的，它是认識过程中一个关口。判断者非得认眞負責地认識前提，断定了它們的眞实性，他才能够肯定"所以"，才能够过渡到結論上去。不然的話，也是不能够肯定"所以"的。"所以"是一个断定关系。它是断定前提和結論的关系，它也是眞实性的关系；它是前提的眞实性和結論的眞实性的关系，它也是客观事实的关系，它是前提所表达的事实和結論所表达的事实的关系。显然，判断者是不能从不眞实的命题出发，把它們当作前提而肯定"所以"的。这就是說在认眞負責的思維认識过程中，判断者是不能够从假的命题来进行推論的。他

当然可以考虑一些命题，假設它們的眞实性，利用蘊涵或者“如果……則”的关系来看看这些命題有些什么可能的結果。果然如此，他利用的是甲那样的东西，而不是乙这样的东西。在具体的思維认識过程中，这种情况是經常发生的。这种情况的发生也就是邏輯、包括形式邏輯的运用，而在这个运用上也表示邏輯、包括形式邏輯，对我們的思維认識是有帮助的。但是，这不是推論，这里沒有“所以”的問題。

形式邏輯有沒有阶級性，我认为还是应該具体地研究的問題。近两年来，我深深地感觉到社会主义国家人民的言論，特别是正式的文件都是邏輯性强的。資本主义国家里的言論大都沒有什么邏輯性。他們报紙上的文章大都是跑野馬的东西，看了半天仍然是莫名其妙，有的时候，甚至有妙可名与否都怀疑起来了。上面說过，判断是严肃的、认眞負責的。但是，就我們說，所謂严肃、所謂认眞負責，除了坚持工人阶級立場之外还有什么意义呢？我认为是沒有别的意义的。我們承认一个“所以”或不承认一个“所以”是严肃的，但是我认为，“所以”本身有时是有阶級內容的。党性是阶級性的集中表現。在“所以”上，就我們說，党性和科学性是統一的。在这里我只是把这个看法提一提而已。主要的問題仍然是在于是否抹杀蘊涵和推論底分别，抹杀上述甲和乙底分别，来使形式的对錯和內容的眞假分家。

我为什么提到这一点呢？因为我原来犯的正是这个毛病。我是不是知道甲乙的分别呢？我是知道的。在“邏輯”那本书的第三部分，每一原理之下都有証明，在証明中，我都写上了“⊢”这个断定的符号。沒有这个断定我是不能进行推論的。可是，在那本书别的地方，特别是在邏輯課堂上我正是犯了在推論上把推論的正确性和它的組成部分的眞实性分家的毛病。在課堂上我还特别提出一些荒謬絕倫句子，例如“所有的人都是四方的”作为前提来强

調形式的对錯和实質的眞假底分别，現在檢查起来是十分痛心的。我不但是犯了严重的錯誤，而且是明知故犯的。这个錯誤的言論是流傳得相当广泛的。讀我的书的人可能有好几千，听过我的課的青年前前后后也差不多有两千人。他們当中有些固然可以抗拒毒素，有些还会更广泛地轉播毒素，在今天把推論的正确性和它的組成部分的眞实性分家也不仅是个别邏輯工作者的毛病。这是很严重的。上面已經說过，"所以"是不能随便肯定的。杜勒斯之流可能会把反动的命題当作前提，装出得了結論的样子来欺騙劳动人民。难道我們承认他的前提嗎？我們既然不承认他的前提，难道我們能够承认他的"所以"嗎？不承认他的"所以"，难道还跟着他的"邏輯"去承认他的結論嗎？这显然是不可能的事。阶級斗爭在全世界范圍內是激烈的。理論斗爭、思想斗爭是这个斗爭的一部分，在"所以"上有时是有敌我問題的，我們究竟贊成什么，反对什么是要严肃地考虑，认眞負責地下判断的。

但是，这个錯誤我何以又明知故犯呢？在这里我又要回到中心思想上来。我所发生兴趣的形式邏輯就是絕对化了的、无对化了的、脫离了具体的时間地点条件的形式邏輯。我心目中的形式就是这种沒有具体內容而且也不大願意看見它有具体內容的形式。我的注意力根本就沒有摆在具体运用上去，而只是摆在形式的成分上去。有一个时期我对罗素的"数学原理"那本书提出过这样的批評：他那书里横写出来的原理（說的是該书的开始部分），是形式的，可是它的証明綫索或者推論綫索从那本书的每一頁的上面到下面的綫索，不是形式的。在那里，从一步到另一步之間的推移夹杂着非形式的成分，这个成分就是讀者的了解。讀者不了解的話，从上到下这一条綫索的路就不通了。我原来的批評是說罗素沒有能够把这个非形式的成分形式化起来。我当时不只是认为罗素沒有做到这一点，而且也认为任何人都不能做到这一点。这个

非形式的成分其实就是形式邏輯中活的成分。这个成分正是具体地联系到具体的思維认識过程中去的东西。这个东西就是"所以"。"所以"是形式的，不滿足一定的形式，我們是不能肯定"所以"的。为什么又說它是非形式的呢？因为推論过程所靠的是具体的"所以"，是实实在在正在进行的"所以"。沒有这个实实在在的"所以"，从前提到結論的路是走不通的，尽管我們瞪着眼睛直看着摆在前面的"所以"两个字，我們还是沒有向前多走了一步。形而上学者在这个問題上碰了一个硬釘子。他不总是要抽象脫离具体，一般脫离个别嗎？在"所以"上他沒有法子让抽象脫离具体，一般脫离个别。沒有此时此地正在进行的实在的"所以"，这就是說沒有具体的个别的"所以"，推論是通不过去的。我认为这是事实。对于这样一个事实，这里有态度問題。我現在的态度是欢迎它。知道了这一点，我就有了武器，我可以坚决地不承认糊塗的、不科学的、違反人民利益的、反动的"所以"，和这样的推論作斗爭。可是，当其时的态度不是这样的。我那时认为这个事实是形式邏輯上的"缺点"，最好能克服它。我不能克服它。所謂不能克服它，就是不能把它完全形式化。我既然认为它是缺点，而又不能克服它，我就置之不理了。这样一来重点就摆在甲那样的公式而不摆在乙那样的公式上去了。我虽然知道甲乙的分别，然而我經常抹杀了它們的分别。在課堂上、在黑板上，我常常写了一些不只是假的命題而且是荒謬的句子作为前提，在它們下面写上"所以"，在"所以"下面，又写上一个假命題或荒謬的句子。这就給青年一个印象，好像黑板上写的是一个推論似的。其实"所以"两个字虽然已經写在那里，相当于"所以"的那件具体的事，这就是說推論那样一件事，并沒有发生。就在我自己的身上，这件事也沒有发生。这不是明知故犯是什么呢？这只能說是明知故犯。但是产生这个結論的原因仍然是那个中心錯誤思想。

上面我們所批判的是在推論上正确性和眞实性分家的說法。我們肯定了在理論上这二者是不能够分家的。用原来的說法，这就是肯定了乙底正确性和它的組成部分的眞实性是不能脫离的，前者包含后者。我們現在要研究一下甲那样的公式。我們已經說过甲的正确性不包含它的組成部分的眞实性。現在的問題是：这是不是正确性脫离了眞实性。我們的看法是甲公式的正确性也沒有脫离它的眞实性。可是，我們既說甲的正确性不包含它的組成部分的眞实性，又說它的正确性沒有脫离它的眞实性，这好像是有矛盾似的。其实这里沒有任何矛盾。我們要研究一下甲究竟是什么样的判断。

甲是一个假言判断，是一个蘊涵或者“如果……則”的判断。这个判断有前件后件。前件是两个命題形式，后件是一个命題或者一个命題形式。这里提到形式，因为重点是摆在形式上的。如果我們用适当的值套进这些形式，我們就有了相当于这样形式的命題了。甲这样一个判断沒有断定前件是眞的，也沒有断定后件是眞的。既然如此，也許有人就会問，它怎么是一个判断，并且还是一个正确的判断呢？它之所以是一个判断是就前件和后件的关系說的；它虽然沒有断定前件或者后件，然而它确实断定了前件和后件的关系，而那个关系就是蘊涵或“如果……則”的关系。它說的是如果具有前件形式的命題是眞的，那么具有后件形式的命題也是眞的。这是一个一般的公式，是肯定一般的形式的关系的公式。它的重点是摆在形式上的。重点虽然摆在形式上，我們仍然不能就认为它忽略了实质。它把实质問題留給具体的思維认識去决定，也可以說留給具体地运用乙的时候去决定。甲明确地說，如果具有前件形式的命題是眞的，那么具有后件形式的命題也是眞的。前件的眞实性是它所要求的条件，在前件的眞实性这一条件滿足之下，后件的眞实性也就可以断定了。但是前件究竟是眞是

假，甲沒有肯定。假如肯定了的話，甲就成为乙了。那样“那么”也就成为“所以”了。甲显然是不能够断定前件的眞实性的。具有前件形式的命題不一定是眞的，不一定是可以断定的，不一定是可以成为推論的前提的。不肯定前件的眞实性并不是忽略了实质。

可是，甲的重点是摆在形式上的。甲說的是如果MAP而且SAM，那么SAP。如果我們把SMP的位置更換成以下位置，例如：如果PAM而且SAM，我們能不能接着說“那么，SAP”呢？不能。这个不能的道理，学过形式邏輯的都知道，在这里我們就不提出来了。我們把后面这个更換位置提出来的理由只是表示甲这一判断所肯定或断定的重点是命題形式与形式的关系。我們还可以举出别的正确的形式，也可以举出别的錯誤的形式。在这里我們只是以甲为例而已。甲是可以証明的，并且也是已經証明了的。在这里我們不必談到証明。問題是它何以又眞实。它的眞实性也是早已証实了的，并且还是在思維实踐中亿万次地証实了的。問題也不是它本身的眞实性。問題是它的眞实性和它的組成部分的眞实性的关系。有的同志会提出：假如第一句話是假的，还有什么如果那么可說呢？这个想法是有道理的。在具体的思維认識过程中，这样的想法是差不多沒有的。但是这个形式的正确性和眞实性还是要承认的。我們改用一个方式来表达甲的意思：假如第一句話和第二句話都是眞的話，我們应不应該承认第三句話呢？显然在那个条件下我們还是应該承认它。虽然如此，我还是同意方才这位同志的意見，摆在眼前的明明是一个假命題，我們何必来它一套“如果那么”呢？这正表示形式邏輯規律的运用是和具体的思維认識以及一时一地的科学水平分不开的。假如我們不知道一个命題是假是眞的时候，問題可不同了。我們还沒有用乙的条件，我們可能就只用到甲了。我現在就有这样的想法：如果所有的白內障都是可以用中医方法治疗的，而我的左眼的毛病又确实是白內障，那

么我的左眼的毛病也是可以用中医方法治疗的。我現在的具体問題是打听打听头一句話是不是眞的。第二句話至少西医已經証实了。头一句話果然是眞的話，我就可能行动起来。請注意，在方才說的情况下，我还沒有用乙的条件，可是我已經运用甲了。就在用甲的时候，我还在打听第一句話究竟是眞是假。可見甲的正确性和第一句話的眞实性是两件事。甲是正确的，也是眞实的，可是，它的正确性和眞实性是不靠它的組成部分的眞实性的。

哎喲？这岂不是正确性和眞实性分家嗎？我們已經肯定了就乙形式說，正确性和眞实性沒有分家。現在要重复一下，就甲这一公式說，正确性和眞实性也沒有分家。甲所断定的是前后件底关系，它的正确性就是前后件关系底眞实性，它沒有断定前后件本身的眞实性。虽然如此，我們引用甲的时候，我們还是考虑它的組成部分的可能的眞实性的。抽象的公式和它的具体的运用也是統一的。不然的話，为什么还在打听一个命题的眞实性的时候，我又已經用上了甲呢？为什么在已經用上了甲的时候，我还在打听第一个命题的眞实性呢？在这里我們要指出由甲到乙不是一个簡单的公式的引用，它是一个思維认識推移过程。我从前不懂得这一点，而这是我从前的錯誤。我自己的那个例子正表示着这个推移运动。我現在还只是在甲公式那样一个考虑阶段。等到我知道了所有的白內障都可以用中医方式治疗的时候，我可能就行动起来。到了那个时候，我已經由考虑阶段到了下判断的阶段了。由甲到乙这样一个推移本身就是一个具体的思維认識过程，它是一个由比較不确定的思維认識到一个比較确定的思維认識的过程。在这个过程中甲乙都不只是形式的运用而已，它們的正确性和眞实性都是統一的。当然在具体的思維认識过程中，我們不一定是由甲到乙，有的时候是由乙到甲。在研究邏輯的过程中我們可能是由許多的乙抽出甲来的。

推論是我原来那本书的重点之一。那本书里概念和判断我都給撇开了。撇开的理由主要的就是貫彻那个錯誤的中心思想。推論我沒有撇开，我們还可以說它是那本书第一第二两部分的重点。但是，在第三部分我的兴趣又移到横写的一条一条的抽象公式上去了。关于推論还有别的錯誤，可是，比起正确性和眞实性分家这一点，它們可能是次要的。在这篇文章里我們着重地批判这个分家論。

五、关于根本就沒有归納那一部分的批判

原来的书是沒有归納那一部分的。这显然就有学术思想問題。归納一直是形式邏輯两大部分之一。在具体的思維认識过程中，我們的概念从那里来呢？判断有什么事实根据呢？推論有什么前提呢？从完整的形式邏輯說，这些都是从归納来的。归納是不能撇开的。在課堂上我从前总是讲些归納，应应景而已。开始的几年还讲得多一点，愈到后来，讲的就愈少了，甚至到五六月間才开始讲一点点归納。当然我确实沒有所謂“心得”，但是对于演繹我也沒有，然而我让演繹籠罩着整个的邏輯。理由显然不在这些地方。在本节我們要揭露这一方面的想法，提出批判。

在“邏輯”那本书里我沒有正式地提出形式邏輯的定义，非正式地提出是有的。在課堂上我經常提出这样一个說法：邏輯是研究命題与命題之間的必然关系的。这里說命題說关系显然是把蘊涵和推論都包括进去了。所說的蘊涵是必然的蘊涵，所說的推理是必然的推論。在原书的第四部分里，我指出邏輯系統要保存的是必然。这个必然的性质是怎样的呢？原书从 292 頁起，讲的就是这个必然。我把整个的邏輯看作是研究必然的科学，而必然又是原书所說的那种必然。用这样一个标准来衡量，归納就被排除到邏輯范圍之外去了。这个看法是錯誤的。我們在这里还是主要

从演繹說起。問題不是在演繹那一部分，蘊涵是否必然的蘊涵，推論是否必然的推論。就在現在我还是认为演繹的蘊涵是必然的蘊涵，演繹中的推論是必然的推論。头一个重要的問題是，必然究竟是什么样的必然。簡单地說，原书所說的必然是穷尽可能的必然，我現在还是傾向于这个看法。假如我們把这叫作必然的性质的話，我現在仍然认为它的性质就是这样。問題不在这一点上。問題是第一节里所已經提出过的：这个必然是有对的呢？是无对的呢？是相对于时間、地点、条件的呢？是不相对于时間、地点、条件的呢？正确的看法应該是承认必然的相对性、有对性。相对于时間、地点、条件的必然是具体的必然，它所包含的可能是具体的現实的可能。这样的必然一方面是相对于我們一时一地所达到的科学水平的，另一方面是相对于具体条件之下的客观規律的，这样一个看法之下的必然是客观事物的必然的反映。这样的必然是活的必然，不是死的，是辯証的必然，不是形而上学的必然。不夸大这个必然，不抹煞它的有对性。演繹中的必然，它的必然的蘊涵和必然的推論就不是和归納所能有的必然对立的。排除归納的不是科学的必然，而是形而上学的必然。批判了对于必然的这个錯誤的看法之后，排除归納的"理由"之一就不存在了。单就"邏輯"那本书沒有包含归納說，主要的問題就是这个必然問題。

关于邏輯的思想是哲学的一部分，关于归納的思想也是哲学的一部分。在別的場合上我曾經提到休謨和罗素的关于归納的言論。我不贊成他們的言論，可是，我还是受了它們的影响。現在初步地用了馬克思主义哲学这一照妖鏡，才发現他們的根本錯誤是他們否认了客观事物本来有的必然性。他們之所以否认客观事物的必然性，是因为它們都是感覚或官覚上的主观唯心論者，在他們的哲学里，根本就沒有事物（这两个字当然他們还是引用）。現象是事物的現象。本质是事物的本质。他們既然不承认事物，当然

也就不能够有現象和本质的分别，而单从感觉官覚出发，他們就只有現象了。不承认本质，也就是不承认客观事物中本来有的必然性。不承认必然性，归納是說不通的。我虽然不贊成休謨、罗素的說法，然而我也认为归納是有严重困难的。很早的时候，我对"自然齐一"的說法就有怀疑。我虽然接触到好些說法，然而这些說法当中沒有一个是滿意的，說得过去的。后来我根本就不提自然齐一了，只談归納原則。可是，对于归納原則我同样地有困难。大概在1938年，我用了唯心主义的方式"解决"了这个困难。这实在是不相干的。在别的場合上我提出了关于这一方面的批判，在这里我就不重复了。在1938年以后，我虽然在主观上"解决"了归納原則本身的性质問題，然而归納中的許多問題我仍然沒有解决。

紧接着上面所提出的必然問題就是归納推論問題。首先我就要指出我把問題簡单化了。簡单化本身就是錯誤的。归納推論不能用下面的方式代表。但是，这里只提一下而已，批判在后面。在这里我們还是用原来的方式代表归納：

甲11——乙11

甲22——乙22

甲33——乙33

⋮

甲NN——乙NN

大

概

甲——乙

上面甲11乙11……等代表归納中的例子，它們是个别的东西，数目字表示不同的时間和地点。N既表示时間地点，也表示例証的数目。最后的甲——乙表示归納的結論。主要的問題是或然問

㉒逻辑

題，是推論問題。我从前认为这个推論不可能是必然的推論。請注意这看法不是說对于一个具体的推論，我們会不会发現它不是必然的。这看法不是在归納中我們犯了錯誤与否的問題。这个看法是說，在归納推論中，或然是不能免的，推論本身就不是必然的。这又影响到最后結論中的或，这就是說甲——乙的情况也是或然的情况。我从前认为，归納推論不是必然的，归納方法所得的結論也不是必然的。首先要批判这个說法。

說归納推論不是必然的，有些什么錯誤的想法在背后呢？头一点就是上面說的那个形而上学化了的“必然”。就归納和演繹之不能脫离时空条件說，它們是一样的。可是，結合的程度很不一样。脫离了具体的时間、地点的演繹还可以騙人，脫离了具体条件的归納根本就騙不了人。那个形而上学化了的“必然”是不能引用到归納上去的。以那样的“必然”为标准，我們只能說归納推論不是“必然”的。首先，否定归納推論的必然性是有錯誤的标准在里面的。上面已經說过，結合到具体的时間、地点、条件之下的必然是根据条件不同而有不同的具体內容的必然，是具体的客观事物底具体的必然。以这样的必然作标准来衡量归納推論，我們是不是同样要否定这个推論的必然性呢？以形而上学化了的必然为标准，归納推論不可能是必然的。以具体的必然为标准，我們是否坚持它不可能是必然的呢？我覚得我們沒有任何理由来坚持它不可能是必然的。这就是說它很可能是必然的。我們应該承认，針对一时一地的具体条件和該时該地的科学水平，正确的归納推論是必然的。錯誤的推論当然是另外的問題。推論既然是錯誤的就不能是必然的。在具体的思維认識中发生錯誤的来源是很多的，主要的来源是立場、观点、方法方面的。但是，也有形式邏輯方面的。就这一方面的錯誤說，具体的錯誤究竟算在演繹帐上还是归納帐上是具体的問題。大致說来，归納要艰巨些，結論难于得到

些，自己以为已經得到时也容易犯錯誤些。在这种情况下，推論当然不是必然的。在演繹方面犯了錯誤，推論也不是必然的。不以形而上学化了的“必然”做标准的話，我們沒有理由认为归納推論一定就不可能是必然的。

可是，按照上面簡单化了的提問題的方式，归納推論确实不可能是必然的，无論所謂必然是哪一种必然。在这里我們要开宗明义地表示一下，归納不只是限于数量的集累的。它的主要問題是研究发現抓着客观事物的本质和規律。在上述問題底提出方式里，最突出的一点就是数量。例証有正有反。反面的例子只要一个，原来的概括就被推翻。（当然不一定是全面地推翻。反面的例子可能作用很大，可能导致到正确的概括，但是这是另外的問題）。正面的例証对概括是有貢献的，这种例証的数目愈多，好些人认为概括的可能性也就愈大。强調数量就牵扯到形式邏輯的矛盾。所研究的一类事物的总数目是有穷的呢，还是无穷的呢？如果是无穷的，那么正面例証的数目虽然增加，并不增加概括的可能性。在这一情况下，正反两种可能的例証底比例并沒有因正面例証的增加而有不同的估計。如果所研究的那类事物的总数目是有穷的，正面的例証的数目增加确实增加了概括的可能性。但是在这一情况下，例証增加之所以能增加概括的可能性是因为量已經不是单純的量而是带质的量，是质量相結合的量。这就是說正面例証的数目增加同时也是质底进一步的表現。归納推論从来就不是一个单純的量的問題。可是，上面問題的提法主要是从量方面提出的，这就歪曲了归納。这个歪曲了的归納推論确实不可能是必然的，无論这个必然是具体的必然还是形而上学化了的“必然”。原来肯定归納推論不可能是必然的是有两方面的歪曲的，它不只是歪曲了必然而已，而且也是歪曲了归納推論的。

归納本来不是限制到数量的，一般的教科书也沒单純搞数量

的説法。显然試驗、观察都是归納的組成部分，这些部分的重点不是数量。所要試驗，所要观察的是客观事物的形态、性质、关系、彼此之間的影响作用等等。就是寻找因果关系的方法也不是单純的数量問題。客观事实摆在我們面前，普通教科书的內容也摆在我們面前，何以仍然有人单純地强調数量呢？我当其时为什么也强調数量呢？中心理由是主观唯心論。主观唯心論者像休謨和罗素都是不承认感覚中有事物的。他們在語言中仍然利用“事物”这样的名称，但是，严格地說，他們是沒有权利引用这样的字眼的。不承认事物，也就无法分别本质現象和非本质現象。本质現象和非本质現象是就事物說的。对于現象，这些主观唯心論者只能以一种平均主义来对待它們。这是主观唯心論对客观事物的极大的歪曲。有了这样的歪曲，客观事物的固有的必然性也就被否认掉了。这对于归納的影响是头等重要的事情，这对于科学也是头等重要的事情被否认了客观事物的固有的必然性也就是歪曲了科学知識和科学眞理的性质。列宁在“唯物主义与經驗批判主义”里好些地方都曾經指出过，按照馬赫主义的說法，科学知識和宗教“經驗”是沒有什么重要的分别的。实用主义者更是如此，他們毫无隐蔽地为宗教开門，把宗教也当作好像是有科学的根据似的。这是极其反动的哲学思想，而引用到归納上去是极其反动的邏輯思想。主观唯心論者根本就不承认客观事物，就在他們所承认的感覚印象或感覚材料中，他們也不承认事物。在1940年前，我是比較模糊的，我的出发点也和休謨、罗素的出发点类似，在归納問題也跟他們走了一大节的路。我那时也认为甲11——乙11，甲22——乙22，甲33——乙33……等等中是沒有必然性的，它們既不必然地蘊涵一种概括，而概括出来的东西本身也不是必然的。这就是說，我們既不能必然地得出甲——乙，而甲——乙本身也不是必然的。既然如此，資产阶級的邏輯学家只好利用“例海战术”，只好从例証在

数量上的增加来减少概括的或然性。上面已經批判了这个办法。它是走不通的。就我个人說，这个問題是老早就提出来的。坚持走不通的路一定有思想从中作梗，而这个思想就是我当时所有的感覚上的主观唯心論，或它的殘余。

在上面我似乎表示了我的看法和休謨罗素的看法不完全一样。这当然只是大同中的小異。从唯物主义者看来，問題根本不在无关紧要的小異而在邏輯理論路綫上的大同。这个大同是什么呢？最簡单的說法是一句話：事实沒有"必然"，只有形式邏輯有"必然"。休謨是这样想的，罗素是这样想的，我也是这样想的。休謨沒有形式邏輯的教科书，罗素写了两本数学原理，可是沒有写过什么归納邏輯。受了这个影响的人慢慢地把归納排除在形式邏輯范圍之外了。我也跟着把归納排除在形式邏輯范圍之外去了。形式邏輯成为唯一研究"必然"的学問。只有形式邏輯研究"必然"，也只有研究"必然"的才是形式邏輯。如果数学是研究"必然"的，数学也是形式邏輯。归納旣然不是研究"必然"的，归納当然不是形式邏輯。这岂不是荒謬的嗎？这当然是荒謬的。但是这个荒謬性要辯証唯物主义这把照妖鏡才能照出来。当我从前有这个荒謬的想法的时候，我好像还相当"理直气壮"似的。这是可以理解的。支持这个荒謬想法的是整个的資产阶級哲学思想。总的实质就是理論脫离实际，总的追求就是脫离了实际的理論。这个总的哲学支配了关于形式邏輯的理論或学术思想。上面說的那个想法只是这个总的哲学在形式邏輯上的具体的表现而已。在这里我們又已經回到了本文开始时所提出的中心思想：把形式邏輯絕对化、无对化、形而上学化，就是让形式邏輯脫离实际。針对这一門科学說，主要的实际就是思維认識的实踐，就是具体的思維认識过程中的实际。这門科学是应当起而且也是能够起有利的作用的。我們所要求的作用是在具体的思維认識过程中起帮助的作用，帮助我們

更正确地反映客观的世界。資产阶級的邏輯学家研究形式邏輯也是有目的的。他們的目的是减少这个作用，降低这个作用。为科学而科学，为艺术而艺术都有目的，它們都是把劳动人民的武器夺归統治阶級所有，在現在就是夺归資产阶級所有。在理論脱离实际这个思想指导之下，他們夺到自己手中的形式邏輯已經不能够起什么有利的作用了，这就是說，它已經不是什么武器了。但是，那只是他們的事情而已。

对于我們来說，我們是要恢复归納本来有的地位的。它和演繹都是形式邏輯的組成部分。形式邏輯是帮助我們更正确地反映客观世界的工具之一，它是要在具体的思維认識过程中起有利作用的。演繹是否由一般到个別可能是爭論的問題，它可能是由一般到一般，由更一般一些的到比較不太一般一些的，也可能是由一般到个別的。归納总是由个别到一般。把归納从形式邏輯中排除出来，也就是把归納和演繹割裂开来。这一割裂就使得演繹成为无源之水，无本之木。在具体的思維认識过程中，进行演繹是要有认眞負責的判断作为前提的，而这样的判断来源之一就是归納。把归納和演繹割裂开来也就是斬断演繹前提的来源。在具体的思維认識过程中，演繹和归納是交織在一起的，是彼此滲透着的。在进行归納中，經常是有演繹夹杂在一起的，在进行演繹的过程中，也經常是有归納夹杂在一起的。但是，它們的性质确实不同，我們不能不分別地研究，我們不能不分別地进行科学的抽象。这是一方面。另一方面，我們更要认識到我們所得到的抽象公式是相反相成、相依为命的，它們又是有机地結合着的。沒有这样的有机結合，形式邏輯是不能够完整的。不完整的形式邏輯不能够起很大的有利作用。这也就是說，回到具体的思維认識过程中去的时候，不完整的形式邏輯是受不起思維实踐的考驗的。为了使形式邏輯这門科学完整起見，我們是要恢复归納本来的地位的。

但是，原来把归納排除出形式邏輯的范圍之外是有学术思想支持的，而这个学术思想又是和某种資产阶級的哲学分不开的。这个支配思想就是上面已經指出过的。形式邏輯是搞“必然”的，归納不是搞“必然”的，所以归納不是形式邏輯。就这样我从前硬把归納排除到形式邏輯之外去了。我們也已經指出所謂“必然”是形而上学的“必然”，是无所对的“必然”，是要不得的絕对化了的“必然”。它是和客观事物的必然，具体的必然分了家的“必然”。关于形式邏輯的这样一种学术思想是从那里来的呢？上面也已經指出这是从主观唯心主义来的。这实在就是巴克萊、休謨、馬赫哲学在形式邏輯“理論”上的表現。邏輯是和哲学纏在一起的。形式邏輯好像是离得远一点似的。其实形式邏輯也是受学术思想的支配，而关于它的学术思想又是受哲学支配的。就我从前的思想說，主观唯心論和客观唯心論的因素都有。上面說的就是明証。可是，也許有人会說，上面說的只是某种哲学而已，这是一种反駁。

我們現在研究一下这个反駁。我的形式邏輯的思想确实有上述的情况。我对于必然的看法可以追述到休謨、罗素，因此也就可以追述到主观唯心論。我歪曲了必然，这是肯定的，但是在歪曲的过程中我也是夸大了形式邏輯的形式部分的。在“邏輯”一书中，我貫彻了把形式成分，把抽象公式成分无对化、絕对化、形而上学化的思想。有这一思想的人并不只是我一个人。在20年代到30年代的10来年中我是有始作俑者的作用的，因此也是有特别的責任的。但是，一部分搞形式邏輯的人有这样的思想仍然是事实。它們确实不一定都是休謨罗素式的主观唯心論者。可是，它們的学术思想难道就沒有哲学在背后支持嗎？我认为这个形而上学的学术思想就是理論脫离实际的資产阶級哲学在形式邏輯范圍内的表現。有这个形而上学的学术思想的就是为学术而学术的人，这不是追求脫离了实际的理論又是什么呢？这不是資产阶級的理論脫离实

际的哲学又是什么呢？这个学术思想是受資产阶級哲学所支配的学术思想，它是資产阶級的学术思想。这是和我們馬克思列宁主义的学术思想完全对立的学术思想。这样的学术思想是不能够为社会主义建設服务的。它是要不得的，非批判不可的。我个人在这次批判中深深地体会到我的根深蒂固的形而上学的思想方法是和理論脫离实际分不开的。我現在深深地认識到这个理論脫离实际是資产阶級学术界最大的毒素，而在革命队伍中，它是党性不純的表現。这个思想也就从根本上否认了馬克思主义的哲学，它把了解世界和改造世界割裂开来了。了解世界既不是改造世界行动的指南，形而上学的思想方法就逃脫了哲学的严肃的責任，它就有了广大的游戏范圍，在了解世界上它也就任意附加、随便附減了。这不是資产阶級的哲学是什么呢？

六、书　后

上面我从五个方面批判了我那本形式邏輯教科书底中心思想：把形式邏輯絕对化、无对化、形而上学化，使它脫离具体的思維认識过程，使它不起帮助我們得到更正确的思維认識底作用。这个批判，无論从深度和广度說，都是很不够的。我請求旧同事能够提出批判，特别盼望青年同志能够参加，他們有一針見血的好处。

在上面的批判中，我是否抓住了要領呢？就形式邏輯底各部門說，我可能沒有抓錯，或者沒有大錯。但是就挖掘根源說，現在这个批判显然有一个根本缺点：我沒有提出客观基础問題。現在看来，我当时是不承认形式邏輯底客观基础的。这一方面的批判应該是重点之一。这个根本缺点应該克服，这一方面的批判应該补上。但是，由于篇幅的限制，只好留待将来，另找机会进行这一方面的批判。

我把忽略了这个重要問題的思想情况暴露出来。在本文开始

时的第三段里，我說："他們（資产阶級的邏輯学家）用唯心主义的世界观和认識論来搞形式邏輯，然后又用唯心主义化了的、形而上学化了的形式邏輯来推行他們的唯心主义的哲学……我个人从前搞形式邏輯也是为我的唯心主义的世界观和认識論服务的。"我当时确实否认了形式邏輯底客观基础，无論在主观上我繞了极大的弯子来自欺欺人，然而客观的事实我不能不承认。但是，我的这个否认是和我的哲学分不开的。解放前我最初写成的是大学丛书中的"邏輯"，其次是"論道"，最后是"知識論"。这只是时間上的秩序而已。就当时的思想說，我是用"論道"那样的唯心主义的世界观和"知識論"那样的唯心主义的认識論来写"邏輯"这本书的，也是用唯心主义化了的、形而上学化了的形式邏輯来推广我的唯心主义世界观和认識論的。我对于形式邏輯底客观基础底否定是有特点的。这似乎沒有大錯。

但是我是否能够跟着上段所引的話，继續地說："……我从前的唯心主义哲学底反动本质要在别的文章里揭露和批判，在本文我只是提到一下"呢？这个想法显然是錯誤的。特点固然不能忽略，共同点更是不能忽略。各种唯心主义的哲学虽然都有它們的特点，然而更重要的是它們的共同点，它們都是反对辯証唯物主义的。否认形式邏輯的客观基础虽然有不同的否认法，虽然每一否认法都有它的特点，然而它們都有它們的共同点，它們都是反对辯証唯物主义的指导的，都是反对科学的形式邏輯的。本文的批判即令沒有大錯，也是不徹底的。所批判的錯誤，就认識上的根源說，是唯心主义的形式邏輯底看法，而这个看法底主要点就是否认形式邏輯底客观基础。我以后要补上这一方面的批判。不在这方面进行批判，形式邏輯是不能够接受辯証唯物主义的指导的。

目 次

序 …………………………………………………………… 1
第一部 傳統的演繹邏輯………………………………………… 2
第二部 对于傳統邏輯的批評……………………………………69
第三部 介紹一邏輯系統……………………………………… 146
第四部 关于邏輯系統之种种………………………………… 224

序

我从前是学政治的，对于邏輯的兴趣差不多到三十岁才发生。我不仅沒有师承，而且沒有青年所容易得而中年所不大容易得到的訓练；所以兴趣虽有，而对于这一門学問，我始終覚得我是一个門外汉。預备这本书的困难也就因这感覚而增加；有时候我覚得我根本就不应該写这样一本书。

归納与演繹大不相同。我认为它們終久是要分家的，所以这本书沒有归納的部分。同时从个人方面着想，我自己在知識論方面还沒有弄出条理的时候，我不能写归納法的书。

这本书共分四部，第一第二两部或者沒有大問題。第三部介紹新式邏輯，全部分差不多完全是直抄。可是，不加語言方面的注解，不容易尽介紹的責任；加注解，又难免有錯誤，而錯誤恐怕很多。第四部所提出的問題最杂，它的可靠性的程度或者最低，而教員用它們的时候发生意見不同的地方或者最多；我們似乎可以說它的內容不是邏輯，而是一种邏輯哲学的导言。我把它列入教科书的理由，一方面是因为它討論邏輯与邏輯系統的性质，另一方面也因为它給有志研究邏輯的人們一种往下再研究的激刺。

如果教員覚得时間不够，他可以有以下的办法：

(一)取消第二部，而代之以比較簡单的批評。

(二)忽略第三部的第二第三两章。

(三)忽略第四部的任何一章或两章。

第四部的材料有好些地方重复。其所以如此者，因为不重复則选擇一章就不免遺漏許多問題。但是因为材料重复，三章皆选，又难免使讀者感覚到秩序方面的混乱。关于这一点，以后有机会，总得有很大的修改才行。

金岳霖

第一部 傳統的演繹邏輯

一、直接推論

A. 名詞。普通教科书关于名詞（Terms）的討論大約可以分为以下各节：1. 心理学或知識論方面的問題，2. 名詞的种类，3. 外延与內包的分别，4. 定义問題。因为这种討論一方面与普通教科书中的推論沒有多大的关系，教科书中的直接与間接推論大都均用符号，另一方面也与現在的邏輯沒有任何的帮助，本书特别从簡。

1. 心理学或知識論方面的問題。邏輯这一名詞在希腊本来是由 Logos 变出来的，它包含两部分，一为 Episteme，一为 Techne。前者是抽象的邏輯，后者是实用邏輯的法則。前一部分就是現在的知識論，而后一部分反变为抽象的形式邏輯。从历史方面着想，邏輯最初就与知識論混在一块。后来治此学者大半率由旧章，心理学与知識論的成分未曾去掉。自数理邏輯或符号邏輯兴，知識論与邏輯学始慢慢地变成两种不同的学問。本章既討論傳統邏輯学，也就不能不提到心理学与知識論方面的問題；但这些問題既与以下部分沒有多大的关系，我們也就不必多所討論。可是有一点我們应該注意。我們說的是邏輯学与知識論要分家。这句話或者免不了有人反对。如果反对者的理由是說事实上邏輯与知識不能分开，我們很可以同情。即以一个具体的人而論，他有物理，化学，生理，心理……等等各方面的現象，而各方面的現象事实上沒有分开来。但我們不能因为在具体的世界里，各种現象有它們的关联，我們就不应該把它們区别以为各种不同的学問的对象。物理現象

与化学现象可以混在一块，而物理学与化学仍应分家。邏輯与知識在事实上虽然联在一块，而邏輯学与知識論不能不分开。无論如何，本书遵照現在的趋势，涉及知識論与心理学的地方均特别从簡。

2. 名詞的种类。此处的名詞可以是个体的符号，可以是性质的符号，可以是关系的符号。傳統邏輯似乎注重名詞，在本条暫且从旧。名詞的种类极不一致，各种各类的标准也当然不同。

a. 以范圍的广狹为标准，有：

(一)特殊名詞——如时地人物的名字。孔子，北平，周朝……等等。

(二)普遍名詞——如人，桌子，椅子，书……等等。

(三)集体名詞——如軍，师，班……等等。

b. 以所指的为具体与否为标准，有：

(一)具体名詞——如这个桌子，那个桌子，……等等。

(二)抽象名詞——如青，紅，公道……等等。

c. 以知識层次为标准，有：

(一)感覚名詞——代表感覚現象的名詞如这本紅书，那張方桌子……等等。

(二)概念名詞——代表概念的名詞如方，圓，紅，黃，……等等。

d. 以意义的正負为标准，有：

(一)正名詞——美，好，眞……等等。

(二)負名詞——不美，不好，不眞，……等等。

e. 以意义的絕对或相对为标准，有：

(一)絕对名詞——如人，树，天，地……等等。

(二)相对名詞——如好坏，眞假，因果，左右，……等等。

其他种种的分类法，如我們再想一想，或者还可以想出許多。但以

上已經可以給我們一个印象。我們要知道这里的各种名詞与演繹方面的推論——无論旧式与新式——均沒有多大的关系。理由如下：

(甲)傳統推論中的命題均用符号，新式的系統也用符号，所以根本用不着提出此問題。

(乙)如果符号齐备运用得法，各种名詞的相干的分別，在一系統內均可以有正确的表示，而不相干的分別根本就可以不理。

3. 內包与外延的分別。这个問題比較的重要。先表示普通的分別。名詞至少有二用，一注重它的意义，一注重它的范圍之內的具体的东西。襲人对宝玉說"人总要上进才行"。这里的"人"是襲人心目中所盼望宝玉能修养得到的那样的人，而不是人类中的赵錢孙李……等等均为人的"人"。韓退之說"人其人"。这里前面的人与后面的人不同。后面的"人"是具体的，前面的"人"是韓先生以为具有儒家理想的性质的人。一名詞的定义就是那一名詞的內包，一名詞所指的具体的份子，就是那一名詞的外延。

茲以深淺二字形容內包，以广狹二字形容外延。內包有深淺，外延有广狹。在內包方面，人的意义比动物的意义深；在外延方面，动物的范圍比人的范圍广。普通均以为內包愈深則外延愈狹，內包愈淺則外延愈广。反过来似乎也可以說：外延愈广則內包愈淺，外延愈狹則內包愈深。其实外延狹，內包不必深。龙的外延非常之狹，至少比人狹，而龙的內包不必比人的內包深。凡沒有具体分子的类詞，其外延皆狹，而其內包不必深。以上內包与外延成反比率的話似乎是表示事实上的統計情形，而从事实上的統計方面着想，这句話似乎可以說得过去。

关于內包与外延的討論及笔墨官司，有一部分現在根本可以不必提及。但另有一部分現在似乎还是很重要的問題。現在仍有所謂內包邏輯与外延邏輯。主張內包邏輯的人几乎免不了以为外

延邏輯根本不是邏輯，而是算学。主張外延邏輯的人，事实上是注重算学，但他們的系統在形式方面仍是邏輯。近来还有更进一步的辯論。茲以路易斯与罗素的系統为例。路易斯的系統似乎是所謂“內包”邏輯的系統，而罗素的系統普通以为是“外延”的系統。路易斯氏对于罗素的系統的批評約有以下諸端：（1）罗素的系統与我們心目意識中的邏輯大不同，尤其是蘊涵(Implication)的意义与普通蘊涵的意义大不同，其結果是无論怎么命題差不多都有蘊涵关系，而彼此独立同时彼此一致的命題差不多沒有。（2）罗素系統中表面上虽是用方才所提到的那样奇怪的蘊涵，而其实所用的均是路易斯氏所主張的蘊涵关系。路易斯謂罗素系統中的推論其所以无毛病者在此。（3）罗素系統中一部分的思想可以容納到路易斯的严格蘊涵系統中，而路易斯系統中有一部分的思想不能容納到罗素系統中去。贊成罗素系統的人(如亚伯拉姆氏)則謂路易斯系統中的严格蘊涵关系，罗素系統中亦有，不过照罗素系統的层次发生較迟而已。亚伯拉姆氏的文章很長，詳見 Monist。总而言之，內包与外延似乎不是絕对两不能通而彼此独立的邏輯。即以“形式蘊涵”而論，这里的蘊涵关系，說它是 X 方面的外延关系固可，稍加修改說它是 ϕ 与 Ψ 的內包关系亦未尝不可。

这个問題詳細的討論起来，既費时間且費精力。它与演繹系統的关系淺，与邏輯哲学 (Philosophy of Logic) 的关系深，我們在此处不过提及而已。

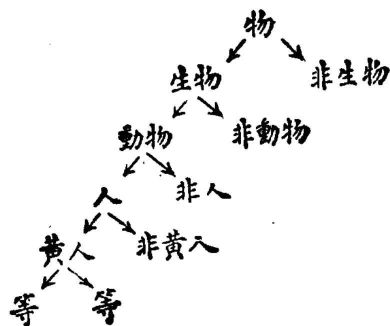
4. 定义問題。傳統邏輯里的定义問題頗为重要，但与現在的定义問題不同。茲先述傳統邏輯里的說法。这个說法大約可以分作以下部分：（1）定义之重要，（2）內包的定义，（3）外延的定义，（4）定义的規律。

a. 定义之重要。定义的重要，用不着多說。若所用的名詞其意义不定，則无談話的可能，无語言文字的可能，当然也无邏輯的

可能。“重要”两字是相对的。如果我們要思想合乎邏輯，要条理化，要一致等等，定义是不可缺的；如果我們不談邏輯，不談条理，我們也用不着定义。

b. 內包的定义。普通用定义二字时，所說的定义大都是內包的定义，因为严格的說沒有外延的定义。但在普通教科书里，內包的定义有两种，一为名义的定义，一为实质的定义；前者如“博爱之謂仁”，后者如“人是两足的动物”。一注重名詞所包含的意义，一注重名詞所代表的东西的实质。二者孰为重要，孰为靠得住，在从前曾为一辯論的問題，而在現在根本用不着討論，至少在邏輯系統范圍之內用不着討論。

c. 外延的定义。这个名詞是一时的創造，普通教科书里称为 Division，这实在是一种分类法，不过它的原則就是二分法而已。任何一比較根本的名詞，或外延較广的名詞，递分之为二，可以成一摆成三角形的名詞集团。在此三角形內有些名詞，有它的特殊的一定的位置。例如以下：



d. 关于定义之規律大約有好几条，关于Division也有規律。这許多規律中仅有一条是我們要注意的，其它都可以不理。我們所应当注意的一条，最簡单的說法，就是定义不要繞圈子。茲名整个表示定义的話为定义，被定义的名詞为左詞，定左詞的义的名詞为右詞。我們应注意的条件不过是說右詞中不能有左詞复現，或左詞不能重見于右詞。这一条是不仅傳統邏輯有此問題，現在还是有此問題。为什么有此問題呢？我們覚得这一条規律是我們所应遵守的，

但理由可不容易說。普通有两个理由，現在因演繹邏輯系統化之后又加上第三个理由。

(一)知識方面的先后問題。我們对于一名詞覚得要下定义时，或者我們不知道它的意义，或者他的意义不清楚，右詞的职責就是使我們知道左詞的意义，或使左詞的意义清楚。如果左詞重現于右詞，則右詞不能尽它的职責。这一个理由似乎是最普通的理由。

(二)无量推进而无止境的問題。如果右詞包含左詞，或左詞重現于右詞，而右詞的职务在定左詞之义，則右詞本身之义未定，如果第一个右詞本身的义未定，則須求助于另一定义，但第二定义中的右詞的情形与前一样。如此类推永无止边，那就是說定义根本就不能实現。

(三)演繹邏輯系統化之后，除知識方面的先后外尙有系統方面的先后。每一系統有它的演进的层次。在一系統中之定义，右詞均已曾見于那一系統而左詞則尙未发現于那一系統。在系統的演进层次方面，右詞在前，左詞在后。如左詞重現于定义之右詞，則右詞在那一系統中仍为一未发現之名詞。以一尙未发現的名詞去定一尙未发現的名詞的义，当然办不到。

以上的討論根据于定义不要繞圈子的規律，但这問題还有許多旁的問題夹杂在里面。所謂左詞不能重現于右詞，是整个的左詞呢？还是只要与左詞有关系的名詞均不能重現于右詞呢？还是左詞的部分均不能重現于右詞呢？定义不能繞圈子，可是事实上能不能免繞圈子呢？如果百科全书代表人类的思想，百科全书免不了繞圈子，則我們的思想也免不了繞圈子。如果定义从大的方面广的方面不能不繞圈子，而在狹的方面又不能繞圈子，則問題不是任何圈子都不能繞，而是多么小的圈子不能繞。关于定义問題以后还要提出，但方才所說的这一层以后不再討論。

B. 命題。傳統的邏輯討論命題的时候常常是討論判断。因此

有一部分的思想是心理学与知識論方面的思想。以下的討論不限于狹义的傳統邏輯。茲分为四部分：(1)心理方面的討論，(2)主宾詞式的命題，(3)命題的各种分类法，(4)以量与质为标准的各种分类法。

1. 心理学与知識論方面的問題，在作者个人是最不容易着笔的問題。最大的关鍵似乎是把邏輯里的命題当作知識論里的判断。判断离不了心理，离不了历史的背景，离不了一时一地的环境。既然如此，則討論命題的时候，演繹系統之外的問題也就不能不連带提出討論。但其所以如此者，因为最初的邏輯本来就有知識論在內。談名詞就談到官覚与感覚，談命題就談到判断，愈注重在求知識的实际上的应用，愈不能得抽象的进步，愈注重实质，愈忽略形式；其結果是形式方面的对与不对的問題无形之中变成了眞与不眞的問題。本书对于此問題特别从略。

2. 主宾詞的命題：傳統邏輯里的命題都是主宾詞式的命題。所謂主宾詞式的命題者可以用「"甲"是"乙"」的形式代表。此中"甲"与"乙"均代表名詞，而二者之間有"是"字以为联系。"甲"即是主詞，"乙"即是宾詞。此等名詞实由印度欧罗巴各种文字的文法中借来。从习于这一支派文字的人的眼光看来，这个形式当然是非常之普遍。在語言文字既为普遍，在邏輯也容易視为普遍。其結果是傳統邏輯的命題都是具这种形式的命題。

希拉文字也是这一支派的文字，希拉的思想也就受这一支派文字的影响。文字方面的通式既是主詞与宾詞的关联，事物方面的普遍情形也就变成了本质与屬性的綜合。所謂判断不过是表示某种本质有某种屬性而已。在傳統邏輯里，命題既与判断分不开，判断既表示某本质有某屬性，命題也就是某一主詞与某宾詞的关联。

别的理由或者还不少，但主宾詞的形式既为命題的普遍形式，

傳統邏輯一方面范圍狹，另一方面又混沌。从范圍方面說，表示关系的命題就发生困难。“A 比 B 长，B 比 C 长，所以 A 比 C 长”这样的推論在三段論的推論中就发生問題。此推論是很明显地靠得住，可是它不守三段論式法，而其所以不守三段論式法者是因为这个推論中的命題根本就不是主宾詞式的命題。即强为解釋成主宾詞式的命題，它們的推論仍違三段論式的規律。把命題限制到主宾詞式，其不遵守此式者傳統邏輯无法应付。

另外一方面因把命題限制到主宾詞式，傳統邏輯又太混沌。“甲是乙”这命題中之“是”字，其意义非常不清楚。兹特以最普通的“All men are mortal”为例。此命題至少可以有以下不同的意义：

a. 把主宾詞均視为类詞，“是”字表示两类的包含关系，如此則此命題的意义是“人”类包含在“有死”类之中。

b. 把主詞代表具体的个体，而宾詞代表类詞，“是”字表示什么样的个体屬于“有死”类，如此則此命題等于說“赵錢孙李……等等”均是有死类的份子。份子与类的关系与类与类的关系根本不同，这一层以后再要提出說明。

c. 把主詞視为具体的东西而宾詞視为屬性，“是”字表示宾詞所代表的屬性可以形容主詞所代表的东西，如此，則此命題說“具体的人”有“有死”的屬性。

d. 把主詞与宾詞視为两种概念，“是”表示两概念之关系，而此命題之意义是“人”概念在“有死”的概念之中。这个等于說，无論有人与否凡能以“人”概念去形容的东西，也是能以“有死”概念去形容的东西。“是”表示无条件的两概念的当然关系。

e. 以主詞的存在为条件而宾詞或为概念，或为类詞，或为表示屬性的名詞。如此則此命題在此条件滿足之下才有意义，不然无意义。“是”字表示在相当条件之下的一种一定的情形。

f. 以主詞的存在为事实而宾詞如（e）条所述。如此，則此命題

表示事实，"是"字表示一种实然的情形。

g. "All"这一字可以当作"所有已往及現在的"的解釋，則此命題中的"是"有"已經是"与"仍是"的两意义，以后怎样則不曾說起。

h. "All"这一字可以当作"所有已往，現在及将来的"的解釋，則此命題的"是"字无时間的限制。

i. "All"这一字也可以当作一集团的解釋，但大都不至于有此解釋。可是如果用此解釋，則"是"字的意义又与以上的不同，而在此解釋之下，又有各种不同的意义可能。

无論如何，即此两端已經表示邏輯中的命題不能限于主宾詞式的命題，而傳統邏輯有此限制。

3. 命題的各种分类法。命題的分类有与名詞的分类一样的地方；有各种不同的标准，也有各种不同的分类法，而同时彼此也可以相容。

a. 如以层次为标准，我們可以有：

(一)初級命題。　如：礼义廉耻，国之四維。

(二)次級命題。　如：管子說，礼义廉耻，国之四維。

前一命題所注重的是礼义廉耻究竟是不是国之四維，而后一命題严格的說来注重在管子說了这句話沒有。如此类推，可以有三級命題，四級命題等等。此处之所謂初級是相对的，我們可以把它改成 n 級，如此則次級为 n+1 級。

b. 以命題之簡单与复杂为标准，我們有：

(一)簡单命題。　如：李先生在教育部做事。

(二)連合命題。　如：李先生在教育部做事，同时在学校教书。

(三)复杂命題。　如：如果李先生在教育部做事，他就不能住在广东。

c. 以命題所表示的情形的性质为标准，我們可以有：

(一)直言命题。　如：人为万物之灵。

(二)假言命题。　如：如果 x 是人，他就是万物之灵。

d. 以命题的质与量为标准，我們可以有：

(一)肯定命题。　如：李先生是学者。

(二)否定命题。　如：李先生不是学者。

(一)与(二)均从质着想。

(三)全称命题。　如：所有的中国人都有黑头发。

(四)特称命题。　如：有些中国人有黄头发。

(三)与(四)均从量着想。在此处“所有”視为“All”之譯名，“有些”視为“Some”的譯名。“All”与“Some”的意义不清楚，可是在此处不必特別提出討論。

4. 质量标准下的各种不同的分类法。在傳統邏輯，质量标准的分类法是最重要的分类，因为傳統演繹法的推論差不多全是根据于引用这种分类法的命題。但本段所举的各种分类法之中，有些不在傳統邏輯范圍之內。

a. 最老的而同时也是最普遍的就是普通教科书里 A. E. I. O. 四个命题。

(一)所有的 S 都是 P………A

(二)有些 S 是 P……………I

(三)有些 S 不是 P…………O

(四)无一 S 是 P……………E

“A”，“E”，“I”，“O”，名詞当然是有来源的，但是我們可以置之不理。我們叫它們作东西南北或上下左右亦未始不可。但既有此旧名詞，最好是仍旧。S 表示主詞，P 表示宾詞。这四个命題有时写成：

(一)SAP，　(二)SIP，　(三)SOP，　(四)SEP。

b. 以上的命題在主詞方面有量的表示，而在宾詞方面沒有量的表示。哈蜜敦（Hamilton）主張宾詞亦应有量的表示。这个主

張在从前曾經許多討論与辯論，而現在似已成邏輯学史上的陈迹。根据于此主張，哈蜜敦提出以下八个命題。

(一)所有的S是所有的P

(二)所有的S是有些P

(三)有些S是所有的P

(四)有些S是有些P

(五)任何S不是任何P

(六)任何S不是有些P

(七)有些S不是任何P

(八)有些S不是有些P

c. 温約翰(Venn)以种种理由贊成以上的主張，而不贊成以上八个命題的办法。他贊成以质量为标准而分别以下五个命題：

(一)所有的S是所有的P

(二)所有的S是有些P

(三)有些S是所有的P

(四)有些S是有些P

(五)无一S是任何P

d. 前几年辞世的約翰生(Johnson)似乎主張把主詞与宾詞均視为形容詞，而傳統的A,E,I,O因此具以下的形式：

(一)"A"　凡是S者均是P

(二)"E"　无是S者是P

(三)"I"　有是S者是P

(四)"O"　凡是S者不均是P

e. 賴德弗兰克林(Ladd-Franklin)与沈有乾先生均贊成以下比較复杂的八个命題：

(一)无一S是P

(二)所有非S均是P

(三)无一非S是P

(四)所有的S均是P

(五)所有的非S不均是P

(六)有些S是P

(七)所有的S不均是P

(八)除S之外有些是P

在以质量为标准的范圍之內，这八个命題的意义比以前的均精确，范圍也比以前的为广，同时彼此的关系也相当的复杂。

C. 直接推論中之对待关系。所謂直接推論者即是不用第三命題的媒介，在两命題中由一而推論到其二。傳統邏輯中的直接推論有两部分，一即命題的对待关系，一为換质換位两法及其变态的推論法。本段仅提对待关系。討論的层次如下：1. 各关系的定义，2. 傳統邏輯教科书中的对待关系，3. 各种不同解釋下的各种不同的对待关系。

1. 各种关系的定义。

a. 反对（Contrary）。两命題①有反对的关系，如果

(一)可以同时假；

(二)不能同时眞；

(三)由一命題之眞，可以推論到第二命題之假；

(四)由一命題之假，不能推論到第二命題之眞或假。

b. 下反对的关系（Sub-Contrary）。两命題有下反对的关系，如果

(一)可以同时眞；

(二)不能同时假；

(三)由一命題之假，可以推論到第二命題之眞；

---

① 这里說"两命題"实在不妥当，比較妥当一点的說法是：两命題形式有同时假的值（Values）而无同时眞的值，則此两命題形式有反对的对待关系。

（四）由一命题之眞，不能推論到第二命題之眞或假。

c. 矛盾的关系 (Contradictory)。两命題有矛盾的关系，如果

（一）不能同时眞；

（二）不能同时假；

（三）由一命題之眞，可以推論到第二命題之假；

（四）由一命題之假，可以推論到第二命題之眞。

d. 差等的关系 (Sub-alternate)。两命題有差等的关系，如果一为全称一为特称，而

（一）可以同时眞；

（二）可以同时假；

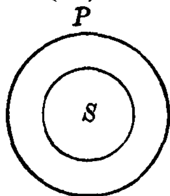
（三）如全称为眞，則特称亦为眞，全称为假，特称不定；

（四）如特称为眞，全称不定，特称为假，全称亦为假。

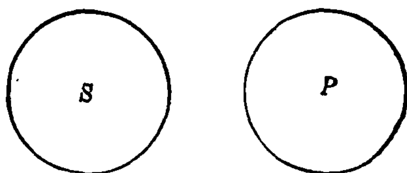
2. 表示命題的图形。

a. 在教科书里，有以图形表示命題的方法。图形的确有助于我們对于命題的了解。普通用的图形似乎是两个圈。方法如下：

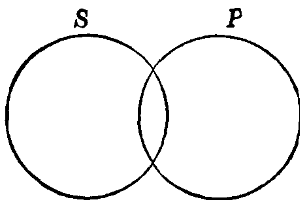
（一）SAP



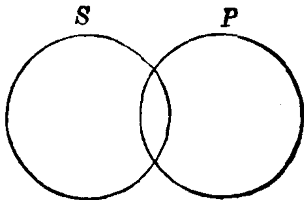
（二）SEP



（三）SIP

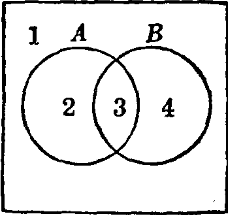


（四）SOP

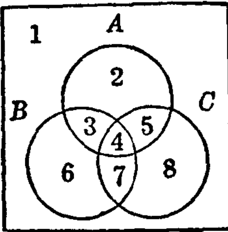


b. 本书所用的方法也是老方法。在未画图之前，我們应先認

几句关于二分法的話。如果有一名詞 A 用二分法后，就有另一名詞非 A，兹以 $\overline{A}$ 表示之。如果有两名詞 A,B，用二分法后，就有四名詞，AB，A$\overline{B}$，$\overline{A}$B，$\overline{A}\overline{B}$。如果有三名詞 A,B,C，用二分法后，就有八名詞，ABC，AB$\overline{C}$，A$\overline{B}$C，$\overline{A}$BC，A$\overline{B}\overline{C}$，$\overline{A}\overline{B}$C，$\overline{A}$B$\overline{C}$，$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$。命題同样。說以 A,B 为例，我們可以画图形如下：



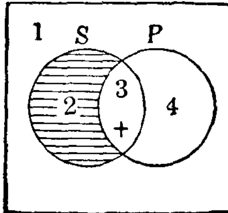
此中 1 为 $\overline{A}\overline{B}$，2 为 A$\overline{B}$，3 为 AB，4 为 $\overline{A}$B。設有 A,B,C 三名詞，其图形如下：



此中 1 为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$，2 为 A$\overline{B}\overline{C}$，3 为 AB$\overline{C}$，4 为 ABC，5 为 A$\overline{B}$C，6 为 $\overline{A}$ $\overline{B}\overline{C}$，7 为 $\overline{A}$BC，8 为 $\overline{A}\overline{B}$C。此图在三段論或常用，在直接推論中只要上面那图形。

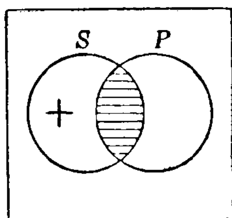
c. 兹以图表示 A,E,I,O。

(一)SAP



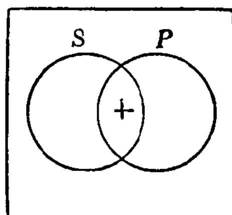
此图表示有SP，沒有S$\bar{P}$，"+"表示有，"="表示沒有。关于有SP这一层，以后的討論尙多。第四格之$\bar{S}$P究竟有否，此图沒有表示，这一层比以上两圈的办法高明得多。总而言之，此图表示在代表P的那个圈子范圍之外沒有S，这也就是表示所有的S都是P。

(二)SEP



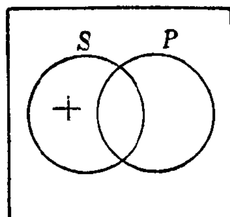
此图表示沒有SP，那也就是表示沒有S是P。

(三)SIP



此图表示有SP，那就是說有S是P。至于有不是P的S或不是S的P与否，此图无表示。

(四)SOP



此图表示有S$\bar{P}$，那就是說有不是P的S或有S不是P。至于有是P的S或不是S的P与否，此图无表示

3. 傳統教科书中的对待关系。

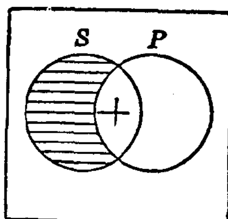
a. (一)A与E的关系为反对关系。"所有的S都是P"与"无一S是P"这两个命題不能够同时是眞的；这一层显而易見，如不

能見，似乎沒有好法子表示。它們可以同时假；这层很容易知道，只要有一部分的 S 是 P，一部分不是，則 A 与 E 俱假。既不能同时眞，則如 A 是眞的則 E 是假的，E 是眞的則 A 是假的。但既可以同时假，則 A 是假的，E 可以是眞的也可以是假的；E 是假的，A 可以是眞的也可以是假的。

(二)玆以图表示：

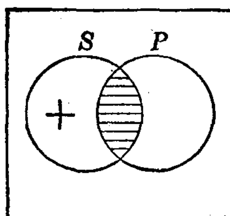
SAP…………眞→

SEP…………假→



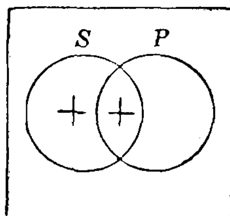
SAP…………假→

SEP…………眞→



SAP…………假→

SEP…………假→



此以上表示 A 与 E“不能”同眞，可以同假，一眞則另一必假，一假則另一不定。此情形滿足反对的定义。

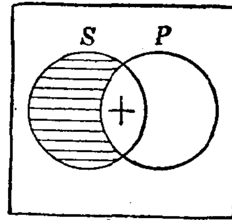
b. (一)I 与 O 的关系为下反对的关系。“有些 S 是 P”与“有些 S 不是 P”——“有些”二字的范圍可以寬到“所有”——可以同时眞，只要一部分的 S 是 P，一部分 S 不是，这两命題很容易知其

可以同时眞。可是它們不能同时假。这一层与“有些”的范圍有关，如果“有些”的范圍寬到“所有”的范圍，即令所有的S是P，这两命題之中仍有一眞，所以它們不能同时假。既然如此，由假可以推眞，由眞不能推假。

(二)兹以图表示

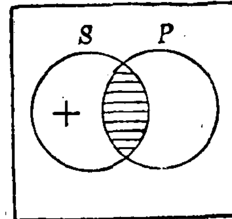
SIP………… ——眞→

SOP…………——假→



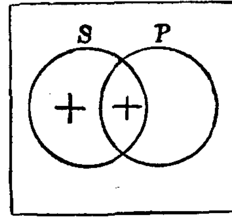
SIP………… ——假→

SOP…………——眞→



SIP………… ——眞→

SOP…………——眞→



以上表示I与O可以同眞，“不能”同假，一假則另一必眞，一眞則另一不定。所以I与O为下反对。

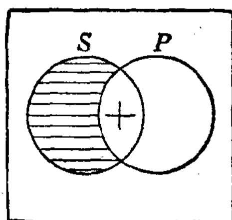
c. (一)A与O，E与I的关系为矛盾关系。兹以A与O为例：“所有的S是P”与“有些S不是P”，这两命題彼此互相否认。“有些S不是P”等于說“不是所有的S是P”。既然如此，則在二分法情形之下，它們不能同时眞，也不能同时假；由眞可以推假，由假也

可以推眞。E与I的关系同样。

(二)兹以图表示：

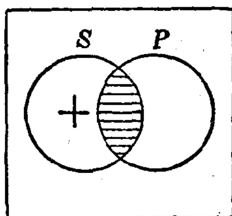
SAP…………——眞→

SOP…………——假→



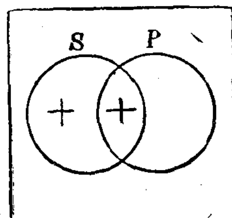
SAP…………——假→

SOP…………——眞→



SAP…………——假→

SOP…………——眞→



此图表示A与O"不能"同眞也"不能"同假，一为眞另一为假，一为假另一为眞。它們是矛盾的命题。E与I同样。

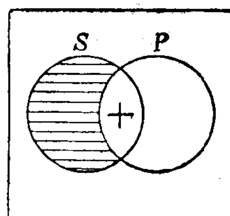
d.(一)A与I,E与O的关系为差等的关系。兹以A与I为例，"所有的S是P"与"有些S是P"，此两命题一为全称，一为特称。全称与特称都可以眞，如全称为眞，特称亦眞，特称不过是限制稍低的命题而已。如果事实上无一S是P，則此全称与特称均假，所以可以同时假。但全称为假时，特称不必就假，高限度的話虽不能說，低限度的話不見得就不能說。由特称的眞不能推到全称的眞，低限度的話虽能說，高限度的話不見得就能說；可是特称

为假时，全称亦为假，低限制的話不能說时，高限度的話也不能說。

(二)玆以图表示：

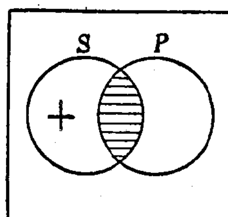
SAP…………——眞→

SIP………… ——眞→



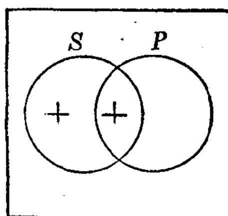
SAP…………——假→

SIP………… ——假→



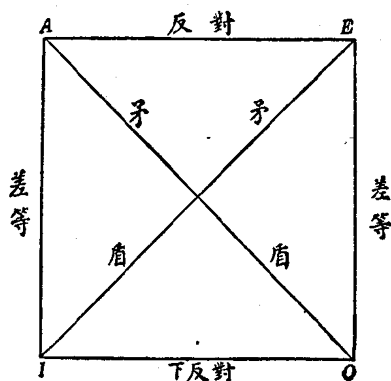
SAP…………——假→

SIP………… ——眞→



此图表示 A 与 I 可以同眞，亦可以同假；I 眞則 A 可眞可假，I 假則 A 假；A 眞則 I 眞，A 假則 I 可眞可假。它們的关系为差等；E 与 O 同样。

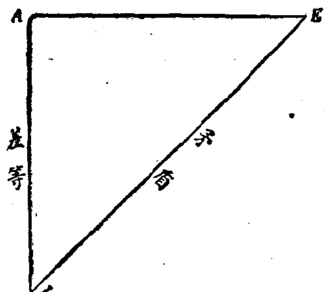
普通以下图表示 A, E, I, O 的关系：



4. 以上表示 A, E, I, O 在事实上有那样的对待关系，現在我們要看看这些关系是否一致。我們似乎不能假設任何其

它两对待关系以証明A与O，E与I为矛盾的命题，但如果我們假設A与O,E与I为矛盾命題，及其它任何一对待关系，可以証明其余的对待关系。

a.兹假設E与I为矛盾，A与I为差等，証明A与E为反对。



(一)E与I既为矛盾，E假则I眞；A与I既为差等，I眞则A不定；所以E假則A不定。

(二)E眞則I假，I假則A假，所以E眞則A假。

(三)A假則I 不定，I不定則E不定；所以A假則E不定。

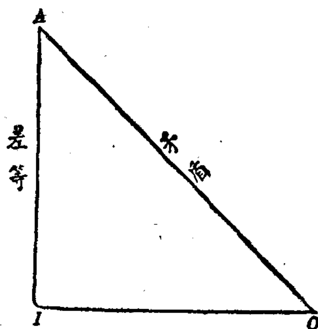
(四)A眞則I眞，I眞則E假；所以A眞則E假。

(五)A眞則E假，E眞則A假；所以AE不能同眞。

(六)A假則E不定，E假則A不定；所以AE可以同假。

(七)所以AE的对待关系为反对的对待关系。

b.兹假設A与O为矛盾，A与I为差等，証明I与O为下反对。



(一)A与O既为矛盾，O眞則A假；A与I既为差等，A假則I不定；所以O眞則I不定。

(二)O假，則A眞；A眞，則I眞；所以O假則I眞。

(三)I眞，則A不定；A不定，則O不定；所以I眞則O不定。

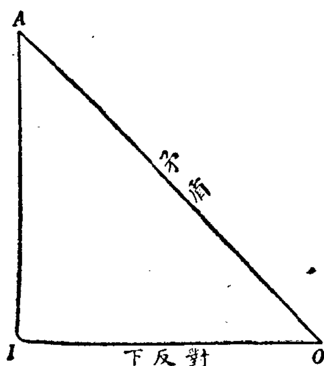
(四)I假，則A假；A假，則O眞；所以I假則O眞。

(五)由眞不能推假，所以I与O可以同眞。

(六)由假可以推眞，所以I与O不能同假。

(七)所以I与O的关系为下反对的关系。

c. 兹假設A与O为矛盾，I与O为下反对，証明A与I为差等。



(一)I与O既为下反对，I假則O眞；O与A既为矛盾，O眞則A假；所以I假則A假。

(二)I眞，則O不定；O不定，則A不定；所以I眞則A不定。

(三)A假，則O眞；O眞，則I不定；所以A假則I不定。

(四)A眞，則O假；O假，則I眞，所以A眞則I眞。

(五)(一)条表示A,I,可以同假。

(六)(四)条表示A,I,可以同眞。

(七)A与I的对待关系为差等的对待关系。

D. 直接推論中之換质与換位。換质与換位至少有一部分是語言方面的問題；例如換质“凡S皆是P”与“无S是非P”，用布尔(Boole)的符号表示，都是“$S\bar{P}=O$”，或如換位“有些S是P”与“有些P是S”，用布尔的符号表示，都是“$SP>O$”，因为“$SP>O$”与“$PS>O$”相等。在这一部分的直接推論中还有推論如Partial contraposition, Full contraposition, Partial inversion, Full inversion等，但基本的变换还是換质与換位。本节的討論分以下各部分：1. 換质与換位的定义，2. 換质換位中所发生的問題。

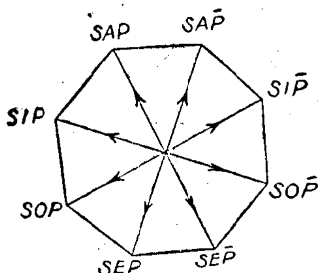
1. 換质与換位的定义。

a. 換质的定义。所謂換质就是改換宾詞的质(正与反)以相反的語言表示一与原来命題意义相同的命題。此中有极大問題；最根本就是換质法能說得通否？由一包含正宾詞的正命題在甚么条

件之下才能变成一包含反宾詞的否定命題？反正名詞的意义与范圍及肯定与否定命題的意义与范圍等等。但在此我們均不提及。我們假設換质法説得通。茲举例如下：

(一)SAP	換质到	$SE\bar{P}$
(二)SIP	換质到	$SO\bar{P}$
(三)SOP	換质到	$SI\bar{P}$
(四)SEP	換质到	$SA\bar{P}$

以上由 SAP 換质到 $SE\bar{P}$ 等，均是由一有正宾詞的命題換成一有反宾詞的相反命題。茲以图表示之：



此图表示換质是对称的，不但SAP可以換质到 SEP，$SE\bar{P}$ 也可以換质到 SAP。

b. 換位的定义。換位是改換主詞与宾詞之位置而得一由原来命題所能推論得到的命題。此处説"得一由原来的命題所能推論得到的命題"，因为換位后的命題与原来的命題不必相等。它們既不必相等，則換位不是对称的。茲称原来的命題为原位命題，換位后的命題为換位命題。

(一)換位的規律。

(甲)在原位命題未周延之名詞，在換位命題亦不得周延。(周延二字的意义最好以例表示。A 的主詞周延，宾詞不周延；1 的主宾詞均不周延；O 的主詞不周延，宾詞周延；E 的主宾詞均周延。詳見三十頁)。

(乙)原位命題与換位命題的质須一样。

(二)換位的种类。

(甲)簡单的或无限制的換位，如 SIP 換到 PIS。

(乙)有限制的，如由 SAP 換到 PIS。

(三)A, E, I, O 的换位：

SAP	换到	PIS
SIP	换到	PIS
SOP	不能换	
SEP	换到	PES

SOP 之不能换位者，其理由已見于换位的規律。如果把 SOP 换位到 POS，則在原位命題之 S 未周延而在换位命題的 S 周延，所以有違第一規律。如果把 SOP 换位到 $\bar{P}IS$ 則第一規律虽遵守，而原位命題为否定换位命題为肯定，其质不同，所以有違第二規律。結果是 SOP 不能换位。

c. 换质换位 (Contraposition) 的定义。先换原来命題之质，再换换质命題之位，其結果即为换质换位之命題。或者說反原来命題之宾詞以之为主詞所得的命題即为原来命題之换质换位的命題。

(一)换质换位之种类：

(甲)不完全的，如 $SAP \rightarrow \bar{P}ES$。

(乙)完全的，如 $SAP \rightarrow \bar{P}A\bar{S}$；

(二)A, E, I, O 的换质换位：

原命題	不完全	完全的换质换位
SAP	$\bar{P}ES$	$\bar{P}A\bar{S}$
SIP	——	——
SOP	$\bar{P}IS$	$\bar{P}O\bar{S}$
SEP	$\bar{P}IS$	$\bar{P}O\bar{S}$

(三) SIP 沒有换质换位的命題，因为换质后 SIP 变成了 $SO\bar{P}$，而 $SO\bar{P}$ 不能换位。既不能换位当然就不能有换质换位的命題。所謂完全的换质换位，不过是把不完全的换质换位再换一次质而已。此足以表示这里的第三种直接推論仍不过是第一与第二两种連接推論的引用而已。

d. Inversion，此不知如何翻譯才好，或者說反原来命題之主詞以之为主詞，而所得的新命題即为原来命題的 Inverse 命題。

(一)Inversion 也有：

(甲)完全的，如SAP→$\bar{S}I\bar{P}$；

(乙)不完全的，如 SAP→$\bar{S}OP$。

(二)A，E，I，O，的 Inversion：

原来命題	完全的	不完全的 Inversion
SAP	$\bar{S}I\bar{P}$	$\bar{S}OP$
SIP	——	——
SOP	——	——
SEP	$\bar{S}O\bar{P}$	$\bar{S}IP$

SEP 的 Inverse 須先从换位起才能得到，SEP 换位后得 PES，PES 换质后得 PA$\bar{S}$，PA$\bar{S}$ 再换位得 $\bar{S}IP$，此即不完全的 Inverse，$\bar{S}IP$再换质得 $\bar{S}O\bar{P}$，此即完全的 inverse。

e. 傳統邏輯的换质换位可以总結如下：(此見威連約翰生的邏輯书中，不过符号稍有更改而已。)

	A	E	I	O
原命題	SAP↓	SEP↓	SIP↓	SOP↓
换质命題	SE$\bar{P}$↓	SA$\bar{P}$↓	$\underline{SO\bar{P}}$	SIP↓
不完全换质换位命題	$\bar{P}$ES↓	$\bar{P}$IS↓		$\bar{P}$IS↓
完全换质换位命題	$\bar{P}A\bar{S}$↓	$\underline{\bar{P}O\bar{S}}$		$\underline{\bar{P}O\bar{S}}$
完全 Inverse	$\bar{S}I\bar{P}$↓	$\bar{S}O\bar{P}$↑		
不完全 Inverse，	$\underline{\bar{S}OP}$	$\bar{S}IP$↑		
换位换质命題	PO$\bar{S}$↑	PA$\bar{S}$↑	$\overline{POS}$↑	
换位命題	PIS↑	PES↑	PIS↑	
原命題	SAP	SEP	SIP	$\overline{SOP}$

此中有换位换质命題，上面所未曾談到。此不过是先换位后

换质的命题，与换质换位命题的不同之处在质位更换的先后而已。

2. 换质换位的推論問題。换质换位很早就发生問題。有人曾經說过：SAP 之 P 不周延，而 SAP 所推論出来的 $\bar{S}$OP 之 P 則周延，由一不周延的 P 居然推論到周延的 P，推論层次中必有毛病。对于此問題鏗因斯(Keynes)早就提到"存在"問題。現在則整个的推論靠得住与否都发生問題。玆特从以下諸点着想。

a. 設有以下两命題："SAP" 与 "$\bar{S}$AP" 它們的关系是甚么关系呢？这問題看起来簡单，可是从傳統邏輯的推論方面着想，它是不容易得答案的問題。

(一)SAP　　可以换位到 PIS；

　　$\bar{S}$AP　　可以换位到 PI$\bar{S}$ 而 PI$\bar{S}$ 又可以换质到 POS。

PIS 与 POS 在对待关系推論中有下反对关系。SAP 虽不与 PIS 相等，$\bar{S}$AP 虽不与 POS 相等，而由 SAP 既可以推論到 PIS，由 $\bar{S}$AP 既可以推論到 POS，同时 PIS 与 POS 有下反对的关系，我們可以問 SAP 与 $\bar{S}$AP 的关系是否下反对的关系，那就是說它們是否不能同时假？

(二)SAP　　可以换质到 SE$\bar{P}$，再换位到 $\bar{P}$ES；

　　$\bar{S}$AP　　可以换质到 $\bar{S}$E$\bar{P}$，再换位到 $\bar{P}$E$\bar{S}$，而 $\bar{P}$E$\bar{S}$ 又可以换质到 $\bar{P}$AS。

$\bar{P}$AS 与 $\bar{P}$ES 两命題的关系在对待关系中是反对的关系。此处与(一)条所說的又大不相同，SAP "等" 于 $\bar{P}$ES 而 $\bar{S}$AP "等" 于 $\bar{P}$AS。$\bar{P}$ES 与 $\bar{P}$AS 既为反对的命题，我們似乎可以問 SAP 与 $\bar{S}$AP 是否是反对的命題呢？它們是否不能同时眞呢？如从(一)条它們不能同时假，如从本条它們又不能同时眞。究竟它們的关系是怎样的关系呢？

(三)由 SAP 可以推論到 $\bar{S}$OP，而 $\bar{S}$AP $\bar{S}$OP，在对待关系中，有矛盾的关系。那么 SAP 与 $\bar{S}$AP 是否也有矛盾的关系呢？如果

它們矛盾，它們旣不能同时眞，也不能同时假。这样說来，旣不反对，也无下反对的关系。SAP 与 $\bar{S}AP$ 照以上說法，可以有三种不同的关系。那一种說得过去，那一种說不过去呢？这里的問題不仅止于推論的靠得住否，一致否，同时也还有反主詞的意义問題。这个問題很麻煩，本书不提出討論，本书只限于直接推論之靠得住否。

b. 設 SAP 代表“所有的人是宇宙的份子”，$\bar{S}AP$ 代表“所有的非人是宇宙的份子”。这两个命題似乎沒有毛病，它們同时是眞的。宇宙的份子旣包括一切，則不仅所有的人是宇宙的份子，即所有的非人也是宇宙的份子。这两个命題旣然同时能眞，当然不能矛盾，也不能反对，而照以上的說法，除第一項外，SAP 与 $\bar{S}AP$ 总有冲突。

这两命題或者可以說比較的古怪，我們可以举一个近乎日常生活的命題。国內的报紙以受种种限制使讀者感覚到沒有眞实的消息。在此情形之下，如果有人說“所有的正式电报都是假电报”，“所有的非正式电报也都是假电报”，他可以說这两命題都是眞的。但照以上所說，SAP 与 $\bar{S}AP$ 似乎总是有冲突的。

这里当然有旁的問題如 S 的范圍，S 的意义等。但这問題我們可以不必提及。有一問題是与以上討論对待关系时所討論的問題一致的。此处的两例都可以說得过去，因为 SAP 与 $\bar{S}AP$ 之“P”有特別情形。这两命題中之 P 都是沒有相反的名詞，或者說“$\bar{P}$”所代表的东西不存在。在前一例，我們可以說，沒有非宇宙的份子，所以“所有的人都是宇宙的份子”与“所有的非人都是宇宙的份子”，都是眞的。在后一例，我們所要表示的就是沒有眞电报，所以“所有的正式电报是假的”而“所有的非正式电报也是假的”。从这一方面着想問題已經到存在問題上面去了。SAP 与 $\bar{S}AP$ 两命題都說得通的时候，則 $\bar{P}$ 不存在，而由 SAP 所推論得到 $\bar{P}ES$ 与由

$\bar{S}$AP 所能推論到的 $\bar{P}$AS 两命題，就有主詞存在与不存在的問題发生。这一部分的直接推論与前一部分的直接推論有同样的問題，那就是 AEIO 的解釋。但这个問題要到第二部才討論。

二、間接推論　三段論式法

以上对待关系的推論是由一命題推論到另一命題，換质与換位的推論也是由一命題推論到另一命題。在这两种推論之中，两命題之間沒有第三命題以为媒介，此所以称为直接推論。三段論式的推論是两命題用其一以为媒介而推論到第三命題。这是普通的說法。其实两前提合起来即成一命題，由此联合起来的一命題可以推論到一結論。果如此，則所謂間接推論亦即直接推論。我們現在旣討論傳統邏輯的推論，最好暫仍旧說。

三段論的推論是已經有三名詞而同时是以主宾詞式的两命題为前提，推論到它們所蘊涵的第三主宾詞式的命題，而以此第三命題为結論的推論。三段論并不仅是由两前提推出一結論。A 比 B 长，B 比 C 长两前提，能得一 A 比 C 长的結論，但这不是三段論。第一理由是这三个命題都不是主宾詞式的命題，第二理由是此三命題之中不只有三个名詞。以下的討論分以下各部：A，关于三段論所用名詞，B，三段論式的規律，C，三段論式之格，D，三段論式之式，E，連环式等。

A. 关于三段論式所用名詞。

1. 玆以右式为例：所有的人都是有理性的

　　孔子是人

　　孔子是有理性的

a. “大詞”是結論的宾詞，此例中“有理性的”是大詞。

b. “小詞”是結論的主詞，此例中“孔子”是小詞。

c. “中詞”是結論所无而两前提所共有的媒介詞，此例中“人”

是中詞。

d. 三段論有两前提：具大詞之前提为大前提，具小詞之前提为小前提。

2.“周延”。命題的范圍有涉及主賓詞的全体者，有仅涉及主賓詞之部分者；涉及部分时有坚决的表示一部分者，有含糊地表示一部分者。兹以 A, E, I, O 的主賓詞說明：

所有的 S 都是 P

有些 S 是 P

有些 S 不是 P

无一 S 是 P

A 命題涉及全体的 S，可是仅涉及部分的 P。此处所謂部分的 P 是說 A 命題究竟涉及全体的 P 或部分的 P，我們不能决定，我們只得从低的限度說仅涉及部分的 P。I 命題說一部分的 S 是一部分的 P，可是什么部分，与部分的多少均未說出。O命題說一部分的 S 不是P。从 S 方面着想，我們不知道是全体或部分，或那一部分；但从 P 方面着想，有一部分的 S，无論那一部分，不是 P。在 S 方面范圍含糊，而在 P 方面范圍坚决。E 命題涉及 S 与 P 的全体，毫无含糊的情形。A E I O 这四个命題之中，A 的 S，O 的 P，E 的 S 与 P，均称为周延的名詞；而 A 的 P，I 的 S 与 P，O 的 S，均称为不周延的名詞。兹特表列如下：

	主詞	賓詞
SAP	周延	不周延
SIP	不周延	不周延
SOP	不周延	周延
SEP	周延	周延

周延与不周延在三段論式中非常之重要，它的規律与推論一大部分根据于名詞的周延与否。

3. 三段論式中的大詞中詞小詞一共有四个不同的摆法，每一摆法称为一“格”，例如：

中詞——大詞

小詞——中詞

小詞——大詞

每一格中有若干“式”例如AAA。（大前提，小前提，結論均为A命題）。

B. 三段論式的規律。

1. 教科书所列規律如下：

a. 在一三段論式中，不但有而且只有三名詞，即大詞，中詞，与小詞；不但有而且只有三个命題，即大前提，小前提，与結論。（这可以把它当作定义看待。）

b. 中詞在两前提中至少要周延一次。

（一）这条規律很要紧。中詞是两前提的媒介，如中詞在两前提中无一次周延，則大詞，可以与中詞之一部分发生关系，而小詞則与中詞之另一部分发生关系。

（二）如沒有（b）条的情形，則大詞与小詞的关系不能定，此关系不定，則不能得結論，因为結論不过表示大詞与小詞，因中詞之媒介，所得之关系而已。

（三）例：所有的狗都是动物

所有的人都是动物

此例中“动物”为中詞，可是旣未周延，狗可以是动物的一部分而人可以是“动物”的又一部分，狗与人的关系在这两命題范圍之內不能因中詞而定。

c. 在前提中未周延之名詞在結論中亦不得周延。

（一）在前提中周延之名詞，在結論中可以不周延。这一层在教科书中是如此的；可是如果命題的解釋改变后，此一层亦因之而

有相当的改变。

(二)大詞周延的錯誤。如大詞在前提中不周延，而在結論中周延，則有大詞周延之錯誤。茲以下例表示：

所有有理性的人均負責任

有些公民不是有理性的人

∴有些公民不負責任

此例中的結論或者是一句真話，可是不是对的結論，因为大前提只說有理性的負責，沒有說无理性的人不負責。

(三)小詞周延的錯誤，意义，情形，均与(二)条相同，亦不能得結論。

d. 两否定前提不能得結論。这一条規律，若从关系方面讲，非常之清楚，以后提及。現在我們仅說如果两前提都是否定命題，則大詞与小詞两名詞均与中詞无关，它們彼此的关系不能定。此关系既不能定，当然无結論。

e. 如果两前提中一前提为否定命題，則結論亦为否定命題；如結論是否定命題，則两前提中亦必有一否定命題。如果我們认定两肯定的前提，其結論亦为肯定，两否定的前提沒有結論，同时結論为肯定，两前提必均为肯定，則此条規律为必然的結果。

f. 两特称前提不能得結論。此条不必提出，它可以由以上的規律推論出来。

(一)如两特称前提为肯定命題，則中詞不周延不能得結論。

(二)如两特称前提为否定命題，則違第四条規律。

(三)如两特称前提中有一肯定一否定，則結論为否定命題。两前提仅有一詞周延，而此周延之名詞須为中詞；結論既为否定命題，亦必有一周延名詞。結果是大詞周延錯誤，或中詞不周延錯誤，其中必有其一。

g. 如两前提中一为特称，則結論亦为特称。可是我們須注意

两全称的前提不必得一全称的結論。那就是說如果結論是特称，两前提中不必有一为特称。

2. 对于这些規律，我們可以注意以下諸点：

a. 数目不必如此之大。有些規律如第六条可以完全由此前規律推論出来。有人以为只要一根本的原則即够，而此根本原則即亚里士多德的"dictum de omni et nullo"。此原則說，凡能形容一命題之宾詞者亦均能形容其主詞。但这似談到原則問題，而不仅只規律而已。

b. 这些規律都是普遍的，无分于三段論式之格与式。談到格时又有各格的規律。

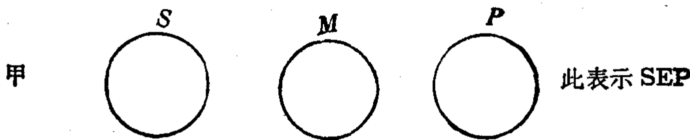
c. 有些規律可以图形表示，例如以圈代表大中小詞 P, M, S。

(一)两否定前提不能得結論。

MEP

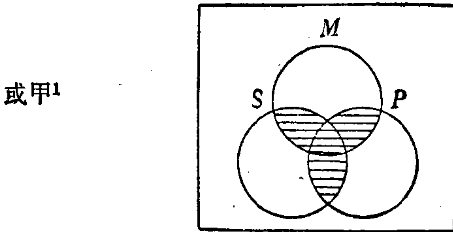
SEM　这两命題可以有以下可能：

甲

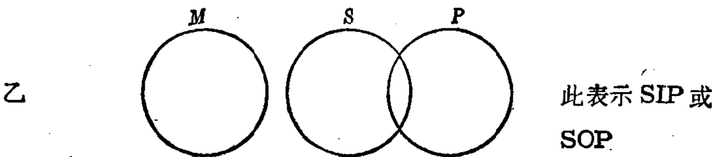


此表示 SEP

或甲[1]

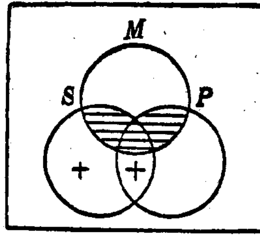


乙

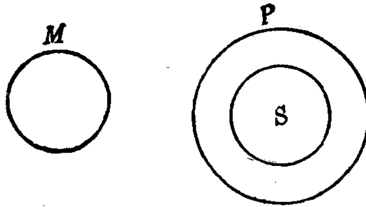


此表示 SIP 或 SOP

或乙¹

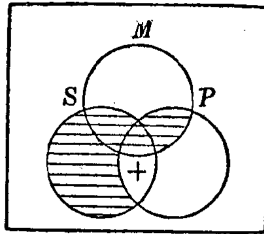


丙

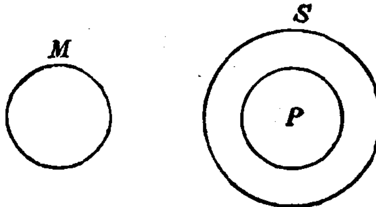


此表示 SAP

或丙¹

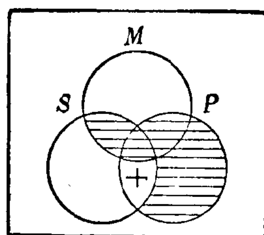


丁

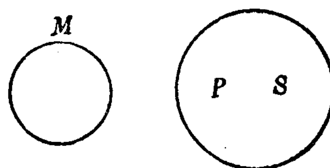


此表示 PAS 或 SIP

或丁[1]

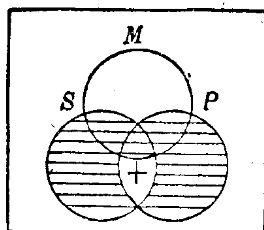


戊



此表示S与P相同

或戊[1]

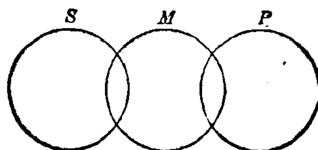


(二)两特命題不能得結論，例如：

MIP

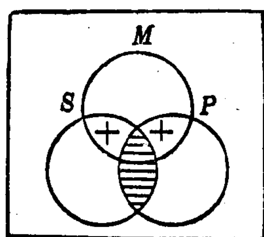
SIM 这两命題可以有以下可能：

甲

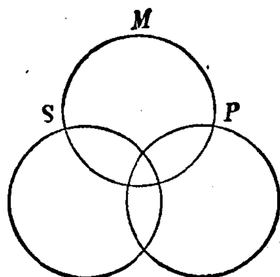


此表示SEP

或甲[1]

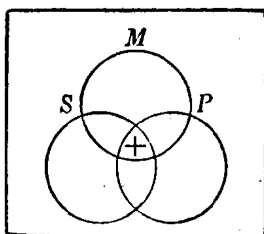


乙

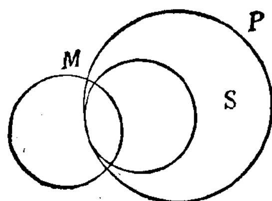


此表示 SIP

或乙[1]

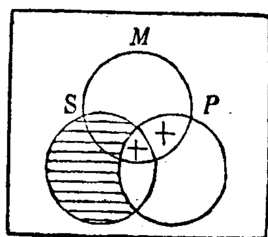


丙

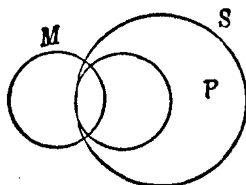


此表示 SAP

或丙[1]

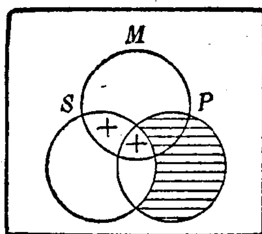


丁

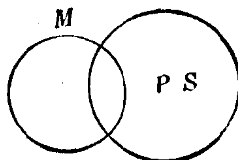


此表示 PAS 或 SIP

或丁

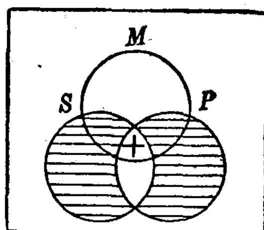


戊



此表示 P 与 S 相同

戊戌[1]



此处所謂不能得結論者，是不能得三段論式的結論。

C. 三段論式之四格。上面已經說过，所謂格者是由两前提中大，中，小詞之位置而定。簡单一点是由中詞之位置而定。格共有四，兹特分別討論。

1. 第一格。

a. 此格之形式如下：（仍以P代表大詞，M代表中詞，S代表小詞。）

M —— P

S —— M

S —— P

我們在此处要特別注意，每格的特別規律完全根据于一格的形式，完全根据于大詞，中詞，小詞之位置。如果初学者把以上普遍的規律記清楚，他一定用不着記各格的規律，他看一格的形式，他就可以推出那一格規律来。若不注意各格的形式，死記各格的規律，一方面規律記不清楚，另一方面又不能得到邏輯的訓练。

b. 第一格的規律：

（一）小前提一定是肯定命题；

（二）大前提一定是全称命题。

c. 証明：

（一）小前提一定是肯定命题。如果不是，則根据以上第五条規律結論亦为否定命题；如果結論为否定命题，則大詞既为結論之

賓詞，必为周延（因否定命題，O或E之賓詞均周延）；如果大詞在結論中周延，則根据第三条規律，在大前提亦必周延；但在此格大詞在前提中为賓詞，所以如果大詞周延，則大前提必为否定命題，結果是如果小前提为否定，則大前提亦必为否定；但根据第四条規律两否定命題不能得結論，所以小前提不能为否定命題。

（二）大前提一定是全称命題。如果不是，那就是說如果是特称命題，則中詞在大前提中既为主詞，必不周延，因为特称命題之主詞均不周延，中詞在大前提既不周延，則根据第二条規律，在小前提必須周延；但中詞在小前提为賓詞，如果周延，則小前提之賓詞既周延，小前提必为否定命題；如果小前提为否定命題，則……，同上。所以大前提必須全称。簡单一点的說法：小前提既必須肯定，則在小前提之中詞必不周延；照第二条規律，中詞既必須周延一次，則在大前提之中詞必須周延；但在此格之大前提，中詞为主詞，所以大前提必須全称，因为全称命題之主詞周延。

2. 第二格。

a. 形式：

$$\begin{array}{l} P \text{——} M \\ \underline{S \text{——} M} \\ S \text{——} P \end{array}$$

b. 規律：（因大，中，小詞之位置不同，規律亦異。）

（一）两前提中必有一前提为否定命題；

（二）大前提必为全称命題。

c. 証明：

（一）两前提中必有一前提为否定命題。在此格中，中詞在前提中均为賓詞，而根据第二条規律，中詞至少要周延一次；如果两前提均为肯定命題，則中詞不得周延，因为肯定命題之賓詞，无論A与I，均不周延；中詞不周延，不能得結論；同时根据第四条規

律，两否定命題不能得結論；所以在此格中，两前提中必有而且仅能有一前提为否定命題。

(二)大前提必为全称命題。如果两前提中必有一否定命題，則根据第五条規律結論必为否定命題；如結論为否定命題，則大詞即結論之宾詞，必为周延；如果大詞在結論中周延，在大前提亦必周延(第三条規律)；如大詞在大前提周延，而在此格大詞为大前提之主詞，則大前提必为全称，因为只有全称命題的主詞周延。

3. 第三格。

a. 形式：

M —— P
M —— S
―――――
S —— P

b. 規律：

(一)小前提必为肯定命題；

(二)結論必为特称。

c. 証明：

(一)小前提必为肯定命題。这里的推論与第一格一样，可以从簡。如果小前提为否定，則結論为否定；如結論为否定，則宾詞周延；如宾詞，即大詞，在結論周延，則在大前提亦周延；如大詞，在此格为宾詞，在大前提周延，則大前提必为否定命題；如是两前提均为否定命題，不能得結論，所以小前提必須肯定。

(二)結論必为特称。如果小前提必須肯定，則小前提的宾詞不周延；如果小前提之宾詞，即小詞，在小前提不周延，在結論亦不得周延(第三条規律)；小詞在結論为主詞，主詞不周延，則結論必为特称，因为仅特称命題的主詞不周延。

4. 第四格。

a. 形式：

P —— M

M —— S

S —— P

b. 規律：

(一)如两前提中有一为否定命題，則大前提为全称命題；

(二)如大前提为肯定命題，則小前提为全称命題；

(三)如小前提为肯定命題，則結論为特称。

c. 証明：

(一)如两前提中有一为否定命題，則大前提为全称。如前提中有一为否定命題，則結論亦为否定命題；如結論为否定命題，則宾詞周延；宾詞为大詞，如大詞在結論周延，在大前提中亦必周延；但大詞在此格为大前提之主詞，主詞周延，必为全称命題。所以如两前提中有一否定命題，則大前提必为全称。

(二)如大前提为肯定命題，則小前提为全称。如大前提为肯定命題，則宾詞不周延；大前提之宾詞为中詞，中詞必須周延一次，如在大前提不周延，在小前提必須周延；但中詞在此格为小前提之主詞，主詞周延，則小前提必为全称。所以如大前提肯定，則小前提全称。

(三)如小前提肯定，則結論为特称。如小前提肯定，則宾詞不周延；可是宾詞为小詞，所以是結論之主詞，小詞在前提不周延，在結論亦不得周延；結論的主詞不周延，則結論必为特称，因只有特称命題的主詞不周延。

D. 以上四格根据于中詞在前提之位置。中詞在前提中仅有此四种不同的位置，所以只能有此四格。历来对于此四格，有各种討論发生。例如，四格之中那一格为最"上"，而答案大都是以第一格为最"上"。又如，第四格是否可以說得通？关于第四格，問題比較的多。此处仅用約翰生(Johnson)先生的方法表示第四格之特别，

也因此表示前三格的規律可以另外方法表示出来。

茲以S代表三命題中二次为主詞的名詞，P代表三命題中二次为宾詞的名詞，C代表三命題中一次为主詞，一次为宾詞的名詞。根本原則（一）要包含两次为主詞两次为宾詞那两个名詞的命題——即“S——P”——能成任何命題。这就是說要使S——P这一命題能为A或E或I或O，毫无限制。（二）对于包含S与C的那一命題——“S——C”——間质不間量。S即为主詞，而主詞之周延与否以量定而不以质定，（全称的主詞，总是周延；特称的主詞，总是不周延。）若定S——C之量是限制“S——P”之量。所以对于S——C只能間质。（三）对于包含C与P的那一命題，——“C——P”——間量不間质。P既为宾詞，而宾詞之周延与否以质定不以量定，（否定的宾詞，总是周延；肯定的宾詞，总是不周延。）若定P之质等于限制“S——P”之质。

1. 第一格之

M——P	C——P
S——M 变为	S——C
S——P	S——P

a. 規律：

（一）小前提須肯定；

（二）大前提須全称。

b. 証明：

（一）小前提須肯定。在此格小前提为“S——C”命題，对于此命題間质不間量。小前提必須肯定，不然“S——P”一命題必为否定，“S——P”必須否定，則在质一方面不能不受限制，有違根本原則。所以小前提必須肯定，“S——P”才能不受质方面的限制。

（二）大前提必須全称。在此格大前提为“C——P”这一命題，而对于这一命題間量不間质。大前提必須全称，因为如果特称，則結論必为特称，那就是說“S——P”必为特称，而“S——P”受量的

限制。为使“S——P”不受量的限制起見，大前提必須全称。

2. 第二格之　P —— M　　　C —— P

S —— M 变为　S —— P

S —— P　　　S —— C

a. 为使“S——P”毫无限制起見，可有以下規律：

(一)結論必为否定：

(二)大前提必为全称。

b. 証明：

(一)結論必为否定。結論在此格为“S——C”这一命題，对于此命題問质不問量。从质方面着想，“S——C”应該是否定命題，因为如果肯定則前提均須肯定，而“S——P”既为小前提亦必須肯定。为使小前提“S——P”既可以肯定也可以否定起見“S——C”这結論必为否定。这等于說两前提中必有一前提为否定命題。

(二)大前提必須全称。此格的大前提为“C——P”这一命題，而对于此一命題問量不問质。大前提“C——P”須全称，因为如果是特称，則根据两特称不能得結論的規律，小前提“S——P”这一命題非全称不可。如是則“S——P”在量的方面受限制。为使“S——P”在量的方面不受限制起見，大前提必須全称。

3. 第三格之　M —— P　　　S —— P

M —— S 变为　S —— C

S —— P　　　C —— P

a. 此处为使大前提“S——P”毫无限制起見，可有以下規律：

(一)結論必須特称；

(二)小前提必須肯定

b. 証明

(一)結論必須特称。此处的結論为“C——P”这一命題。对于此問題問量不問质。結論須为特称，因为非特称，則两前提必須

全称，"S——P"既为大前提亦必須为全称，如須全称則量受限制。为使大前提"S——P"不受量的限制起見，結論"C——P"非特称不可。

(二)小前提必須肯定。小前提在此处为"S——C"这一命題，而对于此命題問质不問量。"S——C"这小前提必須肯定，因为如果非肯定，而为否定，則大前提不能为否定而必須为肯定，因为两前提不能同为否定。为使大前提可以肯定又可以否定起見，小前提"S——C"不能不是肯定。

4. 以上一二三格在此处的說法条件之下，其規律与以先說法完全一致。証明的方法当然不同，但这不过是因为說法根本不同。第四格的情形与以上三格均不同。第四格不能滿足新說法的根本条件。新說法根本条件之一就是"S"代表两次为主詞的名詞，"P"代表两次为宾詞的名詞，而"C"代表一次为主詞一次为宾詞的名詞。第四格的形式既为：

P —— M

M —— S

S —— P

根本就沒有两次为主詞的名称，也沒有两次为宾詞的名称。所以第四格根本就不合新說法的条件。这也表示第四格至少有特別的情形。这个新說法有以下諸点值得我們注意：

a. 表示第一二三格的規律不必以傳統的方法証明，可以用新說法表示同样的情形。

b. 表示第四格与其它各格不同。

c. 表示以下所要討論的"式"的特殊情形。第一二三格各格的式均有特殊的情形。这一层下段再說。

E. 各格所有之式。所謂"式"者即A，E，I，O四种命題在两前提一結論中之各种不同的配合法。例如A A A即表示两前提一

結論均为 A 命题。

1. 各种不同的配合的总数——A, E, I, O 四个命题分配作大小两前提与結論之总数为以下六十四式：

A A A	A E A	A I A	A O A
E A A	E E A	E I A	E O A
I A A	I E A	I I A	I O A
O A A	O E A	O I A	O O A
A A E	A E E	A I E	A O E
E A E	E E E	E I E	E O E
I A E	I E E	I I E	I O E
O A E	O E E	O I E	O O E
A A I	A E I	A I I	A O I
E A I	E E I	E I I	E O I
I A I	I E I	I I I	I O I
O A I	O E I	O I I	O O I
A A O	A E O	A I O	A O O
E A O	E E O	E I O	E O O
I A O	I E O	I I O	I O O
O A O	O E O	O I O	O O O

2. 但此六十四配合中有好些为普遍的三段論式規律所不能承认的，例如 II, OO, EE………等。从能得結論的前提方面着想，这六十四配合之中，只有以下的前提才能得結論：

A A	E A	I A	O A
A E	——	I E	——
A I	E I	——	——
A O	——	——	——

此处除开两特称与两否定的前提。照此似有三十六可能，但仍有限制。例如 A A A 虽可，而 A A E 則違規律。

3. 三段論式既分为四格，而各格又有各格之規律，則此三十六配合之中仍有不能得結論者。例如，I E 虽不違普通的原則，但不合任何一格的特别規律。所以也不能认为可以得結論的两前提。在此种种限制之下，可能的式仅有以下十九个：

a. 第一格有四可能：

A A A，　E A E，　A I I，　E I O。

(一)請注意：大前提均全称，

小前提均肯定。

(二)請注意：結論可以是 A，E，I，或 O；那就是照以上第二說法所表示的，結論在第一格质与量均无限制。

b. 第二格有四可能：

E A E，　A E E，　E I O，　A O O。

(一)請注意：两前提中有一为否定命題，

大前提均为全称。

(二)請注意：小前提在第二格可以是 A，E，I 或 O；那就是說照以上新說法，小前提的质与量毫无限制。

c. 第三格有六可能：

A A I，　I A I，　A I I，　E A O，　O A O，　E I O。

(一)請注意：小前提均为肯定，

結論均特称。

(二)請注意：大前提在此格可以是 A，E，I，或 O；那也就是以上新說法所說的，质与量毫无限制的命題。

d. 第四格有五可能：

A A I，　A E E，　I A I，　E A O，　E I O。

(一)請注意：如两前提中有否定命題，大前提为全称；

如大前提为肯定命题，则小前提为全称；

如小前提为肯定命題，則結論为特称。

4. 三段論之四格既发生那一格最靠得住的問題，每格的各式也有那些式最靠得住的問題。第一格既視为最靠得住，其余各格的式也就要想法子把它們变成第一格的式才行。变更的方法不一，可是在本书內我們可以不必談到。在中古的經院学者，把以上各式都用特别的名字代表，編为詩歌，把各种更换的方法容納在內；如果把这詩記清楚，則这一部分的邏輯也就記清楚。我們用不着記这許多的式，即能記清楚，对于邏輯的訓练也不見得有多大的益处，这一部分的邏輯本书亦不提及。

F. 堆垛式及其它推論。

1. 簡略的推論。所謂簡略的推論者；a，或者是不提大前提，仅提小前提与結論；b，或者不提小前提，仅提大前提与結論；c，或者不提結論，仅提大小两前提的推論。这当然是根据于三段論，不过在形式方面看来沒有三个命題而已。

这种簡略的推論，实是修辞方面，文学方面的技术，它使人动听，使人惊異；虽然根据于三段論式法，虽然表示三段論式在实际上之引用，而不容易視为邏輯的一部分。其所以曾經当作邏輯一部分者，因为傳統邏輯沒有把形式与实质分别清楚而已。兹特举例如下：

a. 不提大前提，如："孔子是人，他也不免一死"。

b. 不提小前提，如："所有的人既然都好色，他也好色"。

c. 不提結論，如："杀人者死，而他杀了人"。

2. 前后三段論式。前后三段論式不过是两个三段論連在一块，以头一个三段論的結論为第二个三段論的大前提。兹特举例如下：

所有的B是A

所有的C是B

所有的C是A

但所有的D是C

∴所有的D是A

前一部即为前三段論，后一部即为后三段論。这种前后三段論可以有两种不同的方向。一种是由相对普遍的到相对不普遍的，一种是由相对不普遍的到相对普遍的。这不过使讀者知道有此說法而已。

3. 堆垛推論。所謂堆垛推論者（Sorites，从張申府先生所用名詞。）即一大堆的三段論，省去各段的結論，仅提出总結論的推論。堆垛推論有两种：

a. 甲种如下例：　所有的A是B

所有的B是C

所有的C是D

所有的D是E

∴所有的A是E

b. 乙种如下例：　所有的A是B

所有的C是A

所有的D是C

所有的E是D

∴所有的E是B

这两种堆垛推論都是一大堆的第一格式的三段論，所以它們都須遵守第一格的規律。

c. 甲种的規律如下：

（一）第一前提可以是特称，其余均須全称。

（二）最后的前提可以是否定，其他均須肯定。其实这两条規律就是第一格的規律。茲特将以上甲例分为三段論如下。

(甲)所有的 B 是 C

所有的 A 是 B

∴所有的 A 是 C

(乙)所有的 C 是 D

所有的 A 是 C

∴所有的 A 是 D

(丙)所有的 D 是 E

所有的 A 是 D

∴所有的 A 是 E

以上都是第一格的三段論,都应遵守第一格的規律,(一)大前提須全称,(二)小前提須肯定。甲种堆垜推論中只有第一前提是小前提,它必須是肯定命題;但既为小前提,它可以是全称,也可以是特称。甲种堆垜推論中之其他前提均为大前提,大前提須全称,所以它們不能特称。甲种堆垜推論的第一条規律,完全是第一格的規律。甲种堆垜推論的其他小前提,均为未曾以明文提出的各三段論的結論;如果任何非最后的前提是否定命題,則这些未曾以明文提出的小前提之中亦定有否定命題。小前提在第一格只能肯定不能否定,所以只有最后一前提才能否定。这也是遵守第一格的規律。

d. 乙种堆垜推論有同样的情形,它的規律如下:

(一)第一前提可以是否定命題,其他均須肯定。

(二)最后前提可以是特称,其他均須全称。

兹特将以上乙例分为三个三段論如下:

(甲)所有的 A 是 B

所有的 C 是 A

∴所有的 C 是 B

(乙)所有的 C 是 B

所有的 D 是 C

∴所有的 D 是 B

(丙)所有的 D 是 B

所有的 E 是 D

∴所有的 E 是 B

乙种的規律更显而易見是第一格的規律。只有第一前提是大前提，其余都是小前提。第一前提当然不能特称，可是可以是否定命題，其他前提既均为小前提，在第一格三段論中当然不能否定。同时只有最后前提可以特称，因为如果任何其他前提为特称，則各段的結論之中必有一特称命題，但各段的結論均为大前提，它們均不能特称，所以只有最后前提能特称。

4. 例外的推論。此处所謂例外者是不守三段論式的規律，而同时又靠得住的推論。这一种以上提出三段論式的定义时候，已經提及。例如：

A 比 B 长

B 比 C 长

∴A 比 C 长

此推論有三命題，并且是靠得住的推論；但在三段論的范圍之內，它是例外，因为(一)它不是主宾詞式的命題，(二)如果把它当作主宾詞命題則它有四名詞如下：A，比 B 长，B，比 C 长。以后我們要表示这类的推論不是例外，如果我們提出普遍的三段論或普遍的傳递关系的推論，它与傳統的三段論的位置一样。其它守規則与不守規則的問題，有推論与无推論的問題等等，或者在詳細分析之下不成問題，或者即有問題也不見得是邏輯方面的問題。凡此种种，本书均不提及。

三、間接推論

A. 假言推論之一。假言推論实即命題与命題的蘊涵关系，可是蘊涵关系复杂，現在暫不提出討論。茲以“如果x是紅的，x是有顏色的”为例。此命題的前一部分称为前件，后一部分称为后件。前件对于后件，我們可以称为充分的条件。何以称为充分的条件呢？以上所举这一命題，可以說是等于“只要x是紅的，x就是有顏色的”。x是紅的，它就不能不是有顏色的，紅是有顏色的充分条件。可是紅不是有顏色的必要条件，因为x是黃的，或綠的，或藍的，或青的……等等，它也就是有顏色的。后件对于前件，我們可以称为必要条件。何以称为必要条件呢？x是有顏色的，x不必是紅的，也不必是黃的或綠的……等等；但如果x不是有顏色的，則x根本就不是紅的，黃的或綠的或青的等等。有顏色是紅的必要条件，而不是紅的充分条件。普通的“如果……則”的命題是表示充分条件的命題，而寻常語言中“除非——不”表示必要条件的假言命題。起先本来用“除非——才”的公式，后来改成“除非——不”的公式。“除非——才”似乎表示前件为必要而同时又为充分的条件：例如“除非天晴我才打球”似乎是說天晴我打球，天不晴我不打球。这解釋对否不敢說，但“除非——不”似乎仅仅表示前件之为必要条件的命題。前一部分是傳統邏輯所有的，后一部分是傳統邏輯所无的。我們現在虽然还是討論傳統邏輯，我們不妨把后一部分也加入，因为以后我們的討論推广到傳統邏輯范圍之外的时候，这种分別沒有多大的意思。本节的A段提出充分条件的假言推論，B段提出必要条件的假言推論。

1. 表示充分条件的假言推論可以有好几式，茲以下列三式为例：

a. 如果甲是乙，則甲是丙；

甲是乙，

所以甲是丙。

或，如果甲是乙，则甲是丙；

甲不是丙，

所以甲不是乙。

b. 如果甲是乙，則丙是丁；

甲是乙，

所以丙是丁。

或，如果甲是乙，則丙是丁；

丙不是丁，

所以甲不是乙。

c. 如果甲是乙，則丙是乙；

甲是乙，

所以丙是乙。

或，如果甲是乙，則丙是乙；

丙不是乙，

所以甲不是乙。

2. 充分条件假言推論的規律。

a. 承认前件即承认后件（前件与后件的意义見本段的序言），否认前件不能否认后件。此条規律显而易見。前件是后件的充分条件；只要前件的条件成立，后件也就成立；但前件不是后件的必要条件，它不成立而后件的其他充分条件能成立的时候，后件仍然成立。所以前件成立，后件亦成立；前件不成立，后件不見得就不能成立。

b. 否认后件即否认前件，承认后件不能即承认前件。如明(a)条的規律，則知此条的規律为当然的情形。后件是前件的必要条件；后件不成立，則前件根本就不能成立；但后件不是前件的充分

条件，它成立，而前件所需的旁的条件不成立，前件仍不能成立。所以后件不成立，前件亦不能成立；后件成立，前件不因此就成立。

c. 以上所举三式各表示这两条規律。第一式最簡单，茲以为例："如果 x 是紅的，x 有顏色的"。承认 x 是紅的，則不得不承认 x 是有顏色的；可是否认 x 是紅的，x 不必是沒有顏色的，因为 x 可以是黃的黑的……等等。否认 x 是有顏色的，則 x 根本就不能是紅的，也不能有其他顏色；可是承认 x 是有顏色的，并不因此就承认 x 是紅的，因为 x 可以是黃的黑的……等等。

3. 以三段論証明以上規律。(I)条所举三例中，(a)条最簡单。設有"如果甲是乙，則甲是丙"的假言大前提，我們可以有：

a. 承认前件的办法：

如果甲是乙，則甲是丙；

甲是乙，

所以甲是丙。

此可以用三段論表示：

所有"是乙之甲"都是丙，

甲是"是乙之甲"；

∴甲是丙。

而此三段論沒有錯处。

b. 否认前件的办法：

如果甲是乙，則甲是丙；

甲不是乙，

无結論。

此亦可以用三段論表示不能有結論：

所有"是乙之甲"都是丙，

甲不是"是乙之甲"；

无結論。

此处两前件不能得結論，因为如得“甲不是丙”的命題，則有大詞周延之錯誤。同时此为第一格，第一格之小前提須肯定，此为否定，所以无結論。

c. 否认后件的办法：

如果甲是乙，則甲是丙；

甲不是丙，

所以甲不是乙。

用三段論表示如下：

所有“是乙之甲”都是丙，

甲不是丙；

∴甲不是“是乙之甲”，即“甲不是乙”。

为第二格三段論，无毛病。

d. 承认后件的办法：

如果甲是乙，則甲是丙；

甲是丙，

无結論。

三段論如下：

所有“是乙之甲”都是丙，

甲是丙；

无結論。

此亦为第二格，两前提中无一否定命題，根本不能得結論。此是用以表示承认后件不因此就承认前件。

以上都是用三段論表示对于充分条件的假言推論，承认前件即承认后件，否认前件不能否认后件；否认后件即否认前件，而承认后件不能承认前件。

B. 假言推論之二。表示必要条件的假言命題，在傳統邏輯之中沒有明文的承认，而在日用語言中反有現成的形式。我們可以

把这一部分的假言推論加入傳統邏輯。日用語言中的“除非——不”是表示必要条件的假言命題。这种假言命題可以說是把一部分的“如果——則”的命題翻轉过来的命題。例如“如果 x 是紅的，x 是有顏色的”，可以变成“除非 x 是有顏色的，x 不能是紅的”。普通語言中的“如果——則”的意义頗含糊，有些“如果——則”，至少在习慣上，不会把它翻轉过来成“除非——不”的命題；例如“如果天晴，我打球”不会翻过来变成“除非我打球，天不晴”。充分条件的假言推論的各式，必要条件的假言推論亦有，不过規律相反而已。

1. 必要条件的假言推論也可以有好些式，茲以下列为例：

a. 除非甲是乙，甲不是丙；

甲不是乙，

所以甲不是丙。

或，除非甲是乙，甲不是丙；

甲是丙，

所以甲是乙。

b. 除非甲是乙，丙不是丁；

甲不是乙，

所以丙不是丁。

或，除非甲是乙，丙不是丁；

丙是丁，

所以甲是乙。

c. 除非甲是乙，丙不是乙；

甲不是乙，

所以丙不是乙。

或，除非甲是乙，丙不是乙；

丙是乙，

所以甲是乙。

2. 必要条件的假言推論的規律。表示必要条件的假言命題，也有前件与后件的分别。前件是后件的必要条件，后件是前件的充分条件。旣然如此，对于此种假言命題的規律与以上的甲种的規律相反。

a. 否认前件即否认后件，而承认前件不能就承认后件。如果我說"除非天晴，我不拍球"。这句話所要表示的是天下雨或不晴我絕对不会拍球，但晴天后我拍球与否可沒有肯定的表示。这就是說天下雨或不晴，我不拍球，天晴我拍球与否不定。所以否认前件就否认后件，而承认前件不必就承认后件。

b. 承认后件即承认前件，而否认后件不能就否认前件。此处仍从前例。如果天晴而我身体不好，或有病，或沒有朋友，或以其他种种理由，我不打球，所以我不打球或者是旁的条件不充足，不能就說是天不晴。但是如果我打球，旁的理由固然滿足，而必要的条件一定滿足。所以我拍球表示天晴，我不拍球不表示天不晴。所以承认后件即承认前件，而否认后件不因此就否认前件。

3. 以三段論証明以上規律。我們仍以最簡单的式为例。我們可以利用其他的式，用同样的方法証明以上的規律，但其他的式比較复杂，与其就繁不如从簡。

a. 否认前件：

除非甲是乙，甲不是丙；

甲不是乙，

所以甲不是丙。

此可以用三段論表示：

所有的丙都是乙，

甲不是乙；

所以甲不是丙。

b. 承认前件：

除非甲是乙，甲不是丙；

甲是乙，

不能得結論。

不能得結論之理由，也可以用三段論表示：

所有的丙都是乙，

甲是乙；

不能得結論；因为中詞不周延。

c. 承认后件：

除非甲是乙，甲不是丙；

甲是丙，

所以甲是乙。

此可以用三段論表示：

所有的丙都是乙，

甲是丙；

所以甲是乙。

d. 否认后件：

除非甲是乙，甲不是丙；

甲不是丙，

不能得結論。

用三段論表示如下：

所有的丙都是乙，

甲不是丙；

无結論；如得"甲不是乙"一命題，則有大詞周延之錯誤。

以上均表示对于必要条件的假言推論，否认前件即否认后件，承认前件不因此就承认后件；承认后件即承认前件，否认后件不因此就否认前件。

C. 析取推論。析取推論是由一以析取命題为大前提，以肯定或否定或析取命題为小前提，而得一否定或肯定或析取命題为結論的推論。

1. 析取推論以下列各式为例：

a. 結論为肯定命題的析取推論，这一种的小前提为否定命題，例如：

甲是乙或是丙；

甲不是丙，

所以甲是乙。

b. 結論为否定命題的析取推論，这一种的小前提为肯定命題，例如：

甲是乙或是丙；

甲是乙，

所以甲不是丙。

c. 以上不过表示甲有是乙或是丙的两可能，在析取推論中，可能不限于两可能。如有三可能，我們可以有以下的各式：

甲是乙，或是丙，或是丁；

甲不是乙，

所以甲是丙或是丁。

在此小前提为否定命題，結論为析取命題。但我們也可以有析取命題为小前提，而得一否定命題的結論，例如：

甲是乙，或是丙，或是丁；

甲是丙或是丁，

所以甲不是乙。

总而言之，可能不必有两个，可能愈多，情形当然也就愈复杂。

d. 但以上都可以說是名詞与名詞之間有析取情形关系。析取不限于名詞，例如：

甲是乙或丙是丁；

甲是乙，

所以丙不是丁。

2. 所列的可能必須彼此不相容而又彼此穷尽。不相容与穷尽有四可能：a, 不不相容而不穷尽，b, 不不相容而穷尽，c, 不相容而不穷尽，d, 不相容而穷尽。兹特分别討論之。

a. 不不相容而不穷尽。兹以"甲是乙或是丙"为例。乙与丙既不不相容。則

(一) 甲是乙，或是丙；

甲是乙，

甲是丙或不是丙均可以。

乙与丙既又不穷尽，則

(二) 甲是乙，或是丙；

甲不是乙，

甲是丙或不是丙均可以。

肯定与否定的小前提均說不通。

b. 不不相容而穷尽。乙与丙既不不相容，小前提为肯定，仍无結論，与以上(a)(一)一样。但乙与丙既穷尽，則

(一) 甲是乙，或是丙；

甲不是乙，

所以甲是丙。

两可能彼此不不相容，不能有肯定的小前提；但两可能既彼此穷尽，可以有否定的小前提。

c. 不相容而不穷尽。乙与丙既不相容，則

(一) 甲是乙或丙；

甲是乙，

所以甲不是丙。

甲或者同时不是丁……等等，但无論如何甲不是丙。乙与丙既不穷尽，則小前提为否定，仍无結論，与(a)(二)的情形一样。在此情形下，只能有肯定的小前提，不能有否定的小前提。

d. 不相容而穷尽。乙与丙两可能既不相容，則

(一)甲是乙或是丙；

甲是乙，

所以甲不是丙。

同时乙丙两可能既又穷尽，則

(二)甲是乙或是丙；

甲不是乙，

所以甲是丙。

在此情形之下，小前提才既可以肯定，也可以否定。

3. 析取推論可以用假言推論式表示。茲以最簡单的析取推論为例：甲是乙，或是丙，甲不是乙，所以甲是丙，甲是乙，所以甲不是丙。

a. 甲是乙或是丙；
甲不是乙，
所以甲是丙。

a. 如果甲不是乙，則甲是丙；
甲不是乙，
所以甲是丙。
此为承认前件的式。

b. 甲是乙或是丙；
甲不是丙，
所以甲是乙。

b. 如果甲不是乙，則甲是丙；
甲不是丙，
所以甲是乙。
此为否认后件的式。

c. 甲是乙或是丙；
甲是乙，
所以甲不是丙。

c. 如果甲是乙，則甲不是丙；
甲是乙，
所以甲不是丙。
此为承认前件的式。

d. 甲是乙或是丙；
甲是丙，
所以甲不是乙。

d. 如果甲是乙，則甲不是丙；
甲是丙，
所以甲不是乙。
此为否认后件的式。

析取推論既能用充分条件的假言推論表示，当然也能用必要条件的假言推論表示。讀者自己可以写出来，作为练习。

4. 析取推論既可以用假言推論表示，也可以用三段論表示：

a. 甲是乙或是丙；
甲不是乙，
所以甲是丙。

a. 所有非乙之甲都是丙，
甲是“非乙之甲”即“甲不是乙”；
所以甲是丙。

b. 甲是乙或是丙；
甲是乙，
所以甲不是丙。

b. 无一是乙之甲是丙，
甲是“是乙之甲”即“甲是乙”；
所以甲不是丙。

c. 甲是乙或是丙，
甲不是丙，
所以甲是乙。

c. 所有非乙之甲都是丙；
甲不是丙；
所以甲不是“非乙之甲”，即“甲是乙”。

d. 甲是乙或是丙；
甲是丙，
所以甲不是乙。

d. 无一是乙之甲是丙，
甲是丙；
所以甲不是“是乙之甲”，即“甲不是乙”。（批評見后）

D. 二难推論。二难推論是一种假言推論与析取推論联合起来的推論。二难中之“二”根据于析取命題的两可能，二难中之“难”根据于結論之不容易承受或不便承受。可能似不必限于二，而結論亦不必有所难；但傳統邏輯不仅是邏輯而且也是辯論的工具，所以这一部分的推論限制于二难推論。

1. 二难推論有以下四格：

a. 簡单的承认前件的二难推論，例如：

如果甲是乙，則丙是丁，如果甲不是乙，則丙是丁；

或者甲是乙，或者甲不是乙；

所以丙是丁。

如果一件事是你能做的，你用不着多說，如果一件事不是你能做的，你也用不着多說；

一件事或者是你能做的或者不是你能做的；

所以你用不着多說。

此例的大前提为两个假言命题联合起来的命题，有两个不同的前件，一个同样的后件。这两个不同的前件联合起来，又为一代表两不相容而又彼此穷尽的析取命题。小前提承认这两个可能，当然也就承认大前提的前件。結論是承认一簡单的肯定的后件。

b. 簡单的否认后件的二难推論，例如：

如果甲是乙，則丙是丁，或是戊；

丙既不是丁，又不是戊；

所以甲不是乙。

以下是教科书所常举的例：

如果一件东西能动，它或者在它所在的地点动，或者在它所不在的地点动。

一件东西既不能在它所在的地点动，也不能在它所不在的地点动；

所以一件东西不能动。

此例中的大前提实在是有同样前件与不同样后件的假言命题。此不同样的后件代表两可能，而小前提否认此两可能，所以也就否认假言命题的前件。結論是一簡单的否定命題(批評見第二部)。

c. 复杂的承认前件的二难推論，例如：

如果甲是乙，則丙是丁，如果甲是戊，則丙是己；

甲或者是乙，或者是戊；

所以丙或者是丁，或者是己。

以下亦是常举的例：

如果这些书与可兰經的意旨相同，它們是用不着的书，如果这些书与可兰經的意旨不相同，它們是要不得的书；

这些书或者与可兰經的意旨相同，或者与可兰經的意旨不相同；

所以这些书或者是用不着的书或者是要不得的书。

此例中的大前提是一个有两个不同的前件，两个不同的后件的假言命題。小前提为一析取命題，承认这两个不同的前件；結論也是一析取命題，承认两个不同的后件。以前两例的結論，或为一簡单的肯定命題，或为一簡单的否定命題，所以称为簡单的二难推論。現在的例与以下的例，其結論均为析取命題，名之为复杂的二难推論。

d. 复杂的否认后件的二难推論，例如：

如果甲是乙，則丙是丁，如果甲是戊，則丙是己；

或者丙不是丁，或者丙不是己：

所以甲或者不是乙，或者不是戊。

如果一个人聪明，他知道他的錯誤，如果他誠实，他承认他的錯誤；

他或者不知道他的錯誤，或者不承认他的錯誤；

所以他或者不聪明或者不誠实。

此例中的大前提也是一有两个不同前件，两个不同后件的假言命題。小前提是一析取命題，否认两后件；而結論也是一析取命題，否认两前件。所以是复杂的否认后件的二难推論。

（此等推論頗不易举例，所举的例总难免有毛病。）

2. 二难推論的規律。二难推論既是假言推論与析取推論联合

起来的推論，它一方面当然要守假言推論的規律，另一方面似乎又要守析取推論的規律。假言推論的規律有二：一为承认前件因而承认后件，一为否认后件因而否认前件。否认前件不能得結論，承认后件亦不能得結論。析取推論的条件是：所有它所列的可能，一方面要彼此不相容，相容則不能得結論；另一方面要彼此穷尽，不穷尽亦不能得結論。

3. 破除二难的方法。破除二难推論的方法有三：a, 否认析取可能的穷尽，b, 否认假言命題中前件与后件的关联，c, 以一能得完全相反的結論的二难推論去破除原来的二难推論。

a. 否认析取命題中的可能是穷尽的可能。例如：

如果天热人难受，如果天冷人难受；

天或者热或者冷，

所以人总是难受。

此中“天或者热或者冷”这一命題我們可以否认；我們可以說“天可以不热不冷”，那就是說热与冷不是彼此穷尽的可能。旣然如此，我們不能得“人总是难受”的結論，而原来的二难推論不能成立。

b. 否认假言推論中前件与后件的关联。例如：

如果一件东西能动，它一定或在它所在地方动或在它所不在的地方动；

一件东西旣不能在它所在的地方动，也不能在它所不在的地方动；

所以一件东西不能动。

此例的大前提我們可以說有毛病。我們可以說前件不是后件的充分条件，后件不是前件的必要条件。如果一件东西旣不在它所“在”的地方动，也不在它所不“在”的地方动，而在它所动的地方动，則此例中的后件不是前件的必要条件。旣然如此，則否认后件不因此就否认前件。結論旣不能得，則此例根本就說不通。

c. 以一能得与原来結論完全相反結論的二难推論去破坏原来的二难推論。这差不多是以其人之道还治其人之身。最出名的例就是 Protagoras 与 Enathlas 的官司。他們有一合同，其中的条件如下：(一) Protagoras 教 Enathlas 法律的书，(二)毕业时 Enathlas 須付束修之一半，(三)其余一半須于 Enathlas 头一次官司打胜的时候完全付清。但毕业后 Enathlas 并不执行律师事务。Protagoras 等的不耐煩就在法庭告了 Enathlas，并提出以下的二难推論：

如果 Enathlas 的官司打敗了，則遵照法庭的判断，他一定付債，如果 Enathlas 的官司打胜了，則遵照合同的条件，他一定要付債；Enathlas 的官司或者打敗或者打胜。

所以无論如何他一定要付債。

Enathlas 提出与以上完全相反的二难推論：

如果我打胜，則照法庭的判断，我不应付債，如果我打敗，則照合同的条件，我不应付債；

我官司或者打敗或者打胜，

所以无論如何我不应付債。

以上所表示的就是：如果一二难推論有一与它完全相反的二难推論，則原来的二难推論不能成立。上面 Protagoras 所举的二难推論中最显而易見的毛病，就是引用两种不同的标准，一为法庭的判断，一为合同的条件。这两种不同的标准各有其利于 Protagora 的可能，也各有其不利于 Protagoras 的可能；Protagoras 取其前，而 Enathlas 取其后。如一致地引用两种标准中的任何一种，則不至于有以上的毛病。

傳統的演繹部分至二难推論而止。普通教科书大都当有一章专門討論錯誤問題。茲于以下附录提出討論。

附　录

錯誤：

錯誤可以分为以下两种：一是形式的錯誤，一是非形式的錯誤。前一种与邏輯的关系大，但我們不必提出討論，因为这一种錯誤不过是違背直接間接推論的法則而已。后一种錯誤与严格的邏輯似乎沒有多大关系，是否能說它是錯誤也发生問題；但实际上在一个人的思想中或者发生这种錯誤的情形，提出来討論一下不見得沒有益处。茲分非形式的錯誤为以下三种：1，解釋的錯誤，2，意义不定的錯誤，3，无形假設的錯誤。

1. 解釋的錯誤（Errors of Interpretation)。

在这一条下我們仅举以下两項：

a. 模棱的言語

模棱两可的話非常之多，模棱数可的話也不見得少。菩薩面前所得的签，算命先生的批語，都免不了屬于这一类。笑話中的“下雨天留客天留客不留”就有两三个解釋。中文里这种情形似乎特別的多，文学方面一部份的兴趣，至少在从前，就是一句話的多方面的解釋。例如李鴻章游园，說一声“庭前花未发”，其文案某应声对白“閣下李先生”。下联的妙处就在它的两方面的解釋。

不只一个解釋的話不表示一个命題，以此話为前提而从事于推論，不免有解釋的錯誤。

b. 音节的影响。

一句話有时注重一字有一意义，注重另一字又有另一意义。一篇文章有时注重一段有一个印象，注重另一段又有一个印象，若以声音的高低表示注重之所在，一句話因声音的高低不同，而有意义的分别。即以“民可使由之不可使知之”为例（此处的讀法与考据无关），我們可以讀作“民可‘使’，由之；不可‘使’，知之”；也可

以讀作"民可使，'由'之；不可使，'知'之"；也可以讀作"民'可'，使由之；'不可'，使知之"。总而言之，一句話的讀法不同音节不同，有时意义也不同。假使原来的意义是三讀法中之任何一讀法，則其余的讀法錯了。

因音节不同而意义不同的話不表示一个命题，以这样的話为前提，不免有解釋的錯誤。有时不仅有解釋的錯誤，而且有解釋的不一致。

2. 意义不定的錯誤。

a. 意义变更的名詞。

如果一句話或几句話中有意义变更的名詞，則那一句話或几句話的內部或彼此的关联不免发生不合邏輯的情形。例如"若能眞无道德始能有道德"，道德二字的意义前后一致，这句話就有內部的冲突；意义不一致，这句話不过是一个动听的方法表示一个意見而已。一句話中有这样的情形，毛病显而易見，錯誤很容易免。几句話中有同样情形，毛病或者不显，錯誤比較容易发生。如果在一三段論中的中詞意义不一致，則所謂"結論"者根本就不是結論。

b. 合举的錯誤。

有时一句話对于一集团的任何份子均可以說，而对于那一集团的全体不能說，如果說的时候，就有此处所說的合举的錯誤。兹以一常举的例为例：

所有三角中之角均小于二直角，

AB 与C是三角中之角，

所以AB 与C 小于二直角。

此处小前提与結論中的"与"的意义，如果是把A，B，C，三角联合起来成一角，則結論錯了；大前提所要求的是A，B，C个别的分举，而不是它們联合起来的合举。

c. 分举的錯誤。

此处的錯誤适与以上（b）条相反。即以原例反过来以为例：

三角中之角等于二直角，

A是三角中之角，

所以A等于二直角。

上条表示应分而誤合，本条表示应合而誤分的錯誤。

d. 普遍与特殊的混乱。

这个就是把一句对于特殊情形所能說的話普及于全体，或者把一句普遍的話引用于条件不同之下的特殊情形。这种錯誤在普通談話中时常发生，在邏輯上虽然說不过去，在日常生活中，談話反有时因这种錯誤而发生兴趣。

3. 无形假設的錯誤。

a. 思想循环的錯誤。

这就是思想繞圈子的問題。例如："这件事我不应該干，因为太不对了"；但"何以不对呢？"，"因为我知道我不应該干"。这里无形之中把假設視为結論。但思想循环的問題非常之麻煩，非常之复杂。不加严格的解釋，不大容易說思想循环是錯誤。

b. 复杂問語的錯誤。

有时一問蘊涵一未經承认的假設，如果一个人对于这种問語有所答复，他就无形之中承认了这种假設。例如某甲并未承认吃鴉片，而某乙問他說"你現在戒了鴉片沒有"？无論答案是戒了或未戒，某甲免不了承认他吃鴉片。有时这种情形不用直接方式表示而用間接方式表示，用間接方式的时候，常不容易知道此情形之潜在。例如："希奇得很，昨日有甲乙二人相遇于前門，甲是乙的儿子，而乙不是甲的父亲"。有时我們真会糊思乱想看甲与乙究竟有甚么样的希奇的关系。这里父亲与儿子两名詞，加上前面希奇得很几个字，无形之中，会使人假設甲乙二人均为男性。无此假設，当然毫无問題。

c. 不相干的辯論的錯誤。

不相干的辯論大都分作以下諸种：

(一)人言淆混的錯誤。这就是以人廢言或以言廢人的錯誤。如果一个人批評孔子，有时会遇着盛气凌人的反攻，“难道你比孔子好嗎”？好像一个人不比孔子好就不能批評孔子似的。这种不相干的辯論常見于日常生活。

(二)投合众好。美国已故前总統罗斯福曾在报紙上罵某甲，某甲訴于法庭。見于文字的罵人，不易否认，罗斯福亦未否认。被告律师乃大演其說，专鼓人民之气；历举美国人民对于卸任总統之苛，于法律半字未提。結果是法庭宣告罗斯福无罪。这就是投合众好以不相干的辯論，而得所欲得的結果。

(三)理事混乱。理論上之可能，事实上不必实現；若以理論上的可能为事实上的实現，就有理事混乱的錯誤。如果一个人因为沒有証据使他相信沒有灵魂，而以为有灵魂是事实，他的思想就有理事混乱的錯誤。这与其他的不相干辯論的情形不同，但照老办法，我們仍列于一类。

(四)乱引权威的錯誤。长于物理学者不必长于政治学，物理学的权威不必是政治学的权威。記得从前有一位弄教育的美国人跑到中国来，有一位好好先生，拿一本笔記簿，問这个美国人，中国的宪法应如何制，地方自治应如何实行，……等等問題。把这些答案視为社交上的閑話，不見得毫无意味；以之为学者的政見，就难免乱引权威的錯誤。在不相干辯論这一項之下，还有所謂不相干結論的錯誤；但这似乎又是形式錯誤，所以不提出討論。

第二部　对于傳統邏輯的批評

一、直接推論

A. A, E, I, O 的解釋問題。我們現在仍以傳統邏輯的四个命題为討論的根据，因为一方面它們最簡单，另一方面它們又为稍习邏輯者之所深悉。在前部I章的B节我們討論主宾詞式的命題的时候，曾經提及A命題的各种可能的解釋。不仅A命題有此問題，其他E, I, O均有。本段我們仅提出所謂主詞存在問題。所謂主詞存在問題不是事实上主詞所代表的东西究竟存在与否，而是这些命題对于这些东西的存在与不存在的态度。这个态度影响到各命題的意义与它們彼此的关系。

对于主詞存在与否（即主詞所代表的东西存在与否），我們可有以下五个不同的态度：

1. 肯定主詞不存在，

2. 假設主詞不存在，

3. 不假設主詞存在或不存在，

4. 假設主詞存在，

5. 肯定主詞存在。

这五个不同的态度之中，头两个可以撇开，我們提出一命題大約不至于肯定主詞不存在，或假設主詞不存在。第三态度是邏輯里通常态度，四五两态度则日常生活中亦常有之。

1. 不假設主詞存在或不存在。設有具SAP形式的命題，我們的解釋是S概念之中有P概念，而概念不必有具体的表現。那么无論有S与否，无論S存在与否，如果一个东西是S，那个东西就

是P。这样的命题可以說是內包的命題，也可以說它所表示的是概念与概念的关系，可以表示而不必表示耳所能聞目所能見的事实。这种命題的眞假不因主詞的存在与否而受影响。兹特以下列符号表示之：

SA_nP……………无論有S与否，凡S皆P

SE_nP……………无論有S与否，无S是P

SI_nP……………有S是P，或无S

SO_nP……………有S不是P，或无S

以上SA_nP，簡单的說，等于說“无$S\bar{P}$”($\bar{P}$可表示非P)，SE_nP等于說“无SP”，SI_nP等于說“有SP或无S”，SO_nP等于說“有$S\bar{P}$或无S”。

2. 假設主詞存在。設有具SAP形式的命題，我們的解釋是以S的存在为条件，S存在，則SAP有眞假的問題发生；S不存在，則SAP根本就无所謂眞假。設有以下命題：“如果你进城，請你把李后主的詞带給我”。若你果进城，你可以把那本书带給我，也可以不把那本书带給我。但是你如果决定不进城了，則根本談不到带与不带。这种命題以主詞的存在为条件，条件滿足之后才有眞假可說；条件未滿足，談不到眞假。有这样解釋的SAP等于說“如果有S，凡S皆P”。兹以下列符号表示此种命題：

SA_hP……………如有S，凡S皆P

SE_hP……………如有S，无S是P

SI_hP……………如有S，有S是P

SO_hP……………如有S，有S不是P

3. 肯定主詞存在。設有具SAP形式的命題，我們的解釋是S所代表的东西存在，而此命題表示事实。在此解釋之下，此命題可以分成两部分，一部分說有S，一部分說所有的S是P。S存在与否与SA_nP那样的命題沒有影响，S存在与否与SA_hP有影响；如

果S存在，SA_hP 才有意义，如果S不存在，則 SA_hP 无所謂眞假；現在的解釋則又不同。如果S存在，SAP可以是眞也可以是假的；但如果S不存在，則SAP根本就是假的。“如果有鬼，鬼吃人”，如事实上无鬼，則根本无所謂吃人与不吃人；“有鬼而鬼吃人”，如事实上无鬼，則此命題是假的。茲以下列符号表示此第三种命題：

SA_cP……………有S，所有的S皆是P

SE_cP……………有S，无一S是P

SI_cP……………有S，有些S是P

SO_cP……………有S，有些S不是P

傳統邏輯的A，E，I，O在主詞存在与否一层，即有意义不一致的情形。这个問題要詳細的討論一下。別的意义不清楚的地方本书从略。为清楚起見，我們先把傳統邏輯的直接与間接的推論說明，各部加以批評，然后再总結到新式邏輯。

B. 各种不同解釋之下的对待关系。如果我們提出存在問題，A，E，I，O的对待关系就发生影响。从主詞存在与否这問題一方面着想，以上的A，E，I，O究竟应作何解釋呢？在討論命題的时候，从存在一方面着想，我們只提出三种不同的解釋。解釋不同，对待的关系也因之而異。

1. 以A，E，I，O为 A_n E_n I_n O_n。 A_n E_n I_n O_n，是不假設主詞存在的問題。主詞存在与否与这些命題的眞假不相干。这四个命題的解釋如下：

命題	言語的表示	公式的表示
SA_nP	“无論有S与否，凡S是P”	$(S\bar{P}=o)$
SE_nP	“无論有S与否，无S是P”	$(SP=o)$
SI_nP	“有S是P，或无S”	$[(SP\neq o)$ 或 $(S=o)]$
SO_nP	“有S不是P，或无S”	$[(S\bar{P}\neq o)$ 或 $(S=o)]$

此四命題旣有此解釋，則它們的对待关系如下：

a. SA_nP 与 SE_nP 的关系。兹提出 A_n，E_n，眞假的可能。先用語言，后用图画。

(一) $SA_nP = (S\bar{P} = o)$——眞→(甲) S 不存在，或

(乙) S 存在，而 $S\bar{P}$ 不存在。

——假→(甲) S 存在，$S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。

(乙) S 存在，$S\bar{P}$ 存在，而 SP 也存在。

$SE_nP = (SP = o)$——眞→(甲) S 不存在，或

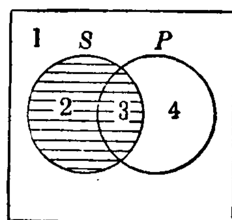
(乙) S 存在，而 SP 不存在。

——假→(甲) SP 存在，而 $S\bar{P}$ 不存在。

(乙) SP 存在，而 $S\bar{P}$ 也存在。

(二) $SA_nP = (S\bar{P} = o)$——眞→(甲)

$SE_nP = (SP = o)$——眞→(甲)

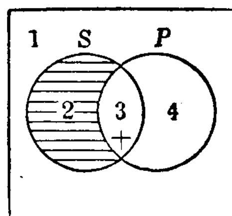


$S\bar{P} = o$

$SP = o$

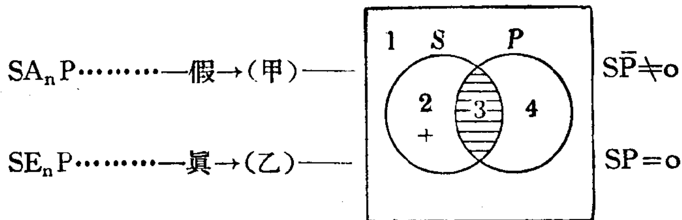
SA_nP…………眞→(乙)——

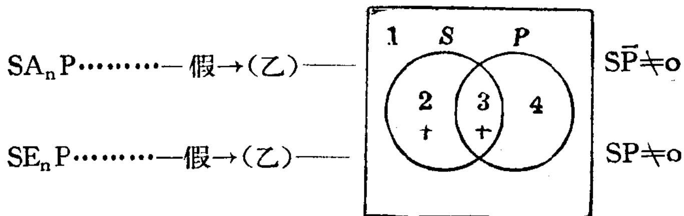
SE_nP…………假→(甲)



$SP = o$

$S\bar{P} \neq o$





(三)SA_nP 与 SE_nP 为独立。此处所謂独立者，不过是說沒有对待关系而已。

SA_nP 与 SE_nP 俱眞——S 不存在。S 旣不存在，SP 不存在，而 $S\bar{P}$ 也不存在。SP 不存在，SE_nP 为眞；$S\bar{P}$ 不存在，SA_nP 为眞。如以上第一图。

SA_nP 眞而 SE_nP 假——$S\bar{P}$ 不存在，而 SP 存在。$S\bar{P}$ 不存在，所以 SA_nP 眞；SP 存在，所以 SE_nP 假。如以上第二图。

SA_nP 假而 SE_nP 眞——$S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。$S\bar{P}$ 存在，所以 SA_nP 假；SP 不存在，所以 SE_nP 眞。如以上第三图。

SA_nP 与 SE_nP 俱假——$S\bar{P}$存在，SP 也存在。$S\bar{P}$ 存在，所以 SA_nP 假；SP 存在，所以

SE_nP 假。如以上第四图。

(四)以上表示 SA_nP 与 SE_nP 可以同时眞,可以同时假,可以 SA_nP 眞而 SE_nP 假,也可以 SA_nP 假,而 SE_nP 眞。既然如此,它們沒有傳統邏輯里的反对关系,也沒有傳統邏輯里的任何对待关系,所以是独立。

b. SI_nP 与 SO_nP 的关系。

(一)$SI_nP=[(SP\neq o)$ 或 $(S=o)]$——眞→(甲) S 不存在,或(乙)SP 存在,而 $S\bar{P}$ 存在与否不定。

——假→(甲) S 存在,而 SP 不存在。

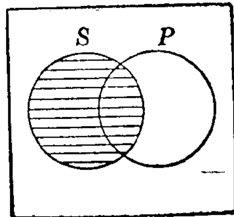
$SO_nP=[(S\bar{P}\neq o)$ 或 $(S=o)]$——眞→(甲) S 不存在,或(乙)$S\bar{P}$ 存在,而 S 存在与否不定。

——假→(甲)S 存在,而 $S\bar{P}$ 不存在。

(請注意以上两命題不是簡单的命題,而是两命題而联之以"或"的复杂命題。此两命題之中任何一眞,則此复杂命題为眞;此两命題俱假,此复杂命題始假。)

(二)$SI_nP=[(SP\neq o)$ 或 $(S=o)]$—眞→(甲)——

$SO_nP=[(S\bar{P}\neq o)$ 或 $(S=o)]$—眞→(甲)

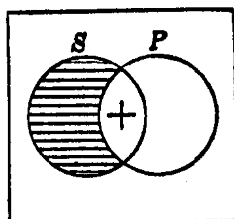


$S\bar{P}=o$

$SP=o$

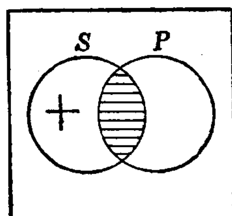
SI_nP 眞→(乙)——

SO_nP 假→(甲)



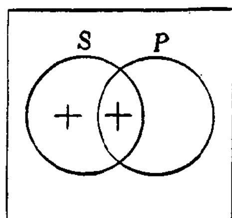
SI_nP ——假→(甲)——

SO_nP ——眞→(乙)



SI_nP ——眞→(乙)——

SO_nP ——眞→(乙)



(三)SI_nP 与 SO_nP 的对待关系。

SI_nP 与 SO_nP 同眞——S 不存在，或 SP 存在，$S\bar{P}$ 也存在。S 不存在，则两命题的后部分全眞。SP 存在，$S\bar{P}$ 也存在，两命题的前一部分都眞。如第一与第四两图。

SI_nP 眞而 SO_nP 假——SP 存在而 $S\bar{P}$ 不存在。SP 既存在，S 也存在，所以 SI_nP 为眞；但 $S\bar{P}$ 不存在，所以 SO_nP 假。如第二图。

SI_nP 假而 SO_nP 眞——$S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。$S\bar{P}$ 既存在，S 也存在，所以 SO_nP 眞；但 SP 不存在，所以 SI_nP 假。

如第三图。

SI_nP 与 SO_nP 不能同假——同假的可能，仅是 SP 与 $S\bar{P}$ 均不存在，但假設它們都不存在，則 S 不存在。此两命題既未假設亦未肯定 S 存在，照以上同眞的条件看来它們都是眞的，所以不能同假。

(四)SI_nP 与 SO_nP 的对待关系为下反对的关系。它們可以同时眞，不能同时假。从(三)条二三两項看来，有 S，此两命題中才能有假命題；而有 S 的时候，一为假則另一必为眞，一为眞則另一的眞假不定，因为它們可以同时眞。

c. SA_nP 与 SO_nP，SE_nP 与 SI_nP 的关系。茲以 SA_nP 与 SO_nP 为例：

(一)$SA_nP=(S\bar{P}=o)$——眞→(甲) S 不存在，或

(乙) S 存在而 $S\bar{P}$ 不存在。

假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，而 SP 也存在。

$SO_nP=[(S\bar{P}\neq o)$ 或 $(S=o)]$—眞→(甲) S 不存在，或

→(乙) $S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。

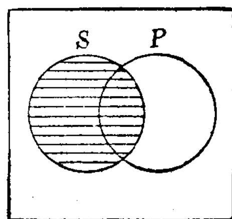
→(丙) $S\bar{P}$ 存在，而 SP 亦存在。

假→(甲) S 存在，而 $S\bar{P}$ 不存在。

(二)$SA_nP=(S\bar{P}=o)$——眞→(甲)——

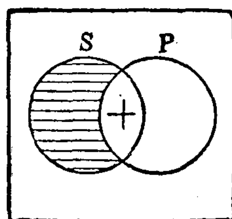
$SO_nP=[(S\bar{P}\neq o)$ 或 $(S=o)]$—眞→

(甲)——



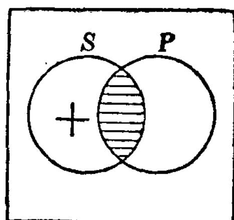
SA_nP　　　　真→(乙)——

SO_nP　　　　假→(甲)



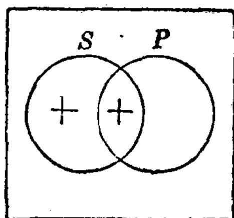
SA_nP　　　　——假→(甲)——

SO_nP　　　　——真→(乙)



SA_nP　　　　——假→(乙)——

SO_nP　　　　——真→(丙)



(三)SA_nP 与 SO_nP 的对待关系如下：

SA_nP 与 SO_nP 同真——S 不存在。S 不存在，$S\bar{P}$ 也不存在，所以 SA_nP 真。但 S 不存在，SO_nP 这一命题的后一部分为真，所以 SO_nP 也是真的，如第一图。

SA_nP 真而 SO_nP 假——$S\bar{P}$ 不存在，而 SP 存在。$S\bar{P}$ 不存在，所以 SA_nP 真。SP 既存在，S 当然存在，S 存在而 $S\bar{P}$ 不存在，则 SO_nP 的前后两部分均假，所以整个命题为假，如第二图。

SA_nP 假而 SO_nP 眞——$S\bar{P}$ 存在，SP 或存在或不存在。$S\bar{P}$ 既存在，所以 SA_nP 假；SO_nP 的前部分为眞，所以 SO_nP 眞；SP 存在与否不相干，如第三第四两图。

SA_nP 与 SO_nP 不能同时假——照(一)(二)两条的图示看来，沒有 SA_nP 与 SO_nP 同假的情形。

(四)SA_nP 与 SO_nP 的关系为下反对的关系，因为它們可以同时眞，不能同时假。照(二)条的图示看来，如果 SA_nP 为假，无論根据于两条件中的那一条件，SO_nP 总是眞的；如果 SO_nP 为假，只有一条件，而那一条件滿足的时候，SA_nP 一定为眞。但 SA_nP 与 SO_nP 既可以同时眞，由一命题的眞，不能推到另一命题的眞假。SE_nP 与 SI_nP 的关系同样的为下反对。

d. SA_nP 与 SI_nP，SE_nP 与 SO_nP 的关系。兹以 SA_nP 与 SI_nP 为例：

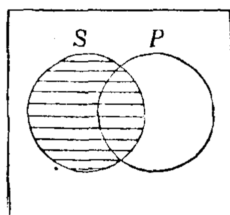
(一)SA_nP = ($S\bar{P}$=o) ——眞→(甲)S 不存在，或
→(乙)S 存在，而 $S\bar{P}$ 不存在。
假→(甲)$S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。
→(乙)$S\bar{P}$ 存在，而 SP 也存在。

SI_nP=[(SP≠o)或(S=o)]——眞→(甲)S 不存在，或
→(乙)SP 存在，而 $S\bar{P}$ 不存在，或
→(丙)SP 存在，而 $S\bar{P}$ 也存在。
——假→(甲)SP 不存在，而 $S\bar{P}$ 存在。

(二) $SA_nP = (S\bar{P} = o)$——眞→(甲)——

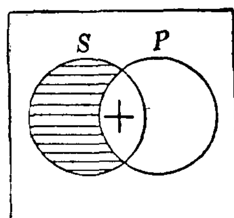
$SI_nP = [\ (SP \neq o)$ 或 $(S = o)\ ]$ 眞→

(甲)——



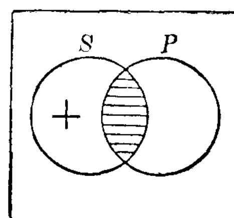
SA_nP ——眞→(乙)——

SI_nP ——眞→(乙)——



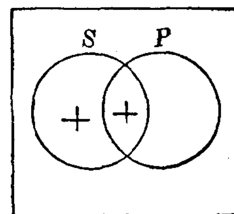
SA_nP ——假→(甲)——

SI_nP ——假→(甲)——



SA_nP ——假→(乙)——

SI_nP ——眞→(丙)——



(三) SA_nP 与 SI_nP 的关系如下：

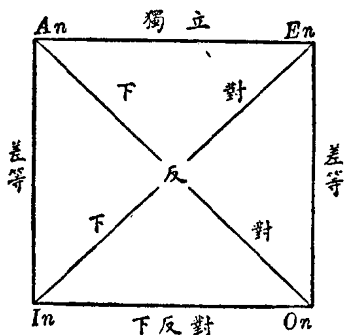
SA_nP 与 SI_nP 可以同眞——S 不存在，或 S 存在而 $S\bar{P}$ 不存在。S 不存在則 SA_nP 为眞，SI_nP 的后一部分眞，所以也眞。S 存在而 $S\bar{P}$ 不存在，$S\bar{P}$ 旣不存在，SA_nP 为眞。S 存在 $S\bar{P}$ 不存在，則 SP 一定存在，所以 SI_nP 一定也眞，如第一第二

两图。

SA_nP 假而 SI_nP 眞——$S\bar{P}$ 存在，而 SP 也存在。两者都存在，則 S 存在而 $S\bar{P}$ 存在，所以 SA_nP 假。但 S 存在而 SP 也存在，所以 SI_nP 的前一部分为眞，所以 SI_nP 为眞，如第四图。

SA_nP 假而 SI_nP 亦假——$S\bar{P}$ 存在，而 SP 不存在。$S\bar{P}$ 存在，所以 SA_nP 假；$S\bar{P}$ 存在，所以 S 存在，而 SP 既不存在，SI_nP 前后两部分均假，所以 SI_nP 为假，如第三图。

(四)SA_nP 与 SI_nP 的关系为差等的关系；它們可以同时眞，也可以同时假。但如果 SA_nP 眞，則 SI_nP 必眞，SA_nP 假，SI_nP 不定；如果 SI_nP 眞，SA_nP 不定，SI_nP 假，則 SA_nP 必假。茲以下图表示之，A_n，E_n，I_n，O_n 的对待关系如左：



2. 以 A，E，I，O 为 A_c E_c I_c O_c。A_c E_c I_c O_c 是肯定主詞存在的命題，如果主詞不存在，它們都是假的。它們都是两命題而联之以“与”的复杂命題，它們的解釋如下：

命題	語言的表示	公式的表示
SA_cP	“有 S，所有的 S 是 P”	$[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$
SE_cP	“有 S，沒有 S 是 P”	$[(S\neq o)$ 与 $(SP=o)]$
SI_cP	“有 S，有 S 是 P”	$[(S\neq o)$ 与 $(SP\neq o)]$
SO_cP	“有 S，有 S 不是 P”	$[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}\neq o)]$

此四命題的解釋如上，它們的对待关系如下：

a. SA_cP 与 SE_cP 的对待关系：

(一)$SA_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲)SP 存在与 $S\bar{P}$

不存在。

假→(甲)S 不存在，或

(乙)$S\bar{P}$ 存在， SP 不存在。

(丙) $S\bar{P}$ 存在，而 SP 也存在。

$SE_cP=[(S\neq o)$ 与 $(SP=o)]$——真＝(甲)$S\bar{P}$存在而 SP 不存在。

假→(甲) S 不存在，或

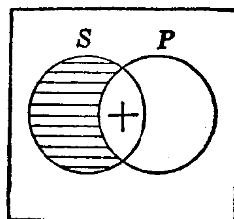
(乙)SP 存在，$S\bar{P}$ 不存在。

(丙)SP 存在，而 $S\bar{P}$ 也存在。

(此两命题既均为两部分以“与”联起来的复杂命题，只要一部分假，它們就假；要两部分都眞，它們才能眞。)

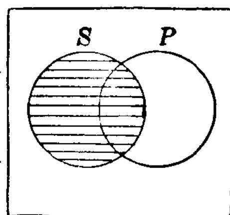
(二)$SA_cP=[(S\neq o)$与$(S\bar{P}=o)]$——眞→ (甲)——

$SE_cP=[(S\neq o)$与$(SP=o)]$——假→ (乙)——



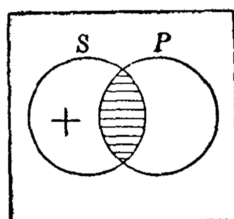
SA_cP ——假→(甲)——

SE_cP ——假→(甲)——



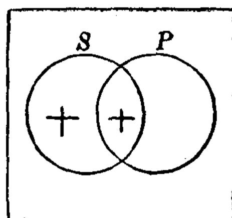
SA_cP ——假→(乙)——

SE_cP ——眞→(甲)——



SA_cP ——假→(丙)——

SE_cP ——假→(丙)——



(三)SA_cP 与 SE_cP 的对待关系：

SA_cP 与 SE_cP 不能同眞。以上四可能中，沒有同眞的可能。

SA_cP 眞，則 SE_cP 为假；SE_cP 眞，則 SA_cP 为假。

SA_cP 与 SE_cP 可以同假；同假的理由有二，一为既无 SP 又无 $S\bar{P}$，一为既有 SP 又有 $S\bar{P}$。

SA_cP 假，則 SE_cP 可以眞，如第三图；也可以假，如第四图。

SE_cP 假，則 SA_cP 可以眞，如第一图；也可以假，如第二与第四图。

(四)SA_cP 与 SE_cP 的对待关系，为反对的关系，因为他們可以同时假，不能同时眞；由一命題的眞可以推到另一命題的假，由一命題的假不能推到另一命題的眞假。

b. SI_cP 与 SO_cP 的对待关系：

(一)$SI_cP=[(S\neq o)$ 与 $(SP\neq o)]$——眞→(甲) SP 存在，而 $S\bar{P}$

不存在。

(乙)SP 存在，$S\bar{P}$ 也存在。

——假→(甲) SP 不存在，而 $S\bar{P}$ 存在。

(乙) SP 不存在，$S\bar{P}$ 也不存在。

$SO_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}\neq o)]$——真→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 也存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

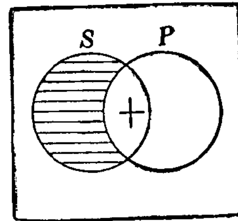
(乙) $S\bar{P}$ 不存在，SP 也不存在。

(二) $SI_cP=[(S\neq o)$ 与 $(SP\neq o)]$——真→

(甲)——

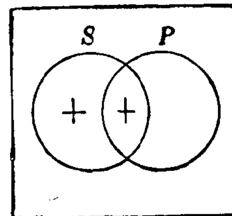
$SO_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}\neq o)]$——假→

(甲)——



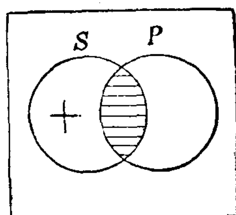
SI_cP ——真→(乙)——

SO_cP ——真→(乙)——



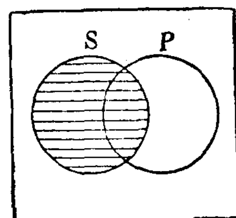
SI_cP ——假→(甲)——

SO_cP ——眞→(甲)——



SI_cP ——假→(乙)——

SO_cP ——假→(乙)——



(三)SI_cP 与 SO_cP 的对待关系如下：

SI_cP 与 SO_cP 可以同时眞，如第二图之所表示。

SI_cP 与 SO_cP 可以同时假，如第四图之所表示。其所以如此者，因为它們都肯定 S 存在，S 旣不存在，它們都是假的。

如 SI_cP 为眞，SO_cP 可以眞如第二图，也可以假如第一图；如 SO_cP 为眞，SI_cP 可以眞如第二图，也可以假如第三图。

如 SI_cP 为假，SO_cP 可以眞如第三图，也可以假如第四图；如 SO_cP 为假，SI_cP 可以眞如第一图，也可以假如第四图。

(四)SI_cP 与 SO_cP 为独立。此处所謂独立者，不过是无对待关系中之任何关系而已。它們可以同时眞，可以同时假，由一眞不能推論到另一之眞假，由一假也不能推論到另一之眞假。

c. SA_cP 与 SO_cP，SE_cP 与 SI_cP 的关系。

(一)$SA_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(丙)$S\bar{P}$ 存在，SP 也存在。

$SO_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}\neq o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

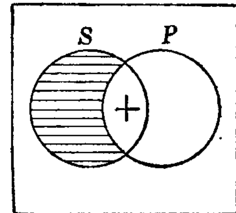
(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP 也存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

(乙)$S\bar{P}$ 不存在，SP 也不存在。

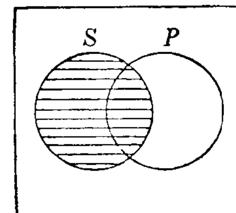
(二) SA_cP …………——眞→(甲)——

SO_cP …………——假→(甲)——



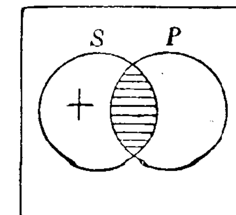
SA_cP …………——假→(甲)——

SO_cP …………——假→(乙)——



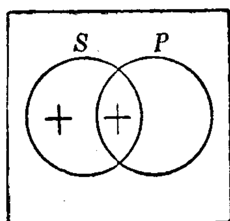
SA_cP …………——假→(乙)——

SO_cP …………——眞→(甲)——



SA_cP …………——假→(丙)——

SO_cP …………——眞→(乙)——



(三) SA_cP 与 SO_cP 的对待关系：

SA_cP 与 SO_cP 不能同时眞。四个图示中沒有同时眞的可能。第二图表示 SA_cP 与 SO_cP 同时假。这两命題之所以能同时假者，因为它們都肯定主詞存在，如果主詞不存在，这两个复杂命題的前一部分都是假的，所以两个整个的复杂命題也是假的。

如果 SA_cP 是眞，則 SO_cP 是假的，如第一图；如果 SO_cP 是眞的，則 SA_cP 是假的，如第三第四两图；如果 SA_cP是假的，則 SO_cP 可以是眞的如第三第四两图，也可以是假的如第二图；如果 SO_cP 是假的，則 SA_cP 可以是眞的如第一图，也可以是假的如第二图。

(四) SA_cP 与 SO_cP 有反对的对待关系。它們不能同时眞，可以同时假；由一为眞可以推到另一为假，由一为假不能推到另一为眞为假。SE_cP 与 SI_cP 同样。

d. SA_cP 与 SI_cP, SE_cP 与 SO_cP 的对待关系。

(一) $SA_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 也不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP

不存在。

(丙) $\bar{S}P$ 存在,SP 存在。

SI_cP=[(S≠o) 与 (SP≠o)]——真→(甲) SP存在,$S\bar{P}$ 不存在。

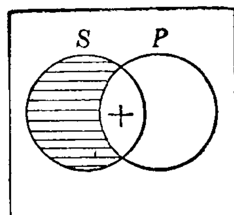
→(乙) SP存在,$S\bar{P}$ 也存在。

——假→(甲) SP不存在,$S\bar{P}$ 存在。

(乙) SP不存在,$S\bar{P}$ 不存在。

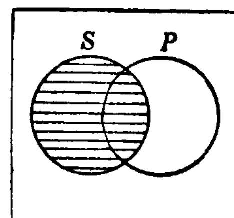
(二) SA_cP…………——真→(甲)——

SI_cP …………——真→(甲)——



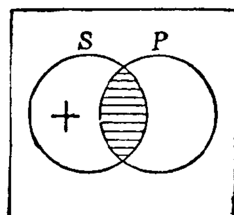
SA_cP…………——假→(甲)——

SI_cP ………… ——假→(乙)——



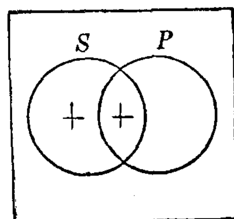
SA_cP ………… 假→(乙)——

SI_cP ………… 假→(甲)——



SA_cP ………… 假→(丙)——

SI_cP ………… 眞→(乙)



(三)SA_cP 与 SI_cP 的对待关系如下：

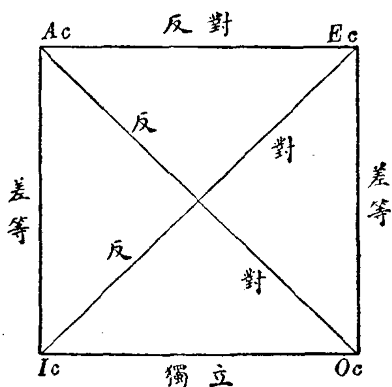
SA_cP 与 SI_cP 可以同时眞，如第一图之表示。

SA_cP 与 SI_cP 也可以同时假，如第二图与第三图之表示。

第二图表示无 S 或主詞不存在，所以两命題均假；第三图表示 $S\bar{P}$ 存在，所以 SA_cP 为假，而 SP 不存在，所以 SI_cP 为假。

SA_cP 为眞，則 SI_cP 必眞，如第一图；SI_cP 为眞，則 SA_cP 可以眞如第一图，也可以假如第四图。

如 SA_cP 为假，則 SI_cP 可以眞如第四图，也可以假如第二第三两图；如 SI_cP 为假，則 SA_cP 必假，如第三第二两图。



(四)SA_cP 与 SI_cP 有差等的关系。它們可以同时眞，可以同时假。如果 SA_cP 眞，則 SI_cP 必眞，SA_cP 假，SI_cP 不定；如果 SI_cP 眞，SA_cP 不定，SI_cP 假，則 SA_cP 必假。SE_cP 与 SO_cP 同样。茲以左图表示 A_c，E_c，I_c，O_c 的对待关系。

3. 以 A,E,I,O 为 A_h，E_h，I_h，O_h。A_h，E_h，I_h，O_h 是以主詞的存在为条件的命題，如果主詞不

存在，则这些命题根本用不着說，或簡单的說它們无意义。

命题		語言的表示		公式的表示
SA_hP	如有 S	所有的 S 是 P	$S\neq o\rightarrow$	$S\bar{P}=o$
SE_hP		沒有 S 是 P		$SP=o$
SI_hP		有 S 是 P		$SP\neq o$
SO_hP		有 S 不是 P		$S\bar{P}\neq o$

此处 S 的存在为四个命題的总条件，如 S 不存在，四个命题无所謂眞假，它們有眞假的时候，S 存在。它們的解釋旣如此，它們的对待关系如下：

a. SA_hP 与 SE_hP的关系。

(一)$SA_hP=[(S\neq o)\rightarrow(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

——无眞假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 也不存在。

$SE_hP=[(S\neq o)\rightarrow(SP=o)]$——眞→(甲) SP 不存在，$S\bar{P}$ 存在。

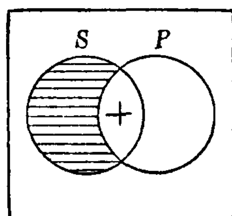
——假→(甲) SP 存在，$S\bar{P}$ 不存在。

(乙) SP 存在，$S\bar{P}$ 也存在。

——无假眞→(甲) SP 不存在，$S\bar{P}$ 也不存在。

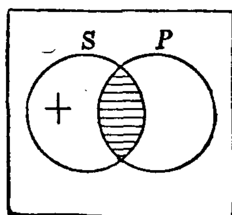
(二) SA_hP ………… 真→(甲)——

SE_hP ………… 假→(甲)——



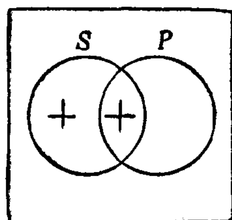
SA_hP ………… 假→(甲)——

SE_hP ………… 真→(甲)——



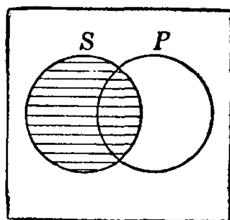
SA_hP …………——假→(乙)——

SE_hP …………——假→(乙)——



SA_hP ……——无真假→(甲)——

SE_hP ……——无真假→(甲)——



(最后一图可以不画,因条件未满足。)

(三)SA_hP 与 SE_hP的对待关系如下:

SA_hP 与 SE_hP 不能同时真。若是沒有 S,它們都无意义。其他三可能中,沒有它們同真的情形。

SA_hP 与 SE_hP 可以同时假，如第三图；也可以同时无意义，或无真假，如第四图。但第四图与对待关系不相干。

SA_hP 为真，則 SE_hP 为假，如第一图；SE_hP 为真，則 SA_hP 为假，如第二图。

SA_hP 为假，則 SE_hP 可以真如第二图，亦可以假如第三图；SE_hP 为假，則 SA_hP 可以真如第一图，也可以假如第三图。

(四) SA_hP 与 SE_hP 的对待关系为反对的对待关系。它們可以同时假，不能同时真，由一真可以推到另一为假，由一假不能推到另一为真或假。

b. SI_hP 与 SO_hP 的对待关系。

(一) $SI_hP=[(S\neq o)\rightarrow(SP\neq o)]$——真→(甲) SP 存在，$S\bar{P}$ 不存在。

(乙) SP 存在，$S\bar{P}$ 存在。

——假→(甲) SP 不存在，$S\bar{P}$ 存在。

——无真假→(甲) SP 不存在，SP 不存在。

$SO_hP=[(S\neq o)\rightarrow(S\bar{P}\neq o)]$——真→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

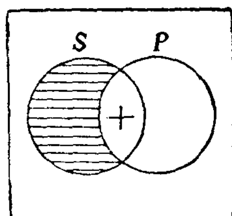
(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——无真假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 不存在。

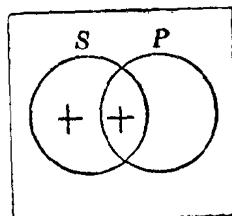
(二) SI_hP ………… ——眞→(甲)——

SO_hP ………… ——假→(甲)——



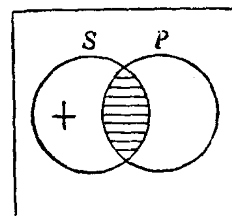
SI_hP ………… ——眞→(乙)——

SO_hP ………… ——眞→(乙)——



SI_hP ………… ——假→(甲)——

SO_hP ………… ——眞→(甲)——



(三)SI_hP 与 SO_hP 的对时关系如下：

SI_hP 与 SO_hP 可以同时眞，如第二图。

SI_hP 与 SO_hP 不能同时假。如果能同时假，等于沒有S，或S不存在；S不存在，则两命题的条件未滿足，无眞假。

SI_hP 为眞，SO_hP 可以眞如第二图，也可以假如第一图。

SO_hP 为眞，SI_hP 可以眞如第二图，也可以假如第三图。

SI_hP 为假，则 SO_hP 为眞，如第三图；SO_hP 为假，则 SI_hP 为眞，如第一图。

(四)SI_hP 与 SO_hP 的对待关系为下反对待关系。它們不能同时假，可以同时眞；如果一命题为眞，另一命题不定，如果一命題

为假，则另一命题必真。

c. SA_hP 与 SO_hP, SE_hP 与 SI_hP 的对待关系，以 SA_hP 与 SO_hP 为例。

(一) $SA_hP=[(S\neq o)\rightarrow(S\bar{P}=o)]$——真→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 亦存在。

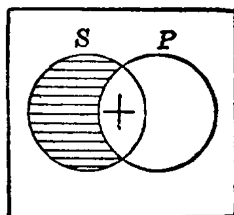
$SO_hP=[(S\neq o)\rightarrow(S\bar{P}\neq o)]$——真→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 亦存在。

假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

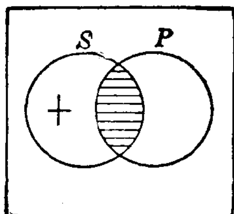
(二) SA_hP …………——真→(甲)——

SO_hP …………——假→(甲)——



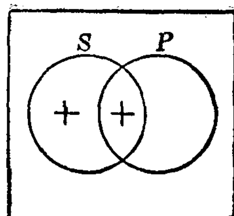
SA_hP …………——假→(甲)——

SO_hP …………——真→(甲)——



SA_hP…………——假→(乙)——

SO_hP…………——眞→(乙)——



(三)SA_hP 与 SO_hP 的对待关系如下：

SA_hP 与 SO_hP 不能同时眞，也不能同时假。三图之中，沒有同眞的情形，也沒有同假的情形。

如果 SA_hP 为眞，則 SO_hP 为假，如第一图；如果 SA_hP 为假，則 SO_hP 为眞，如第二第三两图。

如果 SO_hP 为眞，則 SA_hP 为假，如第二第三两图；如果 SO_hP 为假，則 SA_hP 为眞，如第一图。

(四)SA_hP 与 SO_hP 为矛盾的命题。二者不能同眞，不能同假。由一眞可以推到另一为假，由一假可以推到另一为眞。SE_hP 与 SI_hP 同样。

d. SA_hP 与 SI_hP，SE_hP 与 SO_hP 的对待关系：

(一)$SA_hP=[(S\neq o)\rightarrow(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

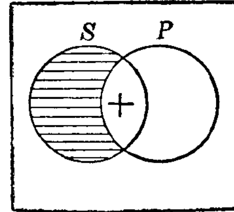
$SI_hP=[(S\neq o)\rightarrow(SP\neq o)]$——眞→(甲) SP 存在，$S\bar{P}$ 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

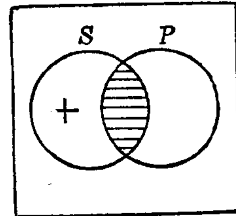
(二)SA_hP…………——眞→(甲)——

SI_hP …………——眞→(甲)——



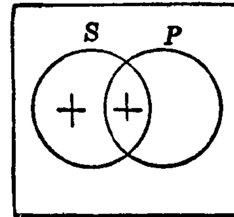
SA_hP…………——假→(甲)——

SI_hP …………——假→(甲)——



SA_hP…………——假→(乙)——

SI_hP …………——眞→(乙)——



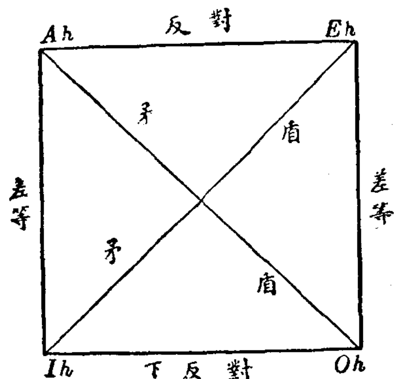
(三)SA_hP 与 SI_hP 的对待关系。

SA_hP 与 SI_hP 可以同时眞，如第一图；也可以同时假，如第二图。

SA_hP 为眞，则 SI_hP 必眞；SA_hP 为假，SI_hP 可以眞如第三图，也可以假如第二图。

SI_hP 为眞，则 SA_hP 可以眞如第一图，也可假如第三图；SI_hP 为假，则 SA_hP 必假，如第二图。

(四)SA_hP 与 SI_hP 的对待为差等的对待关系。它們可以同时眞，可以同时假；如果 SA_hP 眞可以推到 SI_hP 的眞，SA_hP 的假不能推到 SI_hP 为眞为假；由 SI_hP 的假可以推到 SA_hP 的假，由 SI_hP 的眞，不能推到 SA_hP 之为眞为假。SE_hP 与 SO_hP 同样。茲以下图表示 $A_hE_hI_hO_h$ 的对待关系：



4. 以上表示如果我們把傳統的 A,E,I,O 当作 A_n,E_n,I_n,O_n 解，則它們的对待关系不是傳統的对待关系，或者說傳統的对待关系錯了。如果傳統的对待关系不錯，則 A,E,I,O 不能視为 A_n,E_n,I_n,O_n。如果我們把傳統的 A,E,I,O 当作 A_c,E_c,I_c,O_c 解，則傳統的对待关系也錯了；如果傳統的对待关系未錯，則 A,E,I,O 不能視为 A_c,E_c,I_c,O_c。这就是說如果傳統的对待关系对的时候，則 A,E,I,O 旣不是不假設存在的命題，也不是肯定主詞存在的命題。

以上三解釋之中只有一个說的通。如果我們以 A,E,I,O 为 A_h,E_h,I_h,O_h，則傳統的对待关系对。A_h,E_h,I_h,O_h 是假設主詞存在，或以主詞存在为条件，而不肯定的說主詞存在的命題。这里“假設”的意义頗不易以符号表示。它的意义，一方面似乎是以主詞的存在为条件，另一方面似乎主詞不存在的可能根本就沒有想

到，或即想到，而以那种可能用不着討論或研究。我們或者說从前治邏輯的人要邏輯“适用”，而以为实用的邏輯必为适用的邏輯。可是适用者虽均能实用，而事实上实用者不必普遍地“适用”。对于不存在的东西，事实上所說的話很少，而說話的时候，話中对象无論事实上存在与否，心理上大都以为它們存在。即以“所有的人都是会死的”而論，大多数的人对于此命題，很自然地会想到死的問題，与所有的人都会死，还是有一部分的人可以免死，等等問題，而这一句話旣經說出，大多数的人不至于想到沒有“人”的可能，即或想到，也以为大可不必討論或研究。总而言之，空类或无份子的类忽略了。

C. 換质換位方面的問題。空类或无份子的类影响到A, E, I, O的对待关系，如以上所述；它也影响到換质与換位的直接推論。本段照以上的办法看影响如何。但最初有一問題我們似乎应先提出。

1. 傳統邏輯中換质換位的推論如下(以SAP 为例)：

原来命題　換质　換位　再換质　再換位　三換质

$$SAP \rightarrow SE\bar{P} \rightarrow \bar{P}ES \rightarrow \bar{P}A\bar{S} \rightarrow \bar{S}I\bar{P} \rightarrow \bar{S}OP$$

前四命題相等，后两命題也相等，但因第五命題是有限制的換位，后两命題与前四命題不相等，但虽不相等，而照換质換位的推論可以推論得到。設原来的命題为 $\bar{S}AP$，它应有以下的推論：

$$\bar{S}AP \rightarrow \bar{S}E\bar{P} \rightarrow \bar{P}E\bar{S} \rightarrow \bar{P}AS \rightarrow SI\bar{P} \rightarrow SOP$$

第二行的第四个命題与第一行的第三个命題，即 $\bar{P}AS$ 与 $\bar{P}ES$ 显而易見地是两相反对的命題。第一行的原来的命題与第二行的第六命題即 SAP 与 SOP，第二行的第一命題与第一行的第六命題即 $\bar{S}AP$ 与 $\bar{S}OP$，显而易見地是矛盾的命題。

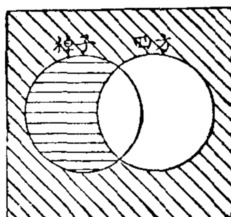
照这两行的推論看来，SAP 与 $\bar{S}AP$ 总有冲突，而这冲突可以分两层看。第一，两行推論之中前四命題相等，那就是說在第一行之中，SAP 等于 $\bar{P}ES$；在第二行之中，$\bar{S}AP$ 等于 $\bar{P}AS$；但 $\bar{P}AS$ 与

$\bar{P}ES$ 既为反对的命题，则 SAP 与 $\bar{S}AP$ 也为反对的命题。第二，最后两命题虽与前四命题不相等，而可以由前四命题推論出来。$\bar{S}AP$ 与由 SAP 推論到的 $\bar{S}OP$ 彼此矛盾，$\bar{S}AP$ 与 SAP 虽不能說本身有矛盾，但似乎可以說不能同时眞。无論如何，在傳統邏輯的直接推論中，SAP 与 $\bar{S}AP$ 不能同时眞。請注意此处所說的是不能同眞，不仅是說有时为假。

a. 設以"所有的棹子都是四方的"与"所有的非棹子都是四方的"为例。第一命题先换质次换位变成"沒有非四方的是棹子"，而第二命题先换质次换位再换质成为"所有非四方的都是棹子"。照对待关系看来，以上两命题为反对的命题，那就是說，它們不能同时眞。可是，从另外一方面着想，这两个命题表示沒有非四方的东西。以图表示很容易看出来：

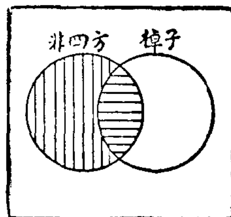
"所有的棹子都是四方的"

"所有的非棹子都是四方的"



"沒有非四方的是棹子"

"所有非四方的都是棹子"



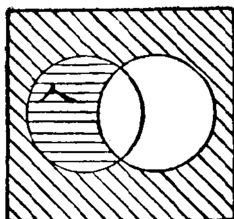
这两命题究竟同是假的呢还是不能同是眞的呢？从常識方面着想，大多数的人或者要說它們都是假的，而理由无非是(一)有圓的东西是棹子，(二)有圓的东西不是棹子。如果我們承认常識，

我們似乎不能不說这两个命題都是假的。但它們是否不能同时眞呢？

b. 設以“所有的人都是有理性的动物”与“所有的非人都是有理性的动物”。用同样的方法我們也可以表示这两个命題否认非理性动物的存在。它們还是一眞一假呢，还是不能同眞呢？从对于“人”有夜郎自大的感觉的人們看来，头一个命題是眞的，而后一个命題是假的。如果我們自己覚得无以解嘲，要借人类尊严的思想以自別于其他万事万物，我們大約也有同样的感想。可是問題还是这两个命題究竟还是一眞一假呢，还是不能同时眞呢？

c. 設以“所有正式电报都是假电报”与“所有的非正式的电报都是假电报”为例。用同样的图示我們也可以表示这两个命題根本否认眞电报的存在。如果眞有人說这两句話，他不过是以一种俏皮的方法表示沒有眞的电报而已。但这两命題是否同时眞呢？第一，說这样話的人，說“非正式电报”的时候，他所注意的是电报，他不至于把“非正式电报”这一名詞包含棹子，椅子……等等。第二，他所注意的是在电报范圍之內，虽有正式与非正式的分别，而沒有眞的电报。如果事实上沒有眞的电报，他可以說他所說的两句話都是眞的。但究竟能不能同时眞呢？学邏輯的人仍可以說不能同时眞，因为“非正式电报”包含棹子椅子等等，不仅止于电报，所以“所有非正式电报都是假电报”这一命題是一假命題。

d. 設以“所有的人都是宇宙的份子”与“所有的非人都是宇宙的份子”为例。如果宇宙的定义是包罗万象的全体，則所有一切均在宇宙范圍之內，根本就不能有非宇宙的份子。同时用以上的图示我們也可以表示以上两命題根本否认非宇宙的份子的存在。这两命題，照傳統的邏輯看来不能同时眞。可是，照以上“宇宙”的定义看来，它們同时是眞的。“非宇宙份子”不仅不存在，而且不能存在。兹以图示表示之：



在上图白圈就是宇宙。这两命题的情形与(c)条两命题的情形不同。在"所有的非人都是宇宙的份子"这一命题中,"非人"这一名詞可以包含棹子椅子……等等,而这命题仍为眞的命題。承认以上宇宙二字的定义,这两命题同时是眞的。可是,傳統邏輯应該說它們不能同时眞。

本条所举的例中,第一命题"所有的人都是宇宙的份子"可用換质換位的方法变成:"沒有非宇宙的份子是人";而第二命題用同样的方法可以变成"所有的非宇宙的份子是人"。这两个命题一为"E",一为"A"。非宇宙份子既不存在,以A,E为A_c E_c,它們都是假的;以A,E为A_h,E_h,它們都无意义,因为它們的条件未能滿足;以A,E为A_n,E_n,它們都是眞的。傳統邏輯沒有想到无份子的类,所以說以上所举的例不能同眞。若仅从对待关系着想,不提存在問題,还可以說得过去;从換质換位的推論方面着想,不提存在問題,就說不过去了。現在把換质与換位連在一块讲,其实問題差不多全是換位的問題,尤其是E命題的換位。

茲以下列两E命題为例:

甲 "沒有人是桌子"

乙 "沒有人是鬼"

这两个命题普通我們承认是眞命題,可是眞的理由或眞的根据或眞的标准不見得一致。事实上有人,也有桌子;如果我們把具体的人挤在一边,把具体的桌子堆在另一边,(甲)命題說沒有一个前边

的具体的东西是后边的具体的东西。事实上虽有人，而沒有鬼或鬼不存在。現在我們只有第一类具体的东西，沒有第二类具体的东西。(乙) 命題可以有两个說法：(一) 說沒有前一类的具体的东西，是后一类的具体东西；(二)說沒有后一类的具体的东西，所以前一类的任何具体的东西不是后一类的具体的东西。这两个命題虽眞，而眞的理由不同。理由不同，換位后的命題的眞假，就受影响。換位后的(甲)(乙)如下：

甲 "沒有桌子是人"

乙 "沒有鬼是人"

这两个命題之中，(甲)命題可以視为 E_c 或 E_h 或 E_n。如果原来的命題是眞的，換位后的命題无論是 E_c 也好，E_h 也好，E_n 也好，仍是眞的。(乙)則不然，如果原来的命題是眞的，換位后的命題視为 E_c 則假，視为 E_h 則条件未滿足无眞假可言，視为 E_n 則眞。照此看来，E 命題有时可以換位，有时不能換位。茲以各种不同的解釋，看換质与換位的推論如何。

2. 以 A，E，I，O 为 A_h，E_h，I_h，O_h，傳統邏輯的換质換位的推論如下：

$$SAP \to SE\bar{P} \to \bar{P}ES \to \bar{P}A\bar{S} \to \bar{S}I\bar{P} \to \bar{S}OP。$$

a. $SA_hP \to SE_h\bar{P}$。

(一) $SA_hP = [(S \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

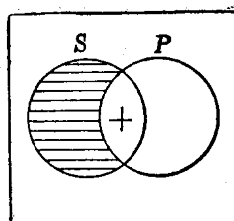
——假→(甲)$S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

$SE_h\bar{P} = [(S \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$——眞假同上。

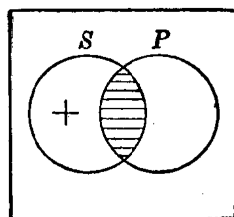
(二)SA_hP…………——眞→(甲)——

$SE_h\bar{P}$ …………——眞→(甲)——



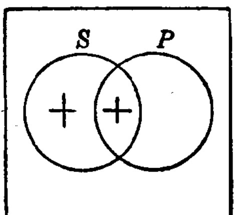
SA_hP…………——假→(甲)——

$SE_h\bar{P}$ …………——假→(甲)——



SA_hP…………——假→(乙)——

$SE_h\bar{P}$ …………——假→(乙)——



(三)此两命題相等，所以由 SA_hP 可以推到 $SE_h\bar{P}$。

b. $SE_h\bar{P}\to\bar{P}E_hS$。

(一)$SE_h\bar{P}=[(S\neq o)\to(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$不存在，SP存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 存在，SP不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP存在。

——无$\frac{眞}{假}$→(甲)$S\bar{P}$不存在，SP不存在。

$\bar{P}E_hS=[(\bar{P}\neq o)\rightarrow(S\bar{P}=o)]$——真→(甲)$S\bar{P}$不存在，$\bar{S}\bar{P}$存在。

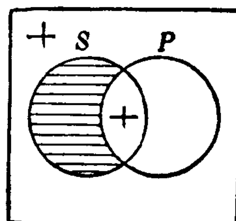
——假→(甲)$S\bar{P}$ 存在，$\bar{S}\bar{P}$不存在。

(乙)$S\bar{P}$存在，$\bar{S}\bar{P}$存在。

——无真假→(甲)$S\bar{P}$不存在，$\bar{S}\bar{P}$不存在。

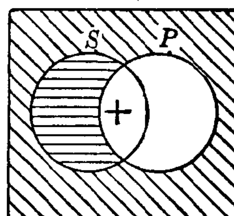
(二)$SE_h\bar{P}$…………——真→(甲)——

$\bar{P}E_hS$…………——真→(甲)——



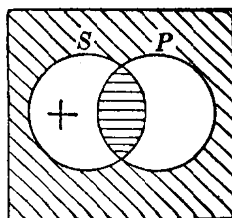
$SE_h\bar{P}$…………——真→(甲)——

$\bar{P}E_hS$………——无真假→(甲)——



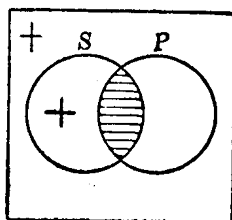
$SE_h\bar{P}$…………——假→(甲)——

$\bar{P}E_hS$…………——假→(甲)——



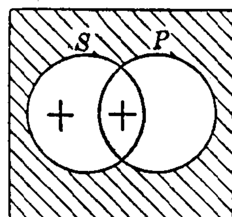
$SE_h\bar{P}$ …………——假→(甲)——

$\bar{P}E_hS$ …………——假→(乙)——



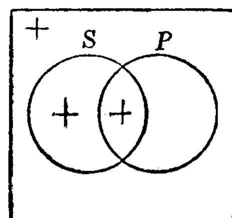
$SE_h\bar{P}$ …………——假→(乙)——

$\bar{P}E_hS$ …………——假→(甲)——



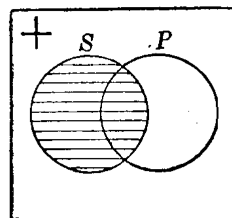
$SE_h\bar{P}$ …………——假→(乙)——

$\bar{P}E_hS$ …………——假→(乙)——



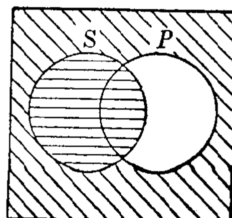
$SE_h\bar{P}$ ………——无真假→(甲)——

$\bar{P}E_hS$ …………——真→(甲)——



$SE_h\bar{P}$ ………——无真假→(甲)——

$\bar{P}E_hS$ ………——无真假→(甲)——



(三)以上表 $SE_h\bar{P}$ 眞，$\bar{P}E_hS$ 可以眞如第一图，也可以无眞假如第二图；$\bar{P}E_hS$ 眞，$SE_h\bar{P}$ 可以眞如第一图，也可以无眞假如第七图。它們不相等，所以推論說不过去。

c. $\bar{P}E_hS \to \bar{P}A_h\bar{S}$。

(一) $\bar{P}E_hS = [(\bar{P} \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$

$\bar{P}A_h\bar{S} = [(\bar{P} \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$

此两命題一样，前一命題等于 $[(\bar{P} \neq o) \to (\bar{P}S = o)]$，而此命題又等于 $[(\bar{P} \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$；后一命題等于 $[(\bar{P} \neq o) \to (\bar{P}\bar{\bar{S}} = o)]$，此命題等于 $[(\bar{P} \neq o) \to (\bar{P}S = o)]$，而此命題又等于 $[(\bar{P} \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$。

(二)此两命題不必以图形表示。它們旣相等，則 $\bar{P}E_hS$ 可以推論到 $\bar{P}A_h\bar{S}$。

d. $\bar{P}A_h\bar{S} \to \bar{S}I_h\bar{P}$。

(一) $\bar{P}A_h\bar{S} = [(\bar{P} \neq o) \to (S\bar{P} = o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}\bar{P}$ 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，$\bar{S}\bar{P}$ 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，$\bar{S}\bar{P}$ 存在。

——无眞假→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}\bar{P}$ 不存在。

$\bar{S}I_h\bar{P} = [(\bar{S} \neq o) \to (\bar{S}\bar{P} \neq o)]$——眞→(甲) $\bar{S}\bar{P}$ 存在，$\bar{S}P$ 不存在。

(乙) $\bar{S}\bar{P}$ 存在，$\bar{S}P$ 存在。

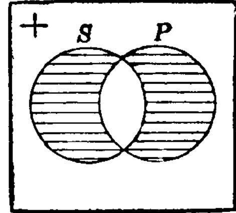
——假→(甲) $\bar{S}\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}P$ 存在。

——无$\frac{\text{眞}}{\text{假}}$→(甲)$\bar{S}\bar{P}$不存在，$\bar{S}P$

不存在。

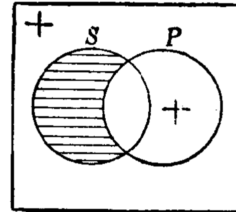
(二)$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$…………——眞→(甲)——



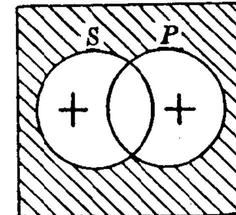
$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$…………——眞→(乙)——



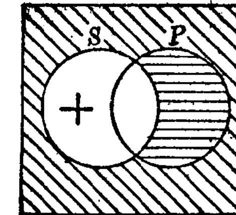
$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——假→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$…………——假→(甲)——



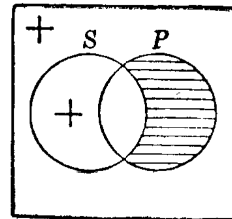
$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——假→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$…………——无$\frac{\text{眞}}{\text{假}}$→(甲)——



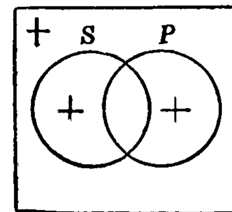
$\bar{P}A_h\bar{S}$……………——假→(乙)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$ ……………——真→(甲)——



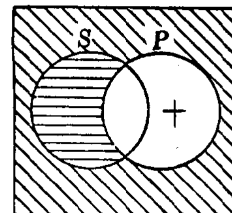
$\bar{P}A_h\bar{S}$……………——假→(乙)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$ ……………——真→(乙)——



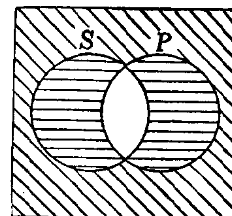
$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——无真假→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$ ……………——假→(甲)——



$\bar{P}A_h\bar{S}$…………——无真假→(甲)——

$\bar{S}I_h\bar{P}$ …………——无真假→(甲)——



(三)以上表示 $\bar{P}A_h\bar{S}$ 为真，則 $\bar{S}I_h\bar{P}$ 亦为真；它們虽不相等，而可以推論得过去。

e. $\bar{S}I_h\bar{P}\rightarrow\bar{S}O_hP$。

(一)$\bar{S}I_h\bar{P}=[(\bar{S}\neq o)\rightarrow(\bar{S}\bar{P}\neq o)]$

$\bar{S}O_hP=[(\bar{S}\neq o)\rightarrow(\bar{S}\bar{P}\neq o)]$

这两命題相等，推論无問題。

f. 設以 A, E, I, O 为 A_h, E_h, I_h, O_h，則換质換位如下：

$SA_hP\rightarrow SE_h\bar{P}\rightarrow\bar{P}E_hS\rightarrow\bar{P}A_h\bar{S}\rightarrow\bar{S}I_h\bar{P}\rightarrow\bar{S}O_hP$。

第二步的推論説不通，第四步不是相等的推論。

3. 以 A, E, I, O 为 A_c, E_c, I_c, O_c。

a. $SA_cP\rightarrow SE_c\bar{P}$。

(一) $SA_cP=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$

$SE_c\bar{P}=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$

此两命題相等，用不着再提出眞假的条件，也用不着利用图式以表示它們的关系。

(二) 它們既然相等，則由 SA_cP 到 $SE_c\bar{P}$ 的推論当然説得过去。

b. $SE_c\bar{P}\rightarrow\bar{P}E_cS$。

(一) $SE_c\bar{P}=[(S\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

(丙) $S\bar{P}$ 不存在，SP 不存在。

$\bar{P}E_cS=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，$\overline{SP}$ 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，$\overline{SP}$ 不存在。

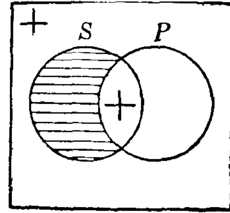
(乙) $S\bar{P}$ 存在，$\overline{SP}$ 存

在。

(丙) $S\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}\bar{P}$ 不存在。

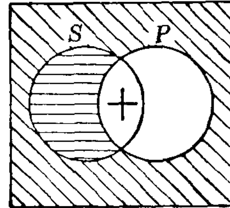
(二) $SE_c\bar{P}$ …………——眞→(甲)——

$\bar{P}E_cS$ …………——眞→(甲)——



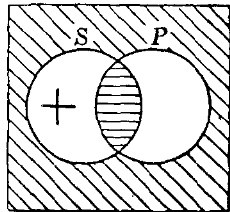
$SE_c\bar{P}$ …………——眞→(甲)——

$\bar{P}E_cS$ …………——假→(丙)——



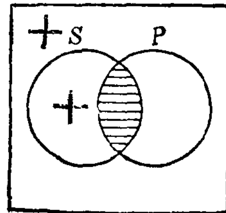
$SE_c\bar{P}$ …………——假→(甲)——

$\bar{P}E_cS$ …………——假→(甲)——



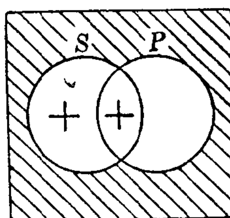
$SE_c\bar{P}$ …………——假→(甲)——

$\bar{P}E_cS$ …………——假→(乙)——



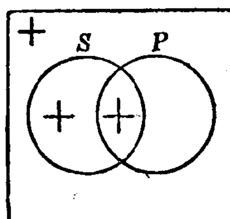
$SE_c\bar{P}$ ……………——假→(乙)——

$\bar{P}E_cS$ ……………——假→(甲)——



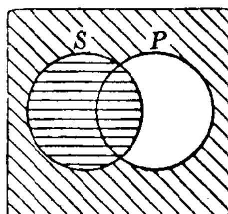
$SE_c\bar{P}$ ……………——假→(乙)——

$\bar{P}E_cS$ ……………——假→(乙)——



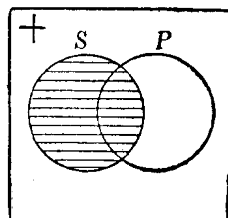
$SE_c\bar{P}$ ……………——假→(丙)——

$\bar{P}E_cS$ ……………——假→(丙)——



$SE_c\bar{P}$ ……………——假→(丙)——

$\bar{P}E_cS$ ……………——眞→(甲)——



(三)这两命题可以同眞,可以同假。$SE_c\bar{P}$ 为眞,$\bar{P}E_cS$ 可以眞,亦可以假;$\bar{P}E_cS$ 为眞,$SE_c\bar{P}$ 可以眞,也可以假。它們既不相等,也不能有推論。

c. $\bar{P}E_cS \rightarrow \bar{P}A_c\bar{S}$。

(一) $\bar{P}E_cS=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$

$\bar{P}A_c\bar{S}=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$

此两命題中，$\bar{P}E_cS=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(\bar{P}S=o)]=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$；而 $\bar{P}A_c\bar{S}=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(\bar{P}S=o)]=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$。它們相等，所以由 $\bar{P}E_cS$ 可以推論到 $\bar{P}A_c\bar{S}$。

d. $\bar{P}A_c\bar{S}\rightarrow\bar{S}I_c\bar{P}$。

(一) $\bar{P}A_c\bar{S}=[(\bar{P}\neq o)$ 与 $(S\bar{P}=o)]$——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}\bar{P}$ 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，$\bar{S}\bar{P}$ 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，$\bar{S}\bar{P}$ 存在。

(丙) $S\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}\bar{P}$ 不存在。

$\bar{S}I_c\bar{P}=[(\bar{S}\neq o)$ 与 $(\bar{S}\bar{P}\neq o)]$——眞→(甲) $\bar{P}\bar{S}$ 存在，$\bar{S}P$ 不存在。

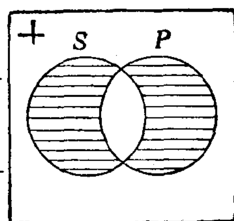
(乙) $\bar{S}\bar{P}$ 存在，$\bar{S}P$ 存在。

——假→(甲) $\bar{S}\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}P$ 存在。

(乙) $\bar{S}\bar{P}$ 不存在，$\bar{S}P$ 不存在。

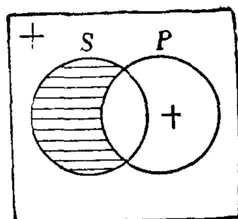
(二) $\bar{P}A_c\bar{S}$ …………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ …………——眞→(甲)——



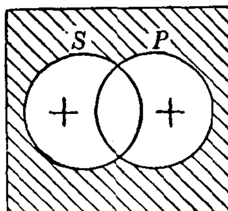
$\bar{P}A_c\bar{S}$ ……………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——眞→(乙)——



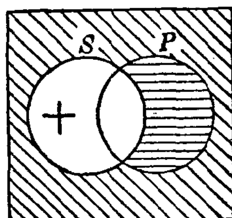
$\bar{P}A_c\bar{S}$ ……………——假→(甲)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——假→(甲)——



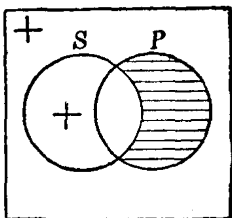
$\bar{P}A_c\bar{S}$ ……………——假→(甲)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——假→(乙)——



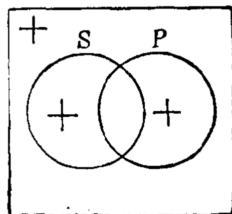
$\bar{P}A_c\bar{S}$ ……………——假→(乙)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——眞→(甲)——



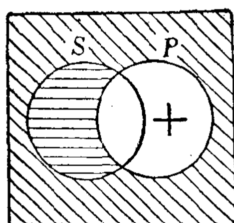
$\bar{P}A_c\bar{S}$ ……………——假→(乙)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——眞→(乙)——



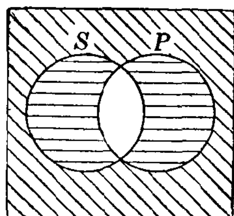
$\bar{P}A_c\bar{S}$……………——假→(丙)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——假→(甲)——



$\bar{P}A_c\bar{S}$……………——假→(丙)——

$\bar{S}I_c\bar{P}$ ……………——假→(乙)——



(三)此两命題不相等，可是 $\bar{P}A_c\bar{S}$ 为眞，則 $\bar{S}I_c\bar{P}$ 亦眞，所以由 $\bar{P}A_c\bar{S}$ 之为眞可以推論到 $\bar{S}I_c\bar{P}$ 之为眞。兹以 $\bar{P}A_c\bar{S}\rightarrow\bar{S}I_c\bar{P}$ 表示虽不相等，而可以推論。

e. $\bar{S}I_c\bar{P}\rightarrow\bar{S}O_cP$。

(一) $\bar{S}I_c\bar{P}=[(\bar{S}\neq o)$ 与 $(\bar{S}\bar{P}\neq o)]$

$\bar{S}O_cP=[(S\neq o)$ 与 $(\bar{S}\bar{P}\neq o)]$

这两命題相等，不必提出眞假的条件，也不必提出图式。既然相等，当然可以推論过去。

f. 設以 A, E, I, O 为 A_c, E_c, I_c, O_c，則換质换位推論如下：

$SA_cP\rightarrow SE_c\bar{P}\nrightarrow\bar{P}E_cS\rightarrow\bar{P}A_c\bar{S}\rightarrow\bar{S}I_c\bar{P}\rightarrow\bar{S}O_cP$。

第二步推論不过去，第四步不是相等的推論。

4. 兹以 A, E, I, O 为 A_n, E_n, I_n, O_n。

a. $SA_nP\rightarrow SE_n\bar{P}$。

(一) $SA_nP=(S\bar{P}=o)$

$SE_n\bar{P}=(S\bar{P}=o)$

此两命題相等，当然可以彼此推論，也用不着用图式的方

法表示它們相等。

b. $SE_n\bar{P} \rightarrow \bar{P}E_nS$。

(一)$SE_n\bar{P} = (S\bar{P} = o)$

$\bar{P}E_nS = (\bar{P}S = o) = (S\bar{P} = o)$

此两命题也相等，由前可以推后。不必以图表示。

c. $\bar{P}E_nS \rightarrow \bar{P}A_n\bar{S}$。

(一)$\bar{P}E_nS = (S\bar{P} = o)$

$\bar{P}A_n\bar{S} = (\bar{P}\bar{\bar{S}} = o) = (\bar{P}S = o) = (S\bar{P} = o)$

此两命题亦相等，推論当然成立。

d. $\bar{P}A_n\bar{S} \rightarrow \bar{S}I_n\bar{P}$。

(一)$\bar{P}A_n\bar{S} = (S\bar{P} = o)$……………——眞→(甲)$S\bar{P}$不存在，$\bar{S}\bar{P}$不存在。

(乙)$S\bar{P}$不存在，$\bar{S}\bar{P}$存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$存在，$\bar{S}\bar{P}$不存在。

(乙)$S\bar{P}$存在，$\bar{S}\bar{P}$存在。

$\bar{S}I_n\bar{P} = [(\bar{S}\bar{P} \neq o)$ 或 $(\bar{S} = o)]$——眞→(甲)$\bar{S}\bar{P}$存在，$\bar{S}P$不存在。

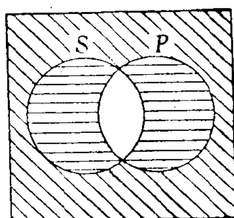
(乙)$\bar{S}\bar{P}$存在，$\bar{S}P$存在。

(丙)$\bar{S}\bar{P}$不存在，$\bar{S}P$不存在。

——假→(甲)$\bar{S}\bar{P}$不存在，$\bar{S}P$存在。

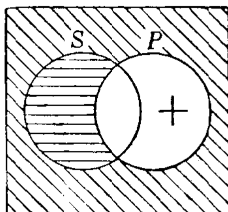
(二)$\bar{P}A_n\bar{S}$ ……………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ ……………——眞→(丙)——



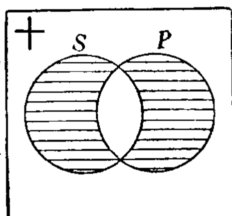
$\bar{P}A_n\bar{S}$ ……………——眞→(甲)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ ……………——假→(甲)——



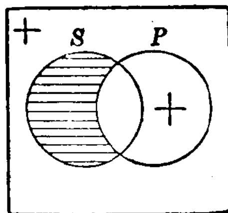
$\bar{P}A_n\bar{S}$ ……………——眞→(乙)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ ……………——眞→(甲)——



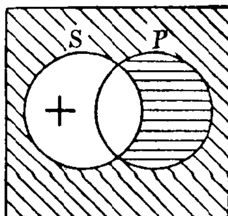
$\bar{P}A_n\bar{S}$ ……………——眞→(乙)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ ……………——眞→(乙)——



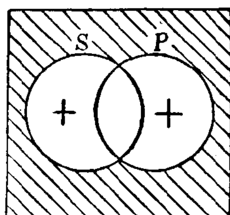
$\bar{P}A_n\bar{S}$ ……………——假→(甲)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ ……………——眞→(丙)——



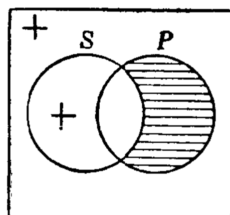
$\bar{P}A_n\bar{S}$ …………——假→(甲)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ …………——假→(甲)——



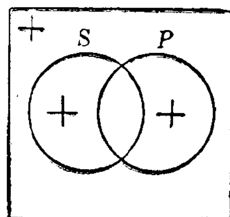
$\bar{P}A_n\bar{S}$ …………——假→(乙)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ …………——眞→(甲)——



$\bar{P}A_n\bar{S}$ …………——假→(乙)——

$\bar{S}I_n\bar{P}$ …………——眞→(乙)——



(三)此两命題不相等，也不能推論。这就是說，由$\bar{P}A_n\bar{S}$不能推論到$\bar{S}I_n\bar{P}$。在此处我們要注意由$\bar{P}A_n\bar{S}$虽可以推論到$\bar{P}I_n\bar{S}$，它們有差等的关系，而由$\bar{P}A_n\bar{S}$不能換位到$\bar{S}I_n\bar{P}$。不但E換位有困难，I換位也有困难。在A_c, E_c, I_c, O_c与A_h, E_h, I_h, O_h中，"E"的換位有困难，而"I"的換位沒有。在A_n, E_n, I_n, O_n中，"E"的換位沒有困难，而"I"的換位有困难。

e. $\bar{S}I_n\bar{S} \to \bar{S}O_nP$。

(一)$\bar{S}I_n\bar{P} = [(\bar{S}\bar{P} \neq o)$或$(\bar{S} = o)]$

$\bar{S}O_nP = [(\bar{S}\bar{P} \neq o)$或$(\bar{S} = o)]$

这两命題相等，推論无問題。

f. 以 A, E, I, O 为 $A_n E_n I_n O_n$，则换质换位的推論如下：

$$SA_nP \to SE_n\bar{P} \to \bar{P}E_nS \to \bar{P}A_n\bar{S} \not\to \bar{S}I_n\bar{P} \to \bar{S}O_nP$$

5. 以上表示 A, E, I, O 在 A_c, E_c, I_c, O_c；A_h, E_h, I_h, O_h；A_n, E_n, I_n, O_n 三个解釋范圍之內，沒有一个解釋可以使换质换位的推論說得通。

同时如果对待关系說得通的时候，A, E, I, O 应作 A_h, E_h, I_h, O_h 解。

但从 A_h, E_h, I_h, O_h 解釋换质换位說不通。这表示傳統邏輯的直接推論的前后两部分不一致。

此处的問題当然还是空类的問題。空类的問題在对待关系一方面我們或者不覺得什么，因为从日常生活方面着想，A, E, I, O 如果代表实用的話，用不着提到主詞存在問題。在换质换位的推論则不然。从日常生活方面看来，好好的命題，用换质换位的推論，三翻四变，可以变成一主詞不存在的命題。在换质换位方面旣有这样的問題，在对待关系方面这就不能不預为之备。如果在对待关系方面 A 与 E 不管主詞存在問題，而糊里糊塗假設主詞存在，則 SAP 与 $\bar{S}$AP 发生冲突。具这种形式的命題在日常生活中虽然少見，可是并不見得沒有。以上所举的例不是特别古怪的命題，虽大多数的 SAP 与 $\bar{S}$AP 不同时眞，而旣有同时眞的可能，我們就不能說它們在理論上不能同时眞。

总而言之，主詞不存在的可能，不能不顾慮到。現在許多人的办法，是把 A, E 两命題为不假設主詞存在的命題，I, O 两命題为肯定主詞存在的命題。那就是說 A 与 E 为 A_n 与 E_n，而 I 与 O 为 I_c 与 O_c。这个办法有邏輯系統范圍之外的理由，也有邏輯系統范圍之內的理由。兹先提出前者稍微說几句話。

系統之外的理由，其最大者当然就是以上所說的空类問題。关于空类的問題，我們可以总結如下：要邏輯之适用，我們固然要研

究实用的命題；但如果我們把邏輯限制到实用的命題，其結果可以使邏輯不适用。专就实用的命題着想，我們用不着討論空类或不存在的主詞；但如果我們把邏輯限制实用的命題而忽略空类，其結果就免不了有本节所提出的問題，反使邏輯不适用。

但除方才所說的这理由外还有其它的理由。A与E固为全称命題。全称頗費解，即以“所有的人都是有理性的动物”而論，所有的范圍究竟如何呢？所有以往的人呢？現在的人呢？将来的人呢？仅指已往，何以应付現在的人呢？仅指已往及現在的人，又何以能必将来之人亦有理性呢？寻常我們說这样的命題由归納得来，但是怎样得法呢？如果把已往現在及将来的人均包括在所有范圍之內，則命題之全称誠全称矣，但它是直言命題嗎？把命題引用到将来等于說“如果将来有人，那些人也是有理性的动物”。A，E两命題要实在全称，最好从反面着想。SAP从反面着想說沒有$S\bar{P}$，SEP从反面着想說沒有SP。或者把它們当作假言命題看待：如果x是S，它就是P；如果x是S，它就不是P。这样的命題可以說是描写已往，也可以說是范疇将来，也可以說表示S与P两概念的关系。必如是，A与E才无疑义的普遍；果如是，則A与E即为A_n与E_n。

全称命題要不假設主詞存在，才能无疑地全称；特称命題要肯定主詞存在，才能无疑地特称。“有人是有理性的动物”这样的命題，如果是眞的，諒有事实方面或經驗方面的根据，旣然如此，它就得肯定主詞的存在。

系統范圍之內的理由，一方面是簡单与便利，另一方面是直接推論之一致。前者可以从对待关系着想，后者可以从两部的推論着想。

a. 对待关系

(一)SA_nP与SE_nP为独立，SI_cP与SO_cP亦为独立。这两层前此已經提出，此处不贅。

(二)SA_nP 与 SO_cP 为矛盾，SE_nP 与 SI_cP 亦为矛盾。

$SA_nP=(S\bar{P}=o)$ ……………——眞→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 也不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 存在，SP不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP存在。

$SO_cP=[(S\bar{P}\neq o)$ 与$(S\neq o)]$——眞→(甲)$S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

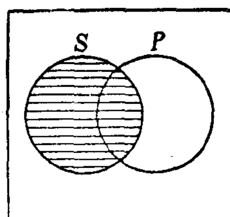
(乙)$S\bar{P}$ 存在，SP存在。

——假→(甲)$S\bar{P}$ 不存在，SP 不存在。

(乙)$S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

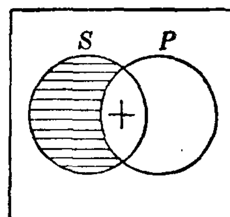
SA_nP …………——眞→(甲)——

SO_cP …………——假→(甲)——



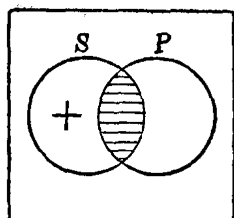
SA_nP …………——眞→(乙)——

SO_cP …………——假→(乙)——



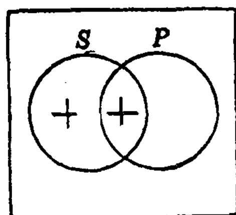
SA_nP …………——假→(甲)——

SO_cP …………——眞→(甲)——



SA_nP …………——假→(乙)——

SO_cP …………——眞→(乙)——



SA_nP 与 SO_cP 不能同眞，不能同假，一眞则另一为假，一假则另一为眞；它們为矛盾的命題。SE_nP 与 SI_cP 同样。

(三)SA_nP 与 SI_cP 为独立，SE_nP 与 SO_cP 同样。茲以 SA_nP 与 SI_cP 为例。

$SA_nP=(S\bar{P}=o)$ …………——眞→(甲) $S\bar{P}$ 不存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 不存在，SP 存在。

——假→(甲) $S\bar{P}$ 存在，SP 不存在。

(乙) $S\bar{P}$ 存在，SP 存在。

$SI_cP=[(SP\neq o)$ 与 $(S\neq o)]$——眞→(甲) SP 存在，$S\bar{P}$ 不存在。

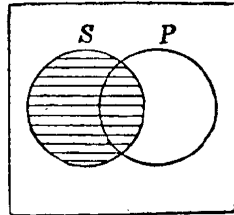
(乙) SP 存在，$S\bar{P}$ 存在。

——假→(甲) SP 不存在，$S\bar{P}$ 不存在。

(乙) SP 不存在，$S\bar{P}$ 存在。

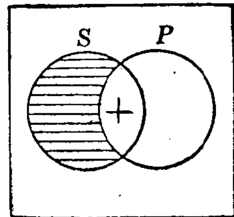
SA_nP …………——眞→(甲)——

SI_cP …………——假→(甲)——



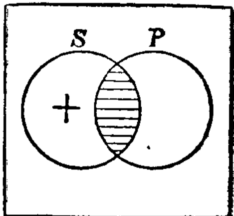
SA_nP …………——眞→(乙)——

SI_cP …………——眞→(甲)——



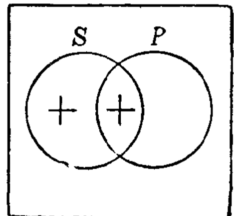
SA_nP …………——假→(甲)——

SI_cP …………——假→(乙)——

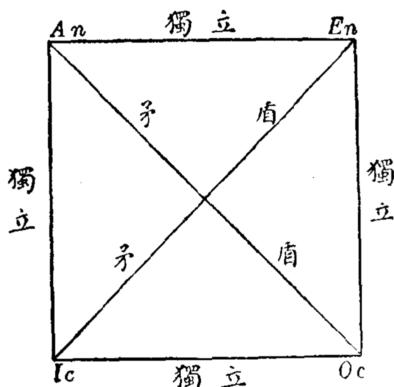


SA_nP …………——假→(乙)——

SI_cP …………——眞→(乙)——



SA_cP 与 SI_cP 可以同时眞，也可以同时假，一眞則另一可眞可假，一假則另一亦可眞可假。它們沒有对待关系，所以独立。SE_nP 与 SO_cP 同样。



(四) A_n, E_n, I_c, O_c 的对待关系如左：

此图示表示只有 A_n 与 O_c，E_n 与 I_c 有对待关系，其它都是独立的命題。这样对待关系非常之簡单，同时以記号表示命題，只要表示矛盾关系就行，所以也非常之便利。

b. 换质换位的推論。茲特把 A_h, E_h, I_h, O_h 等等的整个换质换位詳例于下：

(一) A_h, E_h, I_h, O_h 的换质换位：

	A_h	E_h	I_h	O_h	
原来命題	SA_hP	SE_hP	SI_hP	SO_hP	
	↓	↓	↓	↓	
初换质	$SE_h\bar{P}$	$SA_h\bar{P}$	$\underline{SO_h\bar{P}}$	$SI_h\bar{P}$	
	↓	↓		↓	
初换位	$\bar{P}E_hS$	$\bar{P}I_hS$		$\bar{P}I_hS$	
	↓	↓		↓	
再换质	$\bar{P}A_h\bar{S}$	$\underline{\bar{P}O_h\bar{S}}$		$\underline{\bar{P}O_h\bar{S}}$	
	↓				
再换位	$\bar{S}I_h\bar{P}$	$\overline{\bar{S}O_h}\bar{P}$			再换质
	↓	↑			
三换质	$\underline{\bar{S}O_hP}$	$\bar{S}I_hP$			再换位
		↑			

$\overline{PO_h\bar{P}}$	$PA_h\bar{S}$	$\overline{PO_h\bar{S}}$		初换质
↑	↑	↑		
PI_hS	PE_hS	PI_hS		初换位
↑	↑	↑		
SA_hP	SE_hP	SI_hP	$\overline{SO_hP}$	原来命题

(二) A_c, E_c, I_c, O_c 的换质换位：

	A_c	E_c	I_c	O_c	
原来命题	SA_cP	SE_cP	SI_cP	SO_cP	
	↓	↓	↓	↓	
初换质	$SE_c\bar{P}$	$SA_c\bar{P}$	$\underline{SO_c\bar{P}}$	$SI_c\bar{P}$	
	↓	↓		↓	
初换位	$\bar{P}E_cS$	$\bar{P}I_cS$		$\bar{P}I_cS$	
	↓	↓		↓	
再换质	$\bar{P}A_c\bar{S}$	$\underline{\bar{P}O_c\bar{S}}$		$\underline{\bar{P}O_c\bar{S}}$	
	↓				
再换位	$\bar{S}I_c\bar{P}$	$\overline{\bar{S}O_c\bar{P}}$			再换质
	↓	↑			
三换质	$\underline{\bar{S}O_cP}$	$\bar{S}I_cP$			再换位
		↑			
	$\overline{PO_c\bar{S}}$	$PA_c\bar{S}$	$\overline{PO_c\bar{S}}$		初换质
	↑	↑	↑		
	PI_cS	PE_cS	PI_cS		初换位
	↑	↑	↑		
	SA_cP	SE_cP	SI_cP	$\overline{SO_cP}$	原来命题

(三) A_n, E_n, I_n, O_n 的换质换位：

	A_n	E_n	I_n	O_n
原来命题	SA_nP	SE_nP	SI_nP	SO_nP

	↓	↓	↓	↓	
初换质	$SE_n\bar{P}$	$SA_n\bar{P}$	$SO_n\bar{P}$	$SI_n\bar{P}$	
	↓	↓		↓	
初换位	$\bar{P}E_nS$	$\bar{P}I_nS$		$\bar{P}I_nS$	
	↓	↓		↓	
再换质	$\bar{P}A_n\bar{S}$	$\underline{\bar{P}O_n\bar{S}}$		$\bar{P}O_n\bar{S}$	
	↓				
再换位	$\bar{S}I_n\bar{P}$	$\overline{SO_n\bar{P}}$			再换质
	↓	↑			
三换质	$\underline{\bar{S}O_nP}$	$\bar{S}I_nP$			再换位
		↑			
	$\overline{PO_n\bar{S}}$	$PA_n\bar{S}$	$\overline{PO_n\bar{S}}$		初换质
	↑	↑	↑		
	PI_nS	PE_nS	PI_nS		初换位
	↑	↑	↑		
	SA_nP	SE_nP	SI_nP	$\overline{SO_nP}$	原来命题

(四)A_n，E_n，I_c，O_c 的换质与换位：

	A_n	E_n	I_c	O_c	
原来命题	SA_nP	SE_nP	SI_cP	SO_cP	
	↓	↓	↓	↓	
初换质	$SE_n\bar{P}$	$SA_n\bar{P}$	$SO_c\bar{P}$	$SI_c\bar{P}$	
	↓	↓		↓	
初换位	$\bar{P}E_nS$	$\bar{P}I_cS$		$\bar{P}I_cS$	
	↓	↓		↓	
再换质	$\bar{P}A_n\bar{S}$	$\underline{\bar{P}O_c\bar{S}}$		$\bar{P}O_c\bar{S}$	
	↓				
再换位	$\bar{S}I_c\bar{P}$	$\overline{SO_c\bar{P}}$			再换质

	↓	↑			
三换质	$\underline{\bar{S}O_cP}$	$\bar{S}I_cP$			再换位
		⤒			
	$\overline{PO_c\bar{S}}$	$PA_n\bar{S}$	$\overline{PO_c\bar{S}}$		初换质
	↑	↑	↑		
	PI_cS	PE_nS	PI_cS		初换位
	⤒	↑	↑		
	SA_nP	SE_nP	SI_cP	SO_cP	原来命題

此表表示由全称命題不能用換质換位的方法推論到特称命題。

由 SA_nP 既不能推論到 $\bar{S}O_cP$，則 SA_nP 与 $\bar{S}A_nP$ 无冲突。由 SA_nP 虽能推論到 $\bar{P}E_nS$，由 $\bar{S}A_nP$ 虽能推論到 $\bar{P}A_nS$，而 $\bar{P}E_nS$ 与 $\bar{P}A_nS$ 既为独立的命題，而非反对的命題，SA_nP 与 $\bar{S}A_nP$ 也非反对的命題。

c. 以 A, E, I, O 为 A_n, E_n, I_c, O_c，則

(一)A, E, I, O 主詞都有明确規定。

(二)对待关系特别簡单。

(三)換质換位虽沒有傳統的換质換位那样自由，而沒有傳統推論所有的毛病。

二、对于間接推論的批評

A. 三段論

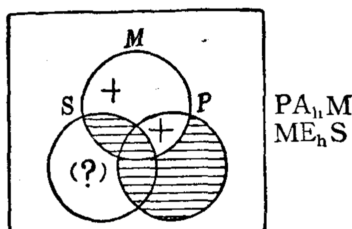
对于三段論的批評，我們可以分三項。一，継續以上的討論从主詞存在与否的問題方面着想；二，从主宾詞式命題方面着想；三，从直言或假言命題方面着想。

1. 三段論的格式共有十九个，其中第一格之 AAA, EAE, AII, EIO 与第二格之 EAE, AEE, EIO, AOO 无論 A, E, I, O 的解釋如何，均沒有錯。其余第三格之 AAI, IAI, AII, EAO, OAO, EIO 与

第四格之AAI, AEE, IAI, EAO, EIO有些說得通，有些說不通，要看A, E, I, O的解釋如何。前两格推論此处不提，讀者自己可以用图形表示。后两格的推論，均隐包换位，所以有各种問題发生。

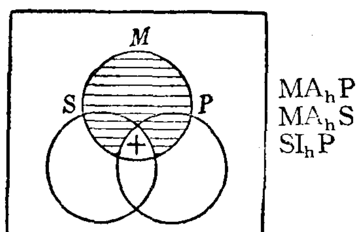
a. 以A, E, I, O为A_h, E_h, I_h, O_h則第四格之AEE不对，其它均通。

(一)A_h, E_h, E_h之关系用以下图表示：



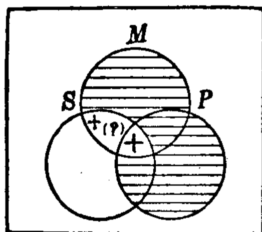
此图沒有表示有S，不能得SE_hP的結論。

(二)其它各式均用小前提为肯定命題，結論虽包含换位，推論不至于发生問題。茲以第三格之$A_hA_hI_h$为例：



b. 以A, E, I, O为A_c, E_c, I_c, O_c第四格之AEE一样的說不通，其余均說得通。A_c, E_c, E_c的图示与上条一样。其說得通的格式之中，我們可以用另一例以图表示之。

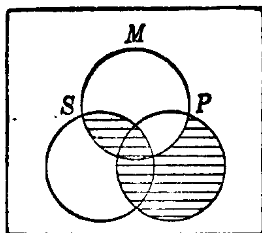
(一)第四格之A_c, A_c, I_c：



PA_cM
MA_cS
$\overline{SI_cP}$

c. 以 A, E, I, O 为 A_n, E_n, I_n, O_n 则第三第四两格之式，除A_n，E_n，E_n 外，均說不通。玆先表示第四格 A_n，E_n，E_n 說得通，再用一例以表示其余的格式說不通。

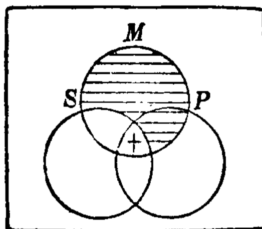
(一)第四格之 A_n，E_n，E_n：



PA_nM
ME_nS
$\overline{SE_nP}$

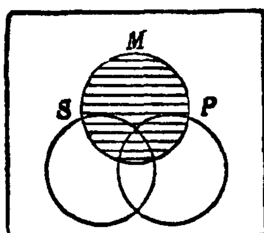
此处 S 或存在或不存在，无論如何，SP 总不存在，所以能得 SE_nP 的結論。我們要記得 E_n 可以换位。

(二)設以第三格之 I_n，A_n，I_n 为例：



MI_nP
MA_nS

或

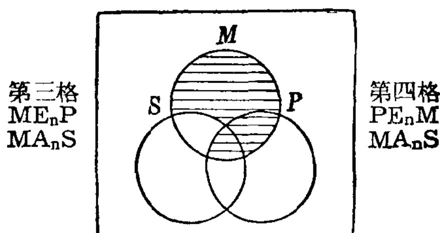


第二图有 SI_nP 为假的可能，所以不能得 SI_nP 的結論。其所以不能得結論者，簡单言之，即 A_n，I_n 不能換位，而除第四格之 A_n，E_n，E_n 外，其余均有 A_n，I_n 换位的情形。

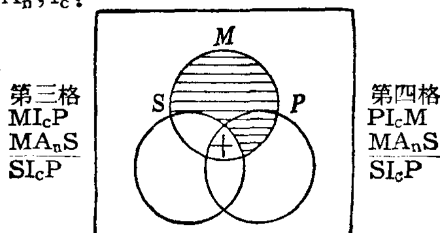
d. 以 A，E，I，O 为 A_n，E_n，I_c，O_c 則两前提为全称而結論亦为全称者說得通，两前提为全称而結論为特称者說不通，而前提之中一为特称者均說得通。

(一)两前提为全称而結論亦为全称者，只有 A_n，E_n，E_n。这說得通，图形如上。

(二)两前提为全称而結論为特称者說不通，例如 E_n，A_n，O_c：



(三)两前提中之一为特称者（其結論亦为特称），例如第三第四两格之 I_c，A_n，I_c：



e. 傳統邏輯本来有"Reduction"一层，本书未曾提及。这一层在欧洲經院学者手里弄得很像样，但本书以为是无关宏旨的枝节問題，所以根本就未談到。A,E,I,O 的各种解釋当然影响到"Reduction"。如把 A,E,I,O 解作 A_n,E_n,I_c,O_c 傳統的"Reduction"有一部分說不过去。但这一层本书不提出討論。

2. A,E,I,O 有主宾詞式命題之限制。三段論式的推論不限于主宾詞式的命題，而傳統的三段論式既受主宾詞式之限制，就免不了把一部分推出三段論式的范圍之外。我們在此处要表示三段論不限于主宾詞式的命題，也不限于三段。其次我們要表示傳統的三段論，因受主宾詞式的限制范圍太狹。

a. 普通的三段論式可以說是一种傳递质的表現。这种傳递质不限于本体与屬性，个体的关系，类的关系，有时亦有之。这种傳递质可以說是一种关系质。这种关系质以后还要談到，在此处我們仅表示傳递不限于屬性。

(一)傳統邏輯的三段論式的根本原則：凡能形容一命題的宾詞者亦能形容那宾詞所能形容的主詞。設以 x 代表一具体的东西，ϕ ψ θ……等等代表屬性。以上的根本原則說如果 ϕ 能形容 x，ψ 能形容 ϕ 所能形容的东西，ψ 也能形容 x；如果 θ 能形容 ψ 所能形容的东西，θ 也能形容 ϕ……。所謂傳递质者即指 θ 之能形容 ψ，可以因 ψ 之能形容 ϕ 而傳递到形容 ϕ。"形容"有傳递质，不能"形容"不必有此傳递质，此所以三段論式，能有两肯定的前提，而不能有两否定的前提。

(二)但此傳递质不限于屬性的形容情形，类与类的关系亦有此傳递质。設以类的包含关系为例。如果甲类包含乙类，乙类包含丙类，則甲亦包含丙类。此中亦有傳递质。甲类包含乙类，因乙类包含丙类傳递到甲类包含丙类。此处請注意类与类的包含关系不是某份子屬于某类的那一种关系。前面的包含关系是傳递的，

后面的关系不是傳递的。張先生是中国一份子，中国是国际联盟一份子，而張先生不是国际联盟一份子。类与类既有此傳递质，我們也可以有类称的三段論式法。

(三)命題也是如此。命題与命題間有好几种"蘊涵"关系，我們可以举 Moore 的 Entailment 为例。这种蘊涵关系也是傳递的。如果 p 蘊涵 q，q 蘊涵 r，p 也蘊涵 r；那就是說，p 蘊涵 q，因 q 蘊涵 r 而傳递到 p 蘊涵 r。推論也是如此；如果由 p 可以推論到 q，由 q 可以推論到 r，由 p 也可以推論到 r。既然如此，我們可以有命題的三段論。

(四)即个体与个体之間也有傳递的关系；例如某甲比某乙长，某乙比某丙长，某甲也比某丙长；某甲比某乙高，某乙比某丙高，某甲也比某丙高。这长短輕重大小高低等等的关系均有此傳递质。既有此傳递质，則以个体为单位，亦可以有个体的三段論。

以上表示三段論不限于主宾詞式命題所表示的情形或事实，也就表示三段論不限于主宾詞的命題。

b. 但傳統的三段論限于主宾詞的命題。此种限制不能說沒有好处，可是我們要知道它至少也有坏处。

(一)在傳統演繹法中，三段論是最精細的一部分。从初学者一方面着想，三段論最能使初学者得一种邏輯方面的訓练。直接推論无論是对待关系也好，換质換位的推論也好，可以說是一种"反正的推論"。这种推論差不多直接根据于二分法，沒有許多"如果——則"的推論，也不能成一鍊条式的邏輯。三段論的規律，尤其是各格的規律，頗有差不多成一串的"如果——則"的推論。这种推論对于初学者的邏輯方面的訓练很有益处。

(二)从另外一方面着想，傳統的三段論既受限制，傳統的邏輯家聚精会神把这个狹义范圍之內的三段論弄成一个整个的系統。如果他們最初就研究寬义的三段論，他們或者想不出这許多玩意

出来。从这一方面着想，对于主宾詞式的三段論，傳統邏輯的确可以說有相当的成績。

(三)但无論如何，傳統的三段論免不了范圍太狹的毛病。其結果是：(甲)三段論限于主宾詞式的命題，而命題的三段論，类称的三段論及其他三段論或数段論，均不能容納在狹义范圍之內。“A 比 B 长，B 比 C 长，所以 A 比 C 长”明明是三段論，而傳統邏輯反无法承认其为三段論。(乙)即以主宾詞式的命題而論，傳統的 A, E, I, O 不是唯一的主宾詞式的命題，以上討論命題时曾經表示这一点。为用其他主宾詞式的命題，三段論或者要更改傳統的面目。(丙)主宾詞式的命題是文法方面的主宾詞，其他方面是否一致的成为主宾詞式，頗成問題。設有“MAP, SAM, ∴SAP”的三段論，在文法上大前提的主詞为M，小前提的宾詞为M；同一名称在文法上可以是主詞也可以是宾詞。但如果主詞的解釋是本质，宾詞的解釋是屬性，則在大前提的M代表本质，而在小前提的M代表屬性，是則 M 的用处在第一格与第四格均不一致。此所以有人把 A 命題的讀法改成“凡是 S 者均是 P”。

(四)因有三条的理由，三段論式的实例中有“所有的人都有死”，“苏格拉底是人”，“所以苏格拉底有死”。但小前提中的“苏格拉底”这一主詞与大前提中的“人”那一主詞不同；后一主詞可以变成表示屬性的名詞，而前一主詞不过是一个体的名字，不容易换成表示屬性的名詞。总而言之，范圍既狹，有些在寬义范圍之內的三段論反无法承认其为三段論；另一方面分析欠精，不同的主宾詞式的命題反包括在同一形式范圍之內。

3. A, E, I, O 在三段論究竟是直言呢？还是假言呢？这个問題很有討論的余地，也值得討論。普通总以为三段論是直言三段論。傳統的教科书称三段論为直言推論，而以具“如果——則”的命題的推論为假言推論。可是 A, E, I, O 究竟应視为直言或假言命題，

似乎不是毫无問題。在討論命題时，曾以“A”命題为例，提出許多的解釋；在討論直言推論时，曾从主詞存在一方面提出几个不同的解釋。現在专从直言或假言方面着想。

a. 直言与假言的分别似乎不仅是語言的問題。从語言方面着想：“所有的人都是理性的动物”，“如果一个东西是四方的，它的四边相等”，这两命題在語言方面固然不同。但是它們仅有語言方面的分别嗎？而这語言方面的分别就是直言与假言命題的分别嗎？討論命題时，曾以“A”命題为例，提出許多不同的解釋，兹特提出两种解釋。

(一)“所有的人都是理性的动物”这一命題，可以作以下解釋：

甲，有目所能見其它官觉所能觉的赵錢孙李……等等。

乙，赵是人，錢是人，孙是人，李是人，……等命題都是眞的，而除赵錢孙李……等等之外沒有是人的东西。

丙，赵是理性的动物，錢是理性的动物，孙是理性的动物，……等等命題都是眞的。

把甲，乙，丙，总結起来成“所有的人都是理性的动物”。当然以上不过簡单的分析，“所有”的意义及其时空上的范圍，我們都沒有提到；“赵錢孙李……等等”的数目是有量的或无量的，我們也沒有提到。但以上所举的甲，乙，丙的情形，表示一种直言命題的性质。如果我們跑到人家房子里看一看，說“这里的桌子都是方的”，我們說了一句直言的話。傳統邏輯的A，E，是这种直言命題嗎？

(二)“所有的人都是理性的动物”这可以解作两概念的关系：說“人”概念之中有“理性动物”的概念。可是概念有具体的表示与否，与概念本身无关。几何中說“点”，世界上不必有“点”；拍拉图說“公道”，世界上不必有“公道”；同时我們也不能說一定沒有。以上命題如果視为概念与概念的关系，等于說如果任何一具体的东西是人，则这一具体的东西是理性的动物。这是不是假言命題呢？

这种假言命题与“如果我不打球，我就回去”，似乎不大相同。后举的命题，如果它是命题，不容易变成全称肯定的命题。

傳統的全称肯定命題可以作一种直言的解釋，也可以作一种假言的解釋。傳統的直言与假言命題究竟应作何解釋頗不易說，玆假設它們的解釋如以上的解釋。这假設也不至于大錯。如照此解釋，則直言与假言不仅是語言方面的分别。

b. A, E, I, O 的情形不一致。I 与 O 均可以认为是以上解釋的那种直言命題。它們似乎都沒有困难；它們主詞前的“有些”二字如果視为“不等于零”，則在經驗范圍之內，它們毫无問題。如果孔夫子是有理性的，其他的人无論有理性与否，則“有些人是有理性的”这一句話总可以站得住脚。A 与 E 的情形則大不相同。它們一方面有时空的問題，另一方面又有經驗的問題。

(一)“所有的人”所指的是以往的人，現在的人，将来的人都包括在內呢？还是仅指現在的人呢，或仅指以往的人呢，或仅指将来的人呢？如仅指以往的人，則“所有的人”实是“所曾有的人”；如仅指現在的人，則“現在”的界限不容易定，即能定，而命題之为眞为假似乎沒有一定的意义；如仅指将来的人，則从直言命題一方面着想，根本就說不通，因为将来的人尙未实現。如果“所有的人”包括以往，現在及将来的人，則以“所有的人”为主詞的命題根本就不是直言命題。对于将来根本就說不上有以上解釋的直言命題。例如“所有的人都是有理性的”这一命題，如认为直言命題，只能解釋成“所有的人不能不是有理性的”。但所謂“不能不是”者是說“如果 x 不是有理性的，則 x 不是人”；可是，这样一来，这命題变成了“如果 x 是人，x 是有理性的”。从这一方面看来，A 命題如果实实在在是全称，則 A 命題不是有以上解釋的直言命題。E 命題同样。

(二)除时間空間方面的問題之外，还有經驗之內与經驗之外的問題。此处所謂經驗之內是已曾經驗，經驗之外是未曾經驗。I

与O两命題在这一层也沒有問題。它們可以是有以上解釋的直言命題。A与E又发生問題。仍以“所有的人都是有理性的”为例。“所有的人”是所有我們所曾經驗的人呢？还是包含已曾及未曾經驗的人呢？如系前者，則下段討論。如系后者，則不能是有以上解釋的直言命題。我們未曾經驗的x，y，z……我們既不知其为人，也不知道他們是否有理性。我們不能肯定的說“所有的人都是有理性的”。如果我們要說这样一句肯定的話，我們只能表示无論我們已經經驗也好，未曾經驗也好，只要x，y，z……是人，他們就是有理性的。但如此解釋，等于說“如果x，y，z……是人，他們就是有理性的”。可是这又把A命題变成以上解釋的假言命題了。如果A命題普及于于未曾經驗的主詞所代表的东西，則A命題只能視为假言命題。E命題亦然。

c. 如“所有的人都是有理性的”这一命題仅指曾經經驗的人，則以下問題又不容易对付。A与I在傳統邏輯有差等的关系，由A之眞可以“推論”到I之眞。“推論”二字在傳統邏輯似有由已知到未知的意义，在現在的符号或数理邏輯，“推論”无此意义。茲从傳統的“推論”着想，看由A推論到I的推論是否有傳統的意义，第一格之AA是否有这种推論。

(一)“所有的人都是有理性的”，如視为直言命題，而同时主詞所代表的东西限于經驗范圍之內，則此命題有以上（1）条所陈述的(甲)(乙)(丙)三情形，不过甲情形須加以下修改而已；有已曾經驗的赵錢孙李……等等。

A命題“所有的人都是有理性的”可以分成以下部分：

甲，有已曾經驗的赵錢孙李……等等。

乙，赵是人，錢是人，孙是人，李是人，……等等命題都是眞的，而除赵錢孙李……等等之外无是人的东西。

丙，赵是有理性的，錢是有理性的，孙是有理性的，李是有理性

的……等等都是眞的。

I 命題“有些人是有理性的”可以分成以下部分：

甲，有已曾經驗的赵錢孙李。

乙，赵是人，錢是人，孙是人，李是人，都是眞的。

丙，赵是有理性的，錢是有理性的，孙是有理性的，李是有理性的，都是眞的。

傳統的“推論”如有“由已知到未知”的意义，則由 A 到 I 无推論。I 不过是 A 的一部分而已。此处之所謂“推論”是有以上限制的推論。在数理邏輯由“赵云姓赵，赵云姓赵”这一命題可以推論到“赵云姓赵”，可是这种推論沒有以上的意义。

（二）現在再看 AAA 是否有以上的推論。設有以下 AAA 的三段論：

所有的人都是有理性的；

所有的学生都是人，

∴所有的学生都是有理性的。

在此三段論中大前提的分析如上。小前提不过加入以下：“赵錢孙李……等等之中至少一部分是学生，而除此部分之外沒有是学生的东西”。結論不过是說此部分是学生之赵錢孙李……等等都是有理性的。如果我們知道大小两前提所表示的事实，我們也知道結論所表示的事实。从三段論方面着想，即 AAA 也沒有以上的推論。

現在的問題就是三段論究竟是“直言”的“推論”嗎？如果傳統邏輯所謂直言是以上的直言，而推論是有以上特殊意义的推論，我們至少可以說如果 A，E，I，O 是直言命題，它們彼此的推論不是傳統的推論。严格的邏輯是否有那种推論是另一問題。我們可以說严格的邏輯沒有这种推論，但此問題現在可以不討論。

現在可把推論的問題撇开。以上三段論是傳統邏輯所称为直

言的推論，以下所要提出来的是傳統邏輯所称为假言的推論。直言与假言的問題，以下还要討論。現在不过要請注意：如果A, E, 当作 A_n, E_n; I, O, 当作 I_c, O_c，則傳統邏輯的假言推論与直言推論，至少有一部可以連合起来。

B. 假言推論。关于假言推論的批評可以分以下諸点：1，假言推論中的 Implication。2，假言推論中类与类的关系及命題与命題的关系，3，假言推論的証明。

1. 蘊涵关系是一命題与命題的关系。它有以下各不同的种类。最流行的有以下四类：a. 路易斯的严格蘊涵关系，b. Moore 的Entailment 或意义蘊涵关系，c. 形式蘊涵关系，d. 眞值蘊涵关系。这几种推論以后均須从长討論，此处从略。它們的共同点就是前件眞后件亦眞，后件假前件亦假，但各有其特殊情形。直値蘊涵沒有意义的关系，那就是說前件与后件在意义上彼此不必相涉。形式蘊涵一方面是假言命題，另一方面又是一直言命題；一方面前件与后件有实质的关系，另一方面它們也可以說有意义的关系。一部分傳統邏輯所称为假言命題的命題可以解作形式蘊涵，一部分似乎不能。Moore 的 Entailment 与普通所謂蘊涵或者最近；但如果形式蘊涵总結多数的眞值蘊涵，Entailment 也可以說是总結多数的意义蘊涵。傳統邏輯是否都是意义的蘊涵呢？这可不容易說。路易斯的严格蘊涵关系，一方面近乎傳統的蘊涵关系，一方面又的确不是傳統的蘊涵关系，因为它有它的“Paradox”。

究竟傳統邏輯的蘊涵关系是怎样的关系，我們不敢說；究竟事实上我們在辯論中所引用的蘊涵关系是怎样的关系，我們也不敢說。不但我們不敢說，恐怕当代名师也不敢說。同时我們似乎也要注意：究竟是有問題未得解决呢？还是所謂問題者根本就不是問題呢？如果这問題根本就不是問題，我們用不着討論；如果是問題，究竟是怎样的問題呢？对于后一层我們或者可以把它分作好

几个問題。(一)傳統的蘊涵究竟有一致的或一定的意义嗎？(二)如果有以上所表示的，不过是說我們到現在还不知道它一致的或一定的意义如何；如果沒有，我們的問題是傳統的蘊涵有几种，而各种的不同点又何在呢？(三)各种不同的蘊涵有共同的意义呢？还是止有最低限度的意义呢？还是共同的意义就是最低限度的意义呢？蘊涵的問題太大，牵扯出来的問題太多，本书不必討論，也不能討論；現在所要表示的就是傳統的蘊涵关系，或者意义不清楚，或者有一致的意义而我們不知其意义之所在。

2. 假言命題中类与类的关系及命題与命題的关系。在討論假言推論的时候，我們曾說表示充分条件的假言推論有三式，而三式之中有以下两式：

a. 如果甲是乙，则甲是丙：

甲是乙，	或甲不是丙，
所以甲是丙；	所以甲不是乙。

b. 如果甲是乙，则丙是丁：

甲是乙，	或丙不是丁，
所以丙是丁；	所以甲不是乙。

此中(a)式的大前提仅有三名詞，(b)式的大前提有四。仅有三名詞的假言命題很容易变成表示名詞的关系的直言命題，例如：(a)式的大前提可以变成“所有的乙都是丙”或“所有的甲乙(既甲且乙)都是丙”。既然如此，我們可以把(a)式假言命題中前件与后件表示的关系解作名詞的关系。比方我說“如果一个人是河北人，则他是中国人”，我們可以把它限制到狭义的表示，解作“所有的河北人都是中国人”。这似乎毫无牵强的地方。(b)式的大前提则不然。它这样的假言命題不容易变成表示名詞的关系的直言命題。“如果甲是乙，则丙是丁”表面上似乎可以变成：

(一)所有是丙之丁都是是乙之甲。

(二)所有的丙是甲，所有的乙是丁。

(三)所有甲是乙的时候，都是丙是丁的时候。

但举一例即知此种假言命題不容易变成表示名詞的关系的直言命題。如果我說"如果你有工夫，我們就上北平去"，我們不能把他变成：

(一)所有你有工夫，都是我們上北平去。

(二)所有我們都是你，所有上北平去的都是有工夫的。

(三)所有你有工夫的时候，都是我們上北平去的时候。

以上第三变化最不免强。可是其所以比較不免强的道理，似乎就是把前件整个的命題当作一名詞，后件整个的命題当作另一名詞。可見最便当的方法即承认(b)种假言命題根本就表示命題与命題的关系而不表示名詞的关系。

以上两种假言命題均見傳統邏輯，它們所表示的是怎样的蘊涵关系呢？头一种似乎近乎 Moore 的 Entailment；后一种比較起来与它最相近的似乎是眞值蘊涵。但究竟是不是呢？

3. 叙傳統邏輯的时候曾以三段論証明假言推論之規律。讀者或者已經注意我們所"証明"的都是以上(a)种的假言推論。其所以如此者，一方面固然是因为以上(a)种假言推論最簡单，但另一方面也就是因为以上(b)种假言推論中的大前提不容易变成表示名詞关系的直言命題。旣然有此困难，当然就不能以三段論的形式去表示这种假言推論，那也就是說，不容易以三段論去証明它的規律。我們对于假言推論似应注意以下諸点。

a. 表示两命題的蘊涵关系的假言命題，不必能改作表示名詞的关系的直言命題。命題間的蘊涵不必根据于类与类的包含。类的邏輯与命題的邏輯似乎要分开。它們或者能包括于一系統之內，但要把它們包括系統之內，它們的枢紐应該是严格的，明文的，用推論方式的枢紐才行。

b. 所謂“三段論”者不必是三个名詞的关系或三个类的关系，关系可以有三段論，命題也可以有“三段論”。傳統的三段論限于三个名詞的关系，或三个类的关系，所以是狹义的三段論。假言推論的一部分虽不能或不易改作狹义的三段論，而我們不能說它不能改作寬义的三段論。以上（b）种假言推論就是一种三段論，不过它是命題的三段論，而不是名詞或类的三段論而已。

c. 名詞的三段論或类的三段論似乎均同时也是命題的三段論。即以 Barbara 而論，我們固然可以把它分析到大詞中詞小詞的关系的三段論，可是我們也可以把它当作前两个命題与后一命題的蘊涵关系的三段論。从这一点看来，命題比名詞或者根本。此处根本两字仅表示由命題推到类或名詞，比由类或名詞推到命題或者容易一点。

C. 析取推論。关于析取命題析取推論的批評与以上的差不多。这里的問題也是名詞的析取与命題的析取。它們有时可以通，有时不能通。有时命題的析取可以变成名詞的析取，有时不能。請先表示命題的析取不能或不容易改成名詞的析取；次表示名詞的析取在傳統邏輯范圍之內很容易改成命題的析取；又次表示有些名詞的析取不容易改成命題的析取。三者既明，我們又似乎把这两种析取分开。分开之后，所应注意諸点与以上提出的差不多。

1. 命題的析取有不易或不能改作名詞的析取者。討論析取命題时，曾举以下的式：

甲是乙或丙是丁；

甲是乙，

所以丙不是丁。

这是命題的析取，表示“甲是乙”与“丙是丁”两命題不能同眞同假。“或”字在这里这种用法，在中文似乎少見，举列不容易。屈原卜居那篇文章里或者有这类的命題方面的析取。例如“宁正言

不諱以危身乎？将从俗富貴以偸生乎”？我們可以說：“正言不諱以危身，所以不从俗富貴以偸生；或从俗富貴以偸生，所以不正言不諱以危身”。这里大前提不容易改成表示名詞的关系的命題，这种命題的析取不容易变成名詞的析取。

a. 設以以上的式为例，我們想法子把它变成表示名詞的关系，恐怕最便当的办法是先把它改成假言命題。因为这里的析取是两不相容而又彼此穷尽的命題，所以改成假言命題的时候，它可以有以下两式：

(一)如果甲是乙，則丙不是丁；

甲是乙，

所以丙不是丁。

(二)如果甲不是乙，則丙是丁；

甲不是乙，

所以丙是丁。

这里无論(一)式也好(二)式也好，不容易以傳統邏輯的工具变成表示名詞的关系的命題。至为什么不容易变成表示名詞的命題，在批評假言命題的时候，已經討論过，此处不贅。

b. 但以上的析取推論，我們很容易表示它所包含的是命題的析取。設以 p 代替“甲是乙”，以 q 代替“丙是丁”。如果这个析取推論說得通，它一定要守規矩，那就是說，“或”一定是彼此不相容而又彼此穷尽的“或”。p 与 q 两命題只有四个眞假可能：(一) pq，(二) $p\bar{q}$，(三) $\bar{p}q$，(四)$\bar{p}\bar{q}$（p 或 q 上加一条綫表示非 p 或非 q）。这两命題既彼此不相容，則(一) pq 的可能取消；它們既彼此穷尽，則(四) $\bar{p}\bar{q}$ 也就取消。既然(一)与(四)均取消，所余者仅(二) $p\bar{q}$ 与(三) $\bar{p}q$，(二)表示 p 眞 q 假，(三)表示 p 假 q 眞；那就是說“甲是乙”，“丙是丁”两命題中，承认其一即否认其二，承认其二即否认其一，否认其一即承认其二，否认其二即承认其一。

2. 名詞的析取在傳統邏輯所举的例的范圍之內似乎都可以变成命題的析取。例如以下的式：

甲是乙，或是丙；

甲是乙，

所以甲不是丙。

此式中“甲是乙或是丙”这一析取命題很容易变成“甲是乙”或“甲是丙”，例如：“某甲姓李或姓張”，此命題很容易变成“某甲姓李”或“某甲姓張”。但前一命題同时是表示名詞的关系的命題，我們可以把它先变作假言命題，然后再变成三段論。

沒有姓李的是姓張的，

某甲是姓李的；

所以某甲不是姓張的。

这可以表示“某甲姓李或姓張”，可以視作表示名詞的关系的命題；可是它也可以解作“某甲姓李”或“某甲姓張”。只要前后两命題中的“某甲”代表一个人，“某甲姓李”或“某甲姓張”这一命題与原来的命題无異。我們要注意，我們現在所討論的，不仅是两名詞析取的命題而且是两命題的析取命題。如果仅是前者，我們有时不能以之为析取推論的大前提（見第四部关于或者的討論），析取推論的大前提一定要同时是命題的析取，才能由小前提而推論到結論。我們可以說在析取推論中的析取命題，虽可以表示名詞的析取，一定同时是命題的析取。

3. 名詞的析取不必是命題的析取。有时一命題中有名詞的析取，而命題为一直言命題。有时一命題中有名詞的析取，而命題为一假言命題。如果有一件血案，因偵查的結果，巡警局知道杀人者不是姓張就是姓李的，而二人又有不能同謀的确实証据，那我們可以有以下的命題：

（杀人者一定是“姓張的或姓李的”）

这一命题仅有名詞的析取，它不是一个析取的命題。这里“一定”两字是說姓張的与姓李的两人中必有其一；但这命題沒有說杀人者一定是姓張的，也沒有說杀人者一定是姓李的。如果我們把它分成两个命題而以或字联起来成一整个的析取命題如下：

（“杀人者一定是姓張的”或“杀人者一定是姓李的”）

則此命題的意义与原来那命題的意义不同。照原来那命題的意义看来，这析取命題的前后两部分都是假的。

以后对于“或”尙要提出討論，此处不必多說。以上所說的不过是表示名詞的析取有时不能或不容易变成命題的析取。在傳統的析取推論的范圍之內，名詞的析取虽均可以变成命題的析取，而命題的析取不都可以变成名詞的析取。既然如此，則以三段論去証明析取推論就发生問題。这問題与以上对假言推論的批評是一样的。

D. 二难推論。如果邏輯是一种思想的艺术，二难推論在邏輯上或者有它的地位。如果邏輯是客观的必然的性质，則二难推論在邏輯上似乎沒有任何特殊的地位。它似乎是辯論的工具，它使人注意的地方完全在实质方面。詭辯家或者要利用它做詭辯的工具，治邏輯学者不必特別注意它，因为它的普遍形式不过是一种假言与析取命題相联合的推論而已。

1. 所謂二难推論者是指推論中析取部分的两可能，但析取命題既不限于命題方面排中律的析取，則可能不必限制于两可能。可能既不限于两可能，則所謂“难”者不必为“二”。設有以下的推論：

如果一个人的生活有意义，他或者可以得道，或者可以长生，或者可以享福。

但一个人既不能得道，又不能长生，又不能享福。

所以一个人的生活无意义。

如果这里有所"难",则所难者不仅为二。从形式方面着想,可能不只于二,可能既不只于二,则在形式上无特别提出二难推論的理由。

2. 以上是就"二"字方面着想,現在我們可以从"难"字方面着想。邏輯所注重的是形式,而不是实质。而所謂"难"者完全是实质問題,而不是形式問題。形式旣无所謂难与不难,則所謂"难"者与邏輯不至于发生任何关系。茲以例說明之:

a. 如果甲是乙則丙是丁,如果戊是己則丙是丁;

甲是乙或戊是己,

所以丙是丁。

b. 如果你特立独行你受人駡,如果你随流合汙你受人駡;

你或者特立独行或者随流合汙,

所以你受人駡。

对于不願意受人駡的人,(b)例有二难;但无論对于甚么样的人,(a)例均无所謂"难"。举例虽非証明,而的确可以表示所謂"难"是实质問題,而非普遍的形式問題。联合假言命題与析取命題的推論,旣不必限于"二"也不必有所"难",可見二难推論不过是普遍形式之下一种特别实质的辯論而已。

总而言之,以上的討論表示在形式方面假言命題与析取命題联合起来的推論不限制于两可能,也无所謂"难",而所謂"二难推論"者根本就是实质上彼此非难的工具,而不是邏輯方面的普遍形式。

以上所討論的結果可以总結如下:

1. 关于对待关系:

a. 两全称命題均視为不假設主詞存在的命題,两特称命題均肯定主詞存在的命題,所以傳統的 A, E, I, O, 变成 A_n, E_n, I_c, O_c。

b. 既然如此,則对待关系中仅有矛盾一关系,其他如反对,下

反对，差等，等等关系均取消。

2. 关于换质与换位：

a. 为求与上面一致，A 既是 A_n，E 既是 E_n，則全称命題的换质說得通，全称否定的换位也說得通，全称与特称肯定的换位說不通。

3. 关于三段論：

a. A, E, I, O 的解釋旣如以上所述，則前两格无問題，第三格之 AAI, EAO, 第四格之 AAI, EAO, 均說不通。其他如把大小前提当作整个的命題看待，似均說得通。但三段論的变换法，須完全更改。

b. 傳統的三段論仅是主宾詞式的三段論，其他如类的三段論，关系的三段論，命題的三段論，均不正式地在傳統的邏輯范圍之內。

c. 如把傳統三段論当作类的包含关系看待，有时一类包含在另一类的关系，与一份子屬于一类的关系相混。

4. 关于假言推論：

a. 假言推論根据于蘊涵关系，而蘊涵关系有許多不同的种类，傳統邏輯似乎沒有把各种不同的蘊涵关系弄清楚。

b. 傳統假言推論中的假言命題，有兼表示名詞的关系，有仅表示命題的关系，二者宜分别清楚。

c. 表示名詞的关系者很容易变成傳統的三段論，仅表示命題的关系者不容易变成傳統的三段論。

5. 关于析取推論：

a. 在傳統的析取推論中名詞的析取与命題的析取沒有分清楚。在傳統析取推論的范圍之內，前者均同时为命題的析取，而后者不一定为名詞的析取。

b. 名詞的析取很容易变成傳統的三段論，而命題的析取不容

易。此处的不容易与以上关于假言推論的（c）条所說的不容易，均指傳統邏輯的工具而言。

c. 有名詞的析取而不容易变成命題的析取者，但此种名詞的析取似不在傳統析取推論的范圍之內。

6. 关于二难推論："二难"推論不是普遍形式問題，而是一种特殊的辯論工具，在邏輯范圍之內似乎根本就用不着討論。

以下第三第四两部所要表示如下：（一）傳統邏輯的各部分彼此不相关联，不是一个整个的系統，但可以容納于一个整个的系統范圍之內；（二）整个系統可以表示邏輯各部分的关联，且可以表示它們出于一源；（三）整个系統的各部分有些非傳統邏輯之所能有，所以范圍广；（四）整个演繹系統的命題，除所謂基本概念与基本命題之外，均有証明，所以形式严格而表面上相似的命題不至于相混。本书第三部提出一个节略的系統，第四部討論邏輯与邏輯系統的种种問題。

本书对于傳統的邏輯旣有这样长的批評，而对于所謂新式邏輯沒有批評，讀者或不免发生誤会，以为傳統邏輯有毛病，而新式邏輯沒有毛病。新式邏輯也有毛病，有些毛病或者是傳統邏輯所沒有的。如果一个人要写一部集大成的邏輯书，他当然要提出新式邏輯（以下介紹的系統在內）的种种毛病，当然也要提出种种批評。本书意不在此，不批評新式邏輯，不見得新式邏輯沒有毛病；批評傳統邏輯，也不仅是因为傳統邏輯有毛病。本书的宗旨在使初学者得批評的訓练，使其对于任何邏輯及任何思想，均能运用其批評的能力。

第三部　介紹一邏輯系統

本篇要介紹一整个邏輯系統的一部分。因为現在的邏輯系統化，所以要介紹一系統以为例；因为所介紹的是溶邏輯算学于一炉的大系統，本书只能选擇最前及最根本的一部分；同时最前及最根本的部分的題材也就包含傳統邏輯教科书的題材。根据作者个人教书的經驗，在未举邏輯系統实例之前，关于邏輯系統之种种問題不容易提出，也不容易討論；此所以在第三部介紹系統，而在第四部討論关于邏輯系統的种种問題。

本篇在 I 节提出未解析的命題的推演。这一部分在原书中分为好几部分，共一百六十余命題，I 节仅抄六十余命題。每一命題都有証明。讀者或不免感覚这种証明的麻煩，可是其所以完全写出証明者就是因为习而慣之，讀者可以得一种訓练。

一、未解析的命題的推演

A.解釋弁言。

这里的解釋分以下两条：(1)关于符号，(2)关于推論。

1. 关于符号。

以下的符号不必有以下的意义，可是事实上我們給它們以以下的意义。“p, q, r,……”等解釋成未解析的命題。在本书我們不說它們是最初級的命題。“最初級的命題”这一名称似乎有困难。如果命題要解釋，如果我們免不了要用解析的方法以研究命題的意义，則是否有“最初級的命題”，頗发生疑問。即有这样的命題，我們也不容易举例。我們手指一物說“这是紅的”。“这是紅的”是否最初

級的命題頗不易說；但只要我們不解析它，它总是未解析的命題。

“⊢”表示断定。每一命題都有断定的成分在內。假如我向窗外一望說“今天天晴”，“今天天晴”是一命題，有断定成分夹在里面；假如我討論命題，說“即以‘今天天晴’”为例，严格地說，“今天天晴”不是命題，因为它沒有断定的成分。“⊢”既表示断定，有此符号的命題，均为此系統断定为眞的命題。

“～”表“非”，“負”，“假”。它可以視为运算（Operation），也可以視为眞假两值中的假值。有时运算与值一样，有时不一样。有此符号的命題有时此符号表示此命題之为假，有时无此表示。即以本系統的矛盾律而論，“⊢.～(p.～p)”，括弧外面那个“～”表示括弧里面的命題是假的；可是括弧里面那个“～”，严格地說，只能視为运算；因为假設p代表一眞命題，則括弧里的“～”不过表示p的反面而已。但系統的推行既沒有因此发生什么困难，我們也不必多所計較。

“∨”表示“或者”，“p∨q”表示“p是眞的或者q是眞的”。这里的“或者”是相容的或者，所以p，q皆眞也是一可能，所排除的不过是二者皆假而已。“p∨q”也可以讀成“p，q，之中至少有一为眞”。負p或負q的情形同样，“～p∨～q”可以讀成“～p，～q，之中至少有一为眞”。～(p∨q)即“‘p，q，之中至少有一为眞’是假的”，那就是說“p是假的q也是假的”。

“＝……Df”表示定义，例如“p⊃q.＝.～p∨qDf”。定义不是本系統的命題，它不过表示符号的用法而已。等号之后，加上“Df”，即表示定义；那就是說，左边符号的意义就是右边符号的意义。定义既是以比較簡单的符号代替比較复杂的符号，所以严格地說来，系統无定义也可以推行，不过不甚方便而已。

“⊃”表示“蘊涵”或“如果——則”，“p⊃q”表示“如果p是眞的，則q是眞的”。照定义，这句話的意义就是“p是假的或者q是

眞的"，或者"'p是眞的而q是假的'是假的"。这样的"如果——則"很受了些批評。它是否普通的"如果——則"，頗发生問題；普通的"如果——則"，究竟是怎样的"如果——則"也不見得容易认清楚。但普通"如果——則"的諸意义中有这里的"如果——則"的意义，同时这里的"如果——則"，在本系統范圍之內，似乎沒有不清楚的地方。

"·"表示"与"或"和"，或"而且"，或"既——又"；"p·q"表示"p与q都是眞的"。这命題所要求的是p与q无一是假。基本定义說"p·q"的意义就是"∼(∼p∨∼q)"的意义。点尙有另外用法，詳見下。

"≡"表示命題的眞假値相等，"p≡q"表示"p与q或者同眞，或者同假"。它的定义是"(p⊃q)·(q⊃p)"。这就是說"p·q"或者"∼p·∼q"，因为(p⊃q)取消"p·∼q"，而(q⊃p)取消"∼p·q"。在P. M.——Principia Mathematica之簡称——"∨"，"·"，"≡"，是分开来的，本书把它們的推演集为一部。

点除表示"与"，"和"……之外，尙有以之为括弧的用法，点的数目表示括弧的大小，数目愈大，則所包括的愈多；而断定符号"⊢"后之点表示断定的范圍。茲以

"⊢：p⊃q. ⊃. ∼q⊃∼p"

为例：断定符号后之两点表示所断定者为整个公式所表示的命題；命題中左右俱一有点的"⊃"为命題中的主要蘊涵关系。表示与的点例如"p. q"力量最小；在"⊢：p. p. ⊃. p. p"，"⊃"两旁虽仅有一点，与表示"与"的点的数目相等，然因其力量大，"⊃"仍为此命題中之主要符号。

每一命題均有号数表示，而証明所根据的命題仅写其号数。假如証明中有[1·1. 1·2]这样的符号，此符号表示所引用以为証明的根据的命題为"1. 1"与"1. 2"两基本命題。

“$\frac{\sim p}{p}$”表示以“∼p”代替“p”，例如$\left[1.2\frac{\sim p}{p}\right]$，此符号表示“1·2”那一基本命题——“p∨p.⊃.p”——以“∼p”代替“p”，成所要引用的命题“∼p∨∼p.⊃.∼p”。

2. 关于推論。

P. M. 中基本命題共有十个，本书仅抄六个。其余四个一方面在本书不甚重要，另一方面它們所应付的問題，本节不預备提出，所以根本沒有抄写的必要。

此处所謂“推論”是英文里的 Inference，推論原則即 Principle of Inference。推論原則是非常之麻煩的原則，我們在第四部討論它一方面的困难問題，此处不談到。

本节的推論約有以下諸点我們应注意。

以下系統是現在所称为自足系統的系統，它有它本身所备的推論原則。既然如此，它的基本命題不仅是前提，而且是推論的方式。命題虽只有一套，而用法不只一样。有些前提只是前提，不能以为之推論方式，例如：

所有的人都是有理性的动物

孔子是人

所以孔子是有理性的动物。

这里的前提均不是推論的方式，前提的眞假与推論的对不对不相干。設有下例，則情形不同：

所有眞命題所蘊涵的命題都是眞命題

“q”是眞命題所蘊涵的命題

所以“q”是眞命題。

这里的推論方式与以前的一样，其不同之处即此推論方式亦同时为其本身之一例。在此处我們承认大小前提为眞命題，也承认大小前提蘊涵結論，也承认結論是眞命題；可是，我們沒有明白地說

这里的結論就是小前提所說的"q"那样的命題。我們可以换一方法表示此意：設以此种推論方式为"A"方式，这里由大小两前提而达到結論的推論方式也是"A"方式；可是，我們虽知此方式为"A"方式，而沒有明文表示它是"A"方式。所有的推論都有这里所說的情形，这情形不是推論原則的問題，是引用推論原則的問題。推論原則可以明文表示，而推論原則的引用，严格地說，不能以明文表示；因为推論原則的引用总是特殊的，而承认此引用为普遍方式之一例，也是特殊的。我們虽欲以明文表示推論方式的引用，每次所表示的虽在明文范圍之內，而那一次的表示不在明文范圍之內。換句話說，总有一次的引用是直接的；既然如此，我們不如干干脆脆，一刀两断，承认推論原則的引用是直接的。在第四部我們对于此困难問題，稍加討論，此处不再提及。

照以上所說的看来，头一例中的前提仅是前提，后一例中的前提不仅是前提而且也是推論的方式。本系統中的基本命題不仅是前提而且是推論原則；这不过是說，它們有两种用法。以它們为前提是把它們当作結論的根据，由它們所能得到的結論是本系統所能承认为真的命題；以它們为推論原則是把它們当作推論的根据；合乎此原則的推論是本系統所承认为对的推論。

在解釋符号的时候，我們曾举"$\left[1\cdot 2\frac{\sim p}{p}\right]$"，說这符号表示"$\vdash : p \vee p . \supset . p$"，这一基本命題，以"$\sim p$"代替"p"之后，即为"$\vdash : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$"。这里就有以基本命題为原則，直接断定后一命題即为前一命題的例。本系統中的 p, q, r ……等等既均为任何未解析的命題，則"$\sim p$"亦可为"p"之一例，($\sim p$ 也是未解析的命題，这一点本书沒有明文表示)，所以我們能以"$\sim p$"代替"p"；所要求的是，如果在一处以"$\sim p$"代替"p"，則一公式中所有的"p"，均須以"$\sim p$"代替之。

本系統的基本命題之中，我們写上了："眞命題所蘊涵的命題是眞命題"这一命題。原书中有两个类似的基本命題，一引用于未解析的命題，一引用于命題函量。但如果本书所抄的系統仅用以下的"1.1"已經尽职(是否如此頗有問題)，我們不必有两个类似的基本命題。

B. 基本概念与基本命題。

1. 基本概念：

a. "p, q, r……"等等表示未解析的命題；

b. "$\vee$"，表示"或"；"$p\vee q$"表示p, q, 中至少有一为眞；

c. "$\sim$"，表示"非"或"假"；"$\sim p$"表示"非p"，或"p是假的"。

2. 基本定义：

a. $p\supset q\cdot=\cdot\sim p\vee q$ Df；

b. $p\cdot q\cdot=\cdot\sim(\sim p\vee\sim q)$ Df；

c. $p\equiv q\cdot=\cdot p\supset q\cdot q\supset p$ Df。

3. 基本命題：

1˙1， 眞命題所蘊涵的命題是眞命題。

1˙2， $\vdash:p\vee p\cdot\supset\cdot p$

1˙3， $\vdash:q\cdot\supset\cdot p\vee q$

1˙4， $\vdash:p\vee q\cdot\supset\cdot q\vee p$

1˙5， $\vdash:p\vee(q\vee r)\cdot\supset\cdot q\vee(p\vee r)$

1˙6， $\vdash:.q\supset r\cdot\supset:p\vee q\cdot\supset\cdot p\vee r$

C. 命題的推演。

2˙01， $\vdash:p\supset\sim p\cdot\supset\cdot\sim p$ [2˙01]

証$\left[1\dot{}2\frac{\sim p}{p}\right]\vdash:\sim p\vee\sim p\cdot\supset\cdot\sim p$ (1)

[(1)(.Df a)] $\vdash:p\supset\sim p\cdot\supset\cdot\sim p$

（这个命题說：如果一命题 p 是眞的蘊涵它自己是假的，則它是假的。右角的号数是原书中此命题的号数。）

2·02, $\vdash : q \cdot \supset \cdot p \supset q$ [2·02]

証 $\left[1.3 \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : q \cdot \supset \cdot \sim p \vee q$ (1)

$[(1).(\mathrm{Df}\ a)] \vdash : q \cdot \supset \cdot p \supset q$

（这命题說：任何命题蘊涵一眞命题。請注意此处的蘊涵是所謂眞値蘊涵。此点在第四部会提出討論。）

2·03, $\vdash : p \supset \sim q \cdot \supset \cdot q \supset \sim p$ [2·03]

証 $\left[1.4 \frac{\sim p.\ \sim q}{p,\ \ q}\right] \vdash : \sim p \vee \sim q \cdot \supset \cdot \sim q \vee \sim p$ (1)

$[(1).(\mathrm{Df}\ a)] \vdash : p \supset \sim q \cdot \supset \cdot q \supset \sim p$

（这个命题說：如果 p 是眞的蘊涵 q 是假的，則 q 是眞的蘊涵 p 是假的。前一部分为一假言命题，如果 p 眞則 q 假；后一部分亦为一假言命题，但对于前一部分等于說否认前一部分的后件，亦即否认前一部分的前件。）

2·04, $\vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : q \cdot \supset \cdot p \supset r$ [2·04]

証 $\left[1{\cdot}5 \frac{\sim p.\sim q}{p\ \ \ q}\right] \vdash : \sim p \vee (\sim q \vee r) \cdot \supset \cdot \sim q \vee (\sim p \vee r)$ (1)

$[(1).(\mathrm{Df}\ a)] \vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : q \cdot \supset \cdot p \supset r$

（这命题說：如果在 p 眞条件之下，q 蘊涵 r；則在 q 眞条件之下，p 蘊涵 r。在眞値蘊涵的情形之下，前后两部分的 p,q，可以更换位置。参观 G. Moore, Philosophical Studies 一书中关于外在关系的討論。）

2·05, $\vdash :. q \supset r \cdot \supset : p \supset q \cdot \supset \cdot p \supset r$ [2·05]

証 $\left[1{\cdot}6 \frac{\sim p}{p}\right] \vdash :. q \supset r \cdot \supset : \sim p \vee q \cdot \supset \cdot \sim p \vee r$ (1)

$[(1).(\text{Df a})]$ $\vdash :. q\supset r \cdot \supset : p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$

2·06, $\vdash :. p\supset q \cdot \supset : q\supset r \cdot \supset \cdot p\supset r$ [2·06]

証$\left[2·04\ \frac{q\supset r,\ p\supset q,\ p\supset r}{p,\quad q,\quad r}\right]\vdash :: q\supset r . \supset : p\supset q . \supset . p\supset r :.$

$\supset :. p\supset q \cdot \supset : q\supset r \cdot \supset \cdot p\supset r$ (1)

$[2·05]$ $\vdash :. q\supset r \cdot \supset : p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$ (2)

$[(1)\cdot(2)\cdot(1·1)]$ $\vdash :. p\supset q \cdot \supset : q\supset r \cdot \supset \cdot p\supset r$

(此处最后一行括弧內的数目表示(1)(2)皆眞,(2)既为(1)之前件,則根据(1·1)(1)之后件亦眞,而(1)之后件即为所欲証明之命題。以上2·05,2·06,在P. M. 称为三段論原則。以后的"Barbara"三段論即由他們推出。)

2·07, $\vdash : p \cdot\supset\cdot p\vee p$ [2·07]

証$\left[1·3\ \frac{p}{q}\right]$ $\vdash : p \cdot\supset\cdot p\vee p$

2·08, $\vdash \cdot p\supset p$ [2·08]

証$\left[2·05\ \frac{p\vee p,\ p}{q,\quad r}\right]$ $\vdash :: p\vee p \supset \cdot p : \supset : \cdot p \cdot$

$\supset \cdot p\vee p : \supset \cdot p\supset p$ (1)

$[1·2]$ $\vdash : p\vee p \cdot \supset \cdot p$ (2)

$[(1)\cdot(2)\cdot(1·1)]$ $\vdash :. p \cdot\supset\cdot p\vee p : \supset \cdot p\supset p$ (3)

$[207]$ $\vdash : p \cdot \supset \cdot p\vee p$ (4)

$[(3)\cdot(4)\cdot 1·1]$ $\vdash \cdot p\supset p$

(此为同一原則。在P. M. 中同一原則与同一律不同。本书不討論这一点。)

2·09, $\vdash \cdot \sim p\vee p$ [2·1]

証[2·08 (Df a)] $\vdash \cdot \sim p\vee p$

2·10, $\vdash \cdot p\vee\sim p$ [2·11]

証$\left[1{\cdot}4\ \frac{\sim p,\quad p}{p,\quad q}\right] \vdash : \sim p \vee p . \supset . p \vee \sim p$ (1)

[2·09] $\vdash . \sim p \vee p$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash . p \vee \sim p$

(此两命題均为排中律：那就是說一命題或眞或假。)

2·11, $\vdash . p \supset \sim(\sim p)$ [2·12]

証$\left[2{\cdot}10\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash . \sim p \vee \sim(\sim p)$ (1)

[(1)·(Df a)] $\vdash . p \supset \sim(\sim p)$

2·12, $\vdash . p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$ [2·13]

証$\left[1{\cdot}6\ \frac{\sim p,\ \sim\{\sim(\sim p)\}}{q,\qquad\qquad r}\right] \vdash : \sim p . \supset . \sim\{\sim(\sim p)$

$\} . \supset : p \vee \sim p . \supset . p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$ (1)

$\left[2{\cdot}11\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim p . \supset . \sim\{\sim(\sim p)\}$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash : p \vee \sim p . \supset . p \vee$

$\sim\{\sim(\sim p)\}$ (3)

[2·10] $\vdash . p \vee \sim p$ (4)

[(3)·(4)·1·1] $\vdash . p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$

2·13, $\vdash . \sim(\sim p) \supset p$ [2·14]

証$\left[1{\cdot}4\ \frac{\sim\{\sim(\sim p)\}}{q}\right] \vdash : p \vee \sim\{\sim(\sim p)\} . \supset . \sim\{$

$\sim(\sim p)\} \vee p$ (1)

[2·12] $\vdash . p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash . \sim\{\sim(\sim p)\} \vee p$ (3)

[(3)·(Df a)] $\vdash . \sim(\sim p) \supset p$

(以上三命題所表示的都是反反为正的意思。)

2·14, $\vdash : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$ [2·15]

証 $\left[2\cdot05\ \frac{\sim p,\ \sim(\sim q)}{p,\qquad r}\right] \vdash :.\, q\supset\sim(\sim q)\,.\supset:$

$$\sim p\supset q\,.\supset .\sim p\supset\sim(\sim q) \qquad (1)$$

$$\left[2\cdot11\ \frac{p}{q}\right] \vdash .\, q\supset\sim(\sim q) \qquad (2)$$

$$[(1)\cdot(2)\cdot1\cdot1]\quad \vdash :\sim p\supset q\,.\supset .\sim p\supset\sim(\sim q) \qquad (3)$$

$$\left[2\cdot03\ \frac{\sim p,\ \sim q}{p,\quad q}\right] \vdash :\ \sim p\supset\sim(\sim q)\,.\supset .$$

$$\sim q\supset\sim(\sim p) \qquad (4)$$

$$\left[2\cdot05\ \frac{\sim q,\ \sim(\sim p),\ p}{p,\qquad q,\qquad r}\right] \vdash :.\sim(\sim p)\supset p\,.\supset :\sim q\supset$$

$$\sim(\sim p)\,.\supset .\sim q\supset p \qquad (5)$$

$$[(5)\cdot2\cdot13\cdot1\cdot1]\quad \vdash :\ \sim q\supset\sim(\sim p)\,.\supset .$$

$$\sim q\supset p \qquad (6)$$

$$\left[2\cdot05\ \frac{\sim p\supset q,\ \sim p\supset\sim(\sim q),\ \sim q\supset\sim(\sim p)}{p,\qquad\qquad q,\qquad\qquad r}\right] \vdash ::\sim$$

$$p\supset\sim(\sim q)\,.\supset .\sim q\supset\sim(\sim p) : \supset :.\sim p\supset q$$

$$.\supset .\sim p\supset\sim(\sim q) : \supset :\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset$$

$$\sim(\sim p) \qquad (7)$$

$$[(4)\cdot(7)\cdot1\cdot1]\quad \vdash :.\sim p\supset q\,.\supset .\sim p\supset\sim$$

$$(\sim q) : \supset :\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset\sim(\sim p) \qquad (8)$$

$$[(3)\cdot(8)\cdot1\cdot1]\quad \vdash :\ \sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset\sim$$

$$(\sim p) \qquad (9)$$

$$\left[2\cdot05\ \frac{\sim p\supset q,\ \sim q\supset\sim(\sim p),\ \sim q\supset p}{p,\qquad\qquad q,\qquad\qquad r}\right] \vdash ::\sim q\supset\sim$$

$$(\sim p)\,.\supset .\sim q\supset p : \supset :.\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset$$

$$\sim(\sim p) : \supset :\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset p \qquad (10)$$

$$[(6)\cdot(10)\cdot1\cdot1]\quad \vdash :.\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset\sim$$

$$(\sim p) : \supset :\sim p\supset q\,.\supset .\sim q\supset p \qquad (11)$$

$[(9)\cdot(11)\cdot 1\cdot 1]\quad \vdash:\sim p\supset q\cdot\supset\cdot\sim q\supset p$

(在此証明中請注意以下諸点：設以$\sim p\supset q$为p_1，以$\sim p\supset\sim(\sim q)$为$p_2$，$\sim q\supset\sim(\sim p)$为$p_3$，$\sim q\supset p$为$p_4$；以上(3)行表示$p_1$藴涵$p_2$，(4)行表示$p_2$藴涵$p_3$，(6)行表示$p_3$藴涵$p_4$。最后証明的命题为$p_1$藴涵$p_4$。为使推論的层次严紧起見，此証明利用2·05所表示的三段論原則，証明p_1既藴涵p_2，p_2既藴涵p_3，(8)行表示p_1藴涵p_2藴涵p_1藴涵p_3，(9)行的結論是p_1藴涵p_3；(10)行的推論是p_3藴涵p_4藴涵p_1藴涵p_3藴涵p_1藴涵p_4，而此最后即为所要証明的命題。

此証明中有連鎖推論；若从簡便，由(3)(4)(6)已可以得p_1藴涵p_4的結論。

同时如果利用"$\supset$"的定义，则第四基本命题即为此处所要証明的命题。)

2.15，$\vdash:p\supset q\cdot\supset\cdot\sim q\supset\sim p$ [2·16]

証$\left[2\cdot 05\ \frac{\sim(\sim q)}{r}\right]\vdash:.q\supset\sim(\sim q)\cdot\supset:p\supset q\cdot\supset\cdot p\supset\sim(\sim q)$ (1)

$\left[2\cdot 11\ \frac{q}{p}\right]\vdash\cdot q\supset\sim(\sim q)$ (2)

$[(1)\cdot(2)\cdot 1\cdot 1]\quad\vdash:p\supset q\cdot\supset\cdot p\supset\sim(\sim q)$ (3)

$\left[2\cdot 03\ \frac{\sim q}{q}\right]\vdash:p\supset\sim(\sim q)\cdot\supset\cdot\sim q\supset\sim p$ (4)

$[2\cdot 05]\quad\vdash\cdot(4)\cdot(3)\cdot\supset\ \vdash:p\supset q\cdot\supset\cdot\sim q\supset\sim p$

2.16，$\vdash:\sim q\supset\sim p\cdot\supset\cdot p\supset q$ [2.17]

証$\left[2.03\ \frac{\sim q,\ p}{p,\ q}\right]\vdash:\sim q\supset\sim p\cdot\supset\cdot p\supset\sim(\sim q)$ (1)

$\left[2\cdot 05\ \frac{\sim(\sim q),\ q}{q,\ r}\right]\vdash:.\sim(\sim q)\supset q:\supset:p\supset\sim(\sim q)$

$\cdot \supset \cdot p \supset q$ (2)

$\left[2.13 \frac{q}{p}\right] \vdash \cdot \sim(\sim q) \supset q$ (3)

$[(2) \cdot (3) \cdot 1{\cdot}1] \quad \vdash : p \supset \sim(\sim q) \cdot \supset \cdot p \supset q$ (4)

$[2{\cdot}05] \quad \vdash \cdot (1) \cdot (4) \cdot \supset \vdash : \sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$

(以上2·14,2·15, 2·16,与2·03那一命題相似,屬于一类。他們都是表示否认后件亦即否认前件。至于前件与后件单独地究竟为眞为假与他們当然无关。在P.M.中这四个命題称为Principles of Transportation。)

2·17, $\vdash \cdot \sim p \supset p \cdot \supset \cdot p$ [2·18]

証$[2{\cdot}11] \quad \vdash \cdot p \supset \sim(\sim p) \cdot \supset$

$[2{\cdot}05] \quad \vdash : \sim p \supset p \cdot \supset \cdot \sim p \supset \sim(\sim p)$ (1)

$\left[2{\cdot}01 \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim p \supset \sim(\sim p) \cdot \supset \cdot \sim(\sim p)$ (2)

$[2{\cdot}05] \quad \vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : \sim p \supset p \cdot \supset \cdot \sim(\sim p)$ (3)

$[2{\cdot}13] \quad \vdash \cdot \sim(\sim p) \supset p$ (4)

$[2{\cdot}05] \quad \vdash \cdot (3) \cdot (4) \cdot \supset \vdash : \sim p \supset p \cdot \supset \cdot p$

(2·17与2·01成一对。2·01說:如果p是眞的蘊涵p是假的,則p是假的;2·17說:如果p是假的蘊涵p是眞的,則p是眞的。这里前后两部分仅說是"眞"或是"假",但"則"字后之"眞"可以有必然的意义,"則"字后之"假",同时也可以有不可能的意义。)

2·18, $\vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q$ [2·2]

証$\left[1{\cdot}3 \frac{p, q}{q, p}\right] \quad \vdash : p \cdot \supset \cdot q \vee p$ (1)

$[1{\cdot}4] \quad \vdash : q \vee p \cdot \supset \cdot p \vee q$ (2)

$[2{\cdot}05] \quad \vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q$

2·19, $\vdash : \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$ [2·21]

証$\left[2{\cdot}18\frac{\sim p}{p}\right]$ $\vdash:\sim p\cdot\supset\cdot\sim p\vee q$ (1)

$[(1)(\text{Df a})]$ $\vdash:\sim p\cdot\supset\cdot p\supset q$

(此命題与2·02成对，均为眞值蘊涵的特別情形。2·02說：任何一眞命題被任何命題蘊涵；2·19說：一假命題蘊涵任何命題；这一点在第四部还要提及。)

2·20, $\vdash:p\cdot\supset\cdot p\supset q:\supset\cdot p\supset q$ [2·43]

証[1·2] $\vdash:p\vee p\cdot\supset\cdot p$ (1)

$\left[1{\cdot}6\frac{p\vee p,\,p,\,q,}{q,\ \ r,\ \ p}\right]$ $\vdash:.p\vee p\cdot\supset\cdot p:\supset:.q\cdot\vee\cdot p\vee p:\supset\cdot q\vee p$ (2)

$[(1)\cdot(2)\cdot 1{\cdot}1]$ $\vdash:q\cdot\vee\cdot p\vee p:\supset\cdot q\vee p$ (3)

$\left[1{\cdot}4\frac{p\vee p}{p}\right]$ $\vdash:p\vee p\cdot\vee\cdot q:\supset\cdot q\cdot\vee\cdot p\vee p$ (4)

$[2{\cdot}05]$ $\vdash\cdot(3)\cdot(4)\cdot\supset\ \vdash:.p\vee p\cdot\vee\cdot q:\supset\cdot q\vee p$ (5)

$\left[1{\cdot}4\frac{q,p}{p,q}\right]$ $\vdash:q\vee p\cdot\supset\cdot p\vee q$ (6)

$[2{\cdot}05]$ $\vdash\cdot(5)\cdot(6)\cdot\supset\ \vdash:p\vee p\cdot\vee\cdot q:\supset\cdot p\vee q$ (7)

$\left[1{\cdot}4.1{\cdot}6\frac{p\vee q,\,q\vee p,}{q,\qquad r}\right]$ $\vdash:.p\cdot\vee\cdot p\vee q:\supset:p\cdot\vee\cdot q\vee p$ (8)

$\left[1{\cdot}5\frac{p}{r}\right]$ $\vdash:.p\cdot\vee\cdot q\vee p:\supset:q\cdot\vee\cdot p\vee p$ (9)

$[2{\cdot}05]$ $\vdash\cdot(8)\cdot(9)\cdot\supset\ \vdash:.p\cdot\vee\cdot p\vee q:\supset:q\cdot\vee\cdot p\vee q$ (10)

$\left[1{\cdot}4\frac{q,\,p\vee p}{p,\ q}\right]$ $\vdash:.q\cdot\vee\cdot p\vee p:\supset:p\vee p\cdot\vee\cdot q$ (11)

$[2{\cdot}05]$ $\vdash\cdot(10)\cdot(11)\cdot\supset\ \vdash:.p\cdot\vee\cdot p\vee q:\supset:p\vee p\cdot\vee\cdot q$ (12)

[2·05] $\vdash \cdot (7) \cdot (12) \cdot \supset \vdash :. p \cdot \vee \cdot$

$p \vee q : \supset \cdot p \vee q$ (13)

$\left[(13)\frac{\sim p}{p}\right] \vdash :. \sim p \cdot \vee \cdot \sim p \vee q : \supset \cdot \sim p \vee q$ (14)

[(14)(Df a)] $:. p \cdot \supset \cdot p \supset q : \supset \cdot p \supset q$

(此証与原书中的証明不同。因为我們抛开了好些命題，我們不能用原来的証明。可是，一个証明用不着这样长，讀者可想方法求短的簡单的証明。此后有好些証明都不是原书中的証明，但本书沒有特别表示它們不是。)

2·21, $\vdash : \sim(p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim p$ [2·45]

証[2·18] $\vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q$ (1)

[2·15] $\vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q : \supset : \sim(p \vee q) \cdot$

$\supset \cdot \sim p$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash : \sim(p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim p$

2·22, $\vdash : \sim(p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim q$ [2·46]

証[1·3. 2·15.1·1] $\vdash : \sim(p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim q$

2·23, $\vdash : \sim(p \supset q) \cdot \supset \cdot \sim p \supset q$ [2·5]

証$\left[2·21 \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim(\sim p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim(\sim p)$ (1)

$\left[2·19 \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim(\sim p) \cdot \supset \cdot \sim p \supset q$ (2)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : \sim(\sim p \vee q) \cdot$

$\supset \cdot \sim p \supset q$ (3)

[(3)(Df a)] $\vdash : \sim(p \supset q) \cdot \supset \cdot \sim p \supset q$

2·24, $\vdash : \sim(p \supset q) \cdot \supset \cdot p \supset \sim q$

証[2·22] $\vdash : \sim(p \vee q) \cdot \supset \cdot \sim q$ (1)

$\left[1·3 \frac{\sim q}{q}\right] \vdash : \sim q \cdot \supset \cdot p \vee \sim q$ (2)

$[2\cdot05]\ \ \vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\ \vdash:\sim(p\vee q)\cdot$

$\supset\cdot p\vee\sim q$ (3)

$\left[(3)\frac{\sim p}{p}\right]\ \vdash:\sim(\sim p\vee q)\cdot\supset\cdot\sim p\vee\sim q$ (4)

$[(4)(\mathrm{Df\ a})]\ \ \vdash:\sim(p\supset q)\cdot\supset\cdot p\supset\sim q$

2·25, $\vdash:\sim(p\supset q)\cdot\supset\cdot\sim p\supset\sim q$ [2·52]

証$[2\cdot21]\ \ \vdash:\sim(p\vee q)\cdot\supset\cdot\sim p$ (1)

$\left[2\cdot18\ \frac{\sim p,\ \sim q}{p,\ \ q}\right]\ \vdash:\sim p\cdot\supset\cdot\sim p\vee\sim q$ (2)

$[2\cdot05]\ \ \vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\ \vdash:\sim(p\vee q)\cdot$

$\supset\cdot\sim p\vee\sim q$ (3)

$\left[(3)\frac{\sim p}{p}\right]\ \vdash:\sim(\sim p\vee q)\cdot\supset\cdot\sim$

$(\sim p)\vee\sim q$ (4)

$[(4)(\mathrm{Df\ a})]\ \ \vdash:\sim(p\supset q)\cdot\supset\cdot\sim p\supset\sim q$

2·26, $\vdash:\sim(p\supset q)\cdot\supset\cdot q\supset p$ [2·521]

証$[2\cdot25]\ \ \vdash:\sim(p\supset q)\cdot\supset\cdot\sim p\supset\sim q$ (1)

$[2\cdot16]\ \ \vdash:\sim p\supset\sim q\cdot\supset\cdot q\supset p$ (2)

$[2\cdot05]\ \ \vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\ \vdash:\sim(p\supset q)\cdot$

$\supset\cdot q\supset p$

(此命題説：如果 p 不蘊涵 q，則 q 蘊涵 p。如果所謂独立的命題是彼此沒有蘊涵关系的命題，則本系統的命題沒有独立的。)

2·27, $\vdash:.p\cdot\supset\cdot q\supset r:\supset:p\supset q\cdot\supset\cdot p\supset r$ [2·77]

証$[2\cdot04]\ \ \vdash:.p\cdot\supset q\cdot\supset r:\supset:q\cdot\supset\cdot p\supset r$ (1)

$\left[2\cdot05\ \frac{p\supset r}{r}\right]\ \vdash::q\cdot\supset\cdot p\supset r:\supset:.p\supset q\cdot$

$\supset:p\cdot\supset\cdot p\supset r$ (2)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash :: p \cdot \supset \cdot q \supset r :$

$\supset :. p \supset q \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot p \supset r :$ (3)

$\left[2{\cdot}20 \, \frac{r}{q} \right]$ $\vdash : p \cdot \supset \cdot p \supset r : \supset p \supset r$ (4)

[(3)(4)] $\vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : p \supset q \cdot \supset \cdot p \supset r$

2·28, $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim(\sim p \vee \sim q)$ [3·1]

証$\left[2{\cdot}08 \, \frac{p \cdot q}{p} \right]$ $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot p \cdot q$

[(Df b)] $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim(\sim p \vee \sim q)$

2·29, $\vdash : \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot p \cdot q$ [3·11]

証[2·08(Df b)]

2·30, $\vdash : \sim(p \cdot q) \cdot \supset \cdot \sim p \vee \sim q$ [3·13]

証[2·14] $\vdash :. \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot p \cdot q :$

$\supset : \sim(p \cdot q) \cdot \supset \cdot \sim p \vee \sim q$ (1)

[2·29] $\vdash : \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot p \cdot q$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash : \sim(p \cdot q) \cdot \supset \cdot \sim p \vee \sim q$

2·31, $\vdash : \sim p \vee \sim q \cdot \supset \cdot \sim(p \cdot q)$ [3·14]

証[2·28] $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim(\sim p \vee \sim q)$ (1)

[2·03] $\vdash :. p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim(\sim p \vee \sim q) : \supset :$

$\sim p \vee \sim q \cdot \supset \cdot \sim(p \cdot q)$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash : \sim p \vee \sim q \cdot \supset \cdot \sim(p \cdot q)$

2·32, $\vdash : p \cdot \supset : q \cdot \supset \cdot p \cdot q$ [3·2]

証$\left[2{\cdot}10 \, \frac{\sim p \vee \sim q}{p} \right]$ $\vdash : \sim p \vee \sim q \cdot \vee \cdot \sim$

$(\sim p \vee \sim q)$ (1)

[(1)(Df b)] $\vdash : \sim p \vee \sim q \cdot \vee \cdot p \cdot q$ (2)

[1·4] $\vdash :. \sim p \vee \sim q \cdot \vee \cdot p \cdot q : \supset :$

$p \cdot q \cdot \vee \cdot \sim p \vee \sim q$ (3)

[1·5] $\vdash :. p \cdot q \cdot \vee \cdot \sim p \vee \sim q : \supset : \sim p \cdot$

$\vee : p \cdot q \cdot \vee \cdot \sim q :$ (4)

[1·4] $\supset : \sim p \cdot \vee : \sim q \cdot \vee \cdot p \cdot q$ (5)

[2·05] $\vdash \cdot (3) \cdot (5) \cdot \supset \vdash :. \sim p \vee \sim q \cdot \vee \cdot$

$p \cdot q : \supset : \sim p \cdot \vee : \sim q \cdot \vee \cdot p \cdot q$ (6)

[(2)·(6)·1·1] $\vdash : \sim p \cdot \vee : \sim q \cdot$

$\vee \cdot p \cdot q$ (7)

[(7)(Df a)] $\vdash : p \cdot \supset : q \cdot \supset \cdot p \cdot q$

（这命題說：如果 p 是眞的，則 q 是眞的蘊涵 p 与 q 都是眞的。这命題可以是一种推論的方式，至少在本系統范圍之內，我們可以利用它把两个分别断定的眞命題，合起来断定其为眞。例如 2·28 与 2·29 可以使我們得“$\vdash : p \cdot q \cdot \equiv \cdot \sim (\sim p \vee \sim q)$”的結論。）

2·33, $\vdash \cdot \sim (p \sim p)$ [3·24]

証$\left[2·10 \frac{\sim p}{p}\right]$ $\vdash \cdot \sim p \vee \sim (\sim p)$ (1)

$\left[2·31 \frac{\sim p}{q}\right]$ $\vdash : \sim p \vee \sim (\sim p) \cdot \supset \cdot \sim (p. \sim p)$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash \sim (p \sim p)$

（此为“矛盾律”：“p是眞的又是假的是假的。”我們以“与”的思想表示矛盾律，以“或”的思想表示排中律；“或”的思想出現在前，所以排中律先矛盾律而出現。这不过是說在本系統的成文秩序中，排中律在前，矛盾律在后，这与它們彼此的重要問題沒有关系。

在此証明中，我們利用排中律去証明矛盾律；这当然純是根据于成文的先后；設成文的先后反轉过来。我們也可以利用矛盾律去証明排中律。）

2·34, $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot p$ [3·26]

証 $\left[2{\cdot}21, \frac{\sim p, \sim q}{p, \quad q}\right] \vdash : \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot$

$\sim(\sim p)$ (1)

[2·13] $\vdash \cdot \sim(\sim p) \supset p$ (2)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : \sim(\sim p \vee$

$\sim q) \cdot \supset \cdot p$ (3)

[(3)·(Df b)] $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot p$

2·35, $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot q$ [3·27]

証 $\left[2{\cdot}22 \frac{\sim p, \sim q,}{p, \quad q}\right] \vdash : \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot$

$\sim(\sim q)$ (1)

[2·13] $\vdash \cdot \sim(\sim q) \supset q$ (2)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : \sim(\sim p \vee$

$\sim q) \cdot \supset \cdot q$ (3)

[(3)(Df b)] $\vdash : p.q \cdot \supset \cdot q$

2·36, $\vdash : p.q \cdot \supset \cdot q.p$ [3·22]

証 $\left[2{\cdot}30 \frac{q, p,}{p, q}\right] \vdash : \sim(q.p) \cdot \supset \cdot \sim q \vee \sim p.$ (1)

[1·4] $\supset \cdot \sim p \vee \sim q.$ (2)

[2·31] $\supset \cdot \sim(p.q)$ (3)

[2·16] $\vdash \cdot (3) \cdot \supset \vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot q \cdot p$

2·37, $\vdash :. p \cdot q \cdot \supset \cdot r : \supset : p \cdot \supset \cdot q \supset r$ [3·3]

証[2·08.(Df b)] $\vdash :. p.q \cdot \supset \cdot r : \supset : \sim$

$(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot r$ (1)

[2·14] $\vdash :. \sim(\sim p \vee \sim q) \cdot \supset \cdot r : \supset :$

$\sim r \cdot \supset \cdot \sim p \vee \sim q$ (2)

[2·08.(Df a)] $\vdash :. \sim r \cdot \supset \cdot \sim p \vee \sim q : \supset :$

$\sim r \cdot \supset \cdot p \supset \sim q$ (3)

[2·04] $\vdash :. \sim r \cdot \supset \cdot p \supset \sim q : \supset : p \cdot \supset \cdot \sim r \supset \sim q$ (4)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot (3) \cdot (4) \cdot \supset \vdash :. p.q. \supset \cdot r : \supset : p \cdot \supset \cdot \sim r \supset \sim q$

[2·16] $\supset \cdot q \supset r$ (5)

[(5)] $\vdash :. p.q \cdot \supset \cdot r : \supset : p. \supset \cdot q \supset r$

2·38, $\vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : p \cdot q \cdot \supset \cdot r$ [3·31]

証[2·08.(Df a)] $\vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : \sim p \cdot \vee \cdot \sim q \vee r :$

[1·4] $\supset : \sim p \cdot \vee \cdot r \vee \sim q$ (1)

[1·5] $\vdash :. \sim p \cdot \vee \cdot r \vee \sim q : \supset : r \cdot \vee \cdot \sim p \vee \sim q$ (2)

[1·4] $\vdash :. r \cdot \vee \cdot \sim p \vee \sim q : \supset : \sim p \vee \sim q \cdot \vee \cdot r$ (3)

[(Df a) $\supset : \sim(\sim p \vee \sim q) \supset r$ (4)

[2·05] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot (3) \cdot (4) \cdot \supset \vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset \cdot \sim(\sim p \vee \sim q) \supset r$ (5)

[(Df b)] $\vdash :. p \cdot \supset \cdot q \supset r : \supset : p \cdot q \cdot \supset \cdot r$

(P.M.称2·37为Principle of exportation, 称2·38为Principle of importation。)

2·39, $\vdash : p \supset q \cdot q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$ [3·33]

証$\left[2·38 \frac{p \supset q,\ q \supset r,\ p \supset r,}{p,\quad q,\quad r}\right]$ $\vdash :: p \supset q \cdot \supset : q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r :. \supset : p \supset q \cdot q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$ (1)

[2·06] $\vdash :. p \supset q \cdot \supset : q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$ (2)

[(1)·(2)·1·1] $\vdash : p \supset q \cdot q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$

2·40, $\vdash : q\supset r \cdot p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$ [3·34]

証[2·05] $\vdash :. q\supset r \cdot \supset : p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$ (1)

$\left[2{\cdot}38\ \frac{q\supset r,\ p\supset q,\ p\supset r}{p,\quad q,\quad r}\right] \vdash :. q\supset r. \supset : p\supset q. \supset$

$p\supset r :. \supset : q\supset r \cdot p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$ (2)

[(1)·(2).1·1] $\vdash : q\supset r \cdot p\supset q \cdot \supset \cdot p\supset r$

(此两命題均为三段論原則之另两种表示，以后亦利用之以为推論。这两个命題与傳統的三段論比之2·05, 2·06更为切近，2·40使人想到"Barbara"。情形当然不同，因为这里的p, q, r, p⊃q, q⊃r, p⊃r，不必是傳統三段論中的AEIO那样的命題。)

2·41, $\vdash : p.p\supset q \cdot \supset \cdot q$ [3·35]

証$\left[2{\cdot}09\ \frac{p\vee q}{p}\right] \vdash : \sim(p\vee q) \cdot \vee \cdot (p\vee q)$ (1)

[1·5(1)] $\vdash :. \sim(p\vee q) \cdot \vee \cdot (p\vee q) : \supset :$

$p \cdot \vee \cdot \{\sim(p\vee q) \cdot \vee \cdot q\} :$ (2)

[(1)·(2)·1·1(Df a)] $\supset\vdash :. p : \vee :$

$p\vee q \cdot \supset \cdot q$ (3)

$\left[(3)\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash :. \sim p : \vee : \sim p\vee q \cdot \supset \cdot q$ (4)

[(4)(Df a)] $\vdash :. p. \supset : p\supset q. \supset \cdot q$ (5)

$\left[2{\cdot}38\ \frac{p\supset q}{q}\ \frac{q}{r}\right] \vdash :: p \cdot \supset : p\supset q \cdot \supset \cdot q :. \supset :$

$p \cdot p\supset q \cdot \supset \cdot q$ (6)

[(5)·(6)·1·1] $\vdash : p \cdot p\supset q \cdot \supset \cdot q$ (7)

(此命題說：如果p是眞的，而p蘊涵q也是眞的，則q是眞的。)

請注意在此証明中，由(5)(6)而得(7)的結論，其推論与

2·41 这一命題相似；我們可以把它写成：

p·⊃：p⊃q·⊃q∷p·⊃：p⊃q·⊃·q：.⊃：p·p⊃q·⊃q∷⊃：p·p⊃q·⊃·q 不同之点如下：

(一)在証明中的推論，(5)与(6)两前件本系統均断定其为眞，而在2·41这一命題中，p 与 p⊃q 两前件，我們仅假設其为眞，究竟为眞与否，无从說起；2·41所断定的是整个的命題，而不是前面那一部分。

(二)在証明中的是推論，是 Inference。而在这命題中的是蘊涵，是 Implication。推論說得通的时候，定有蘊涵关系；但有蘊涵关系的时候，不必有推論。在証明中，我們可以說(5)是眞的，(6)是眞的，"所以"(7)是眞的；2·41这一命題虽是眞的，而我們既不能說前件是眞的，我們也不能說"所以"后件是眞的。

(三)証明中的推論的根据是1·1那一基本命題，由此可以知道1·1与2·41为不同的命題。)

2·42， ⊢：.p·q·⊃·r：⊃：p·∼r·⊃·∼q [3·37]

証[2·15] ⊢：q⊃r·⊃·∼r⊃∼q (1)

[2·05(1)] ⊢：.p·⊃·q⊃r：⊃：p·⊃·∼r⊃∼q (2)

[2·37] ⊢：.p·q·⊃·r：⊃：p·⊃·q⊃r (3)

[2·05] ⊢·(2)·(3)·⊃ ⊢：.p·q·⊃r：⊃：p·⊃·∼r⊃∼q (4)

[2·38] ⊢：.p·⊃·∼r⊃∼q：⊃：p·∼r·⊃·∼q (5)

[2·39] ⊢·(4)·(5)·⊃ ⊢：.p.q·⊃r：⊃：p·∼r·⊃·∼q

(此命題所表示的可以用所謂 Anti-Syllogism 为例。設有以下甲乙两組的命題，以普通的三段論的形式表示之，2·42

說甲組蘊涵乙組。

甲，所有的人都是有理性的动物　(p)

疯子是人　(q)

疯子是有理性的动物　(r)

乙，所有的人都是有理性的动物　(p)

疯子不是有理性的动物　(∼r)

疯子不是人　(∼q)

請注意以上的例有很不妥当的地方；2·42 这一命題沒有断定 p, q, r 之为眞为假；用普通語言表示，它不过是說如果甲組是对的，乙組也是对的。）

2·43，　$\vdash :. p \supset q \cdot p \supset r \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot q \cdot r$　[3·43]

証 $\left[2\cdot 32 \frac{q, r}{p, q}\right]$ $\vdash :. q \cdot \supset : r \cdot \supset \cdot q \cdot r$　(1)

[2·05]　$\vdash \cdot (1) \cdot \supset \vdash :: p \supset q \cdot \supset :. p \cdot \supset : r \cdot \supset \cdot q \cdot r$　(2)

[2·27]　$\vdash :: p \cdot \supset : r \cdot \supset \cdot q \cdot r :. \supset :. p \supset r \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot q.r$　(3)

[2·05]　$\vdash \cdot (2) \cdot (3) \cdot \supset \vdash :: p \supset q \cdot \supset :. p \supset r \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot q \cdot r$　(4)

[(4)2·38]　$\vdash :. p \supset q \cdot p \supset r \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot q \cdot r$

2·44，　$\vdash :. q \supset p \cdot r \supset p \cdot \supset : q \vee r \cdot \supset \cdot p$

証 $\left[2\cdot 39 \frac{\sim q, r, p,}{p, q, r}\right]$ $\vdash : \sim q \supset r \cdot r \supset p \cdot \supset \cdot \sim q \supset p$ (1)

[1·6]　$\vdash :. \sim q \supset p \cdot \supset : p \vee \sim q \cdot \supset \cdot p \vee p :$

[1·4]　$\supset : \sim q \vee p \cdot \supset \cdot p \vee p$　(2)

[1·2.(Df a)·(2)]　$\vdash :. \sim q \supset p \cdot \supset : q \supset p \cdot \supset \cdot p$　(3)

[2·05]　$\vdash \cdot (1) \cdot (3) \cdot \supset \vdash :. \sim q \supset r \cdot$

r⊃p・⊃：q⊃p・⊃・p　(4)

[2·37]　⊢・(4)・⊃ ⊢∷∼q⊃r・⊃:.r⊃p・⊃：q⊃p・⊃・p:.　(5)

[2·04]　⊃:.q⊃p・⊃：r⊃p・⊃・p:.

[2·38]　⊃：q⊃p・r⊃p・⊃・p　(6)

[2·04]　⊢・(6)・⊃⊢:.q⊃p・r⊃p・⊃：∼q⊃r・⊃・p：

[(Df a)]　⊃：∼(∼q)∨r・⊃・p：　(7)

[2·14.(7)]　⊢:.q⊃p・r⊃p・⊃：q∨r・⊃・p

2·45,　⊢:.p⊃q・⊃：p・r・⊃・q・r　[3·45]

証[2·06,]　⊢:.p⊃q・⊃：q⊃∼r・⊃・p⊃∼r　(1)

[2·15]　⊢:.q⊃∼r・⊃・p⊃∼r：⊃：∼(p⊃∼r)・⊃・∼(q⊃∼r)　(2)

[2·08.(Df a)]　⊢:.q⊃∼r・⊃・p⊃∼r：⊃：∼(∼p∨∼r)⊃・∼(∼q∨∼r)　(3)

[2·08.(Df b)]　⊢:.∼(∼p∨∼r)・⊃・∼(∼q∨∼r)：⊃：p・r・⊃・q・r　(4)

[2·39]　⊢・(1)・(3)・(4)・⊃ ⊢:.p⊃q・⊃：p・r・⊃・q・r

(此命题与第六基本命题成对，第六基本命题表示"或"方面的关系，而此命题表示"与"方面的关系。)

2·46,　⊢:.p⊃r・q⊃s・⊃：p・q・⊃・r・s　[3·47]

証[2·34]　⊢:.p⊃r・q⊃s・⊃・p⊃r　(1)

[2·45]　⊢:.p⊃r・⊃：p・q・⊃・r・q

[2·36]　⊃・q・r　(2)

[2·05]　⊢・(1)・(2)・⊃⊢:.p⊃r・q⊃s・⊃：p・q・⊃・q・r　(3)

[2˙35] $\vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot \supset \cdot q \supset s$ (4)

[2˙45] $\vdash :. q \supset s \cdot \supset : q \cdot r \cdot \supset \cdot s \cdot r \cdot$

[2˙36] $\supset \cdot r \cdot s$ (5)

[2˙05] $\vdash \cdot (4) \cdot (5) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset : q \cdot r \cdot \supset \cdot r \cdot s$ (6)

[2˙43] $\vdash \cdot (3) \cdot (6) \cdot \supset \vdash :: p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset :. p \cdot q \cdot \supset \cdot q \cdot r : q \cdot r \cdot \supset r \cdot s$ (7)

[2˙39] $\vdash :. p \cdot q \cdot \supset \cdot q \cdot r : q \cdot r \cdot \supset \cdot$

$r \cdot s : \supset : p \cdot q \cdot \supset \cdot r \cdot s$ (8)

[2˙39] $\vdash \cdot (7) \cdot (8) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset : p \cdot q \cdot \supset \cdot r \cdot s$

2˙47, $\vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot \supset : p \vee q \cdot \supset \cdot r \vee s$ [3˙48]

証[2˙34] $\vdash : p \supset r \cdot q \supset s \cdot \supset \cdot p \supset r$ (1)

[1˙6] $\vdash .: p \supset r \cdot \supset : q \vee p \cdot \supset \cdot q \vee r :$

[1˙4] $\supset : p \vee q \cdot \supset \cdot q \vee r$ (2)

[2˙39] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset : p \vee q \cdot \supset \cdot q \vee r$ (3)

[2˙35] $\vdash : p \supset r \cdot q \supset s \cdot \supset \cdot q \supset s$ (4)

[1˙6.1˙4] $\vdash :. q \supset s \cdot \supset : q \vee r \cdot \supset \cdot r \vee s$ (5)

[2˙39] $\vdash \cdot (4) \cdot (5) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset : q \vee r \cdot \supset \cdot r \vee s$ (6)

[2˙43] $\vdash \cdot (3) \cdot (6) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset :. p \vee q \cdot \supset \cdot q \vee r : q \vee r \cdot \supset r \vee s$ (7)

[2˙39] $\vdash :: p \vee q \cdot \supset \cdot q \vee r : q \vee r \cdot \supset \cdot$

$r \vee s : \supset : p \vee q \cdot \supset \cdot r \vee s$ (8)

[2˙39] $\vdash \cdot (7) \cdot (8) \cdot \supset \vdash :. p \supset r \cdot q \supset s \cdot$

$\supset : p \vee q \cdot \supset \cdot r \vee s$

2·48, $\vdash : p \supset q \cdot \equiv \cdot \sim q \supset \sim p$ [4·1]

証[2·15] $\vdash : p \supset q \cdot \supset \cdot \sim q \supset \sim p$ (1)

[2·16] $\vdash : \sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$ (2)

[2·32] $\vdash :: p \supset q \cdot \supset \cdot \sim q \supset \sim p : \supset :. \sim$
$q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q : \supset \vdash :. p \supset q \cdot$
$\supset \cdot \sim q \supset \sim p : \sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$ (3)

[(3) · (Df c)] $\vdash : p \supset q \cdot \equiv \cdot \sim q \supset \sim p$

(以后虽用 2·32, 而不必把整个的公式写出来。)

2·49, $\vdash : p \equiv q \cdot \equiv \cdot \sim p \equiv \sim q$

証[2·15] $\vdash : p \supset q \cdot \supset \cdot \sim q \supset \sim p$ (1)

$\left[2\cdot15\frac{q, p}{p, q}\right]$ $\vdash : q \supset p \cdot \supset \cdot \sim p \supset \sim q$ (2)

[2·46] $\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : p \supset q \cdot q \supset p \cdot$
$\supset \cdot \sim q \supset \sim p \cdot \sim p \supset \sim q$ (3)

[2·36] $\vdash : \sim q \supset \sim p \cdot \sim p \supset \sim q \cdot \supset \cdot \sim$
$p \supset \sim q \cdot \sim q \supset \sim p$ (4)

[2·05] $\vdash \cdot (3) \cdot (4) \cdot \supset \vdash : p \supset q \cdot q \supset p \cdot$
$\supset \cdot \sim p \supset \sim q \cdot \sim q \supset \sim p$ (5)

[(5)(Df c)] $\vdash : p \equiv q \cdot \supset \cdot \sim p \equiv \sim q$ (6)

[2·16] $\vdash : \sim p \supset \sim q \cdot \supset \cdot q \supset p$ (7)

[2·16] $\vdash : \sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$ (8)

[2·46] $\vdash \cdot (7) \cdot (8) \cdot \supset \vdash : \sim p \supset \sim q \cdot$
$\sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot q \supset p \cdot p \supset q$ (9)

[2·36] $\vdash : q \supset p \cdot p \supset q \cdot \supset \cdot p \supset q \cdot q \supset p$ (10)

[2·05] $\vdash \cdot (9) \cdot (10) \cdot \supset \vdash : \sim p \supset \sim$
$q \cdot \sim q \supset \sim p \cdot \supset \cdot p \supset q \cdot q \supset p$ (11)

[(11)(Df c)] $\vdash : \sim p \equiv \sim q \cdot \supset \cdot p \equiv q$ (12)

[(Df c)2·32] $\vdash\cdot(6)\cdot(12)\cdot\supset\vdash:$

$p\equiv q\cdot\equiv\cdot\sim p\equiv\sim q$

2·50, $\vdash:p\equiv\sim q\cdot\equiv\cdot q\equiv\sim p$

(此命題的証明与以上一样，請讀者自备。)

2·51, $\vdash\cdot p\equiv\sim(\sim p)$

証[2·11.2·13.(Df c)] $\vdash\cdot p\equiv\sim(\sim p)$

2·52, $\vdash:.p\cdot q\cdot\supset\cdot r:\equiv:p\cdot\sim r\cdot\supset\cdot\sim q$ [4·14]

証[2·42] $\vdash:.p\cdot q\cdot\supset\cdot r:\supset:p\cdot\sim r\cdot$

$\supset\cdot\sim q$ (1)

[2·42] $\vdash:.p\cdot\sim r\cdot\supset\cdot\sim q:\supset:p\cdot\sim$

$(\sim q)\cdot\supset\cdot\sim(\sim r):$

[2·51] $\supset:p\cdot q\cdot\supset\cdot r$ (2)

[(Df c)] $\vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\vdash:.p\cdot q\cdot$

$\supset\cdot r:\equiv:p\cdot\sim r\cdot\supset\cdot\sim q$

2·53, $\vdash:.p\cdot q\cdot\supset\cdot\sim r:\equiv:q\cdot r\cdot$

$\supset\cdot\sim p$ [4·15]

証$\left[2·36\frac{q}{p}\right]$ $\vdash:q\cdot p\cdot\supset\cdot p\cdot q$ (1)

[2·06.(1)] $\vdash:.\cdot p\cdot q\cdot\supset\cdot\sim r:\supset:$

$q\cdot p\cdot\supset\sim r$ (2)

[2·42] $\vdash:.q\cdot p\cdot\supset\sim r:\supset:q\cdot r\cdot$

$\supset\cdot\sim p$ (3)

[2·39] $\vdash\cdot(2)\cdot(3)\cdot\supset\vdash:.p\cdot q\cdot\supset\cdot$

$\sim r:\supset:q\cdot r\cdot\supset\cdot\sim p$ (4)

[2·36] $\vdash:p\cdot q\cdot\supset\cdot q\cdot p$ (5)

[2·06(5)] $\vdash:.q\cdot p\cdot\supset\cdot\sim r:\supset:p\cdot q\cdot$

$\supset\cdot\sim r$ (6)

[2·42]　$\vdash :. q \cdot r \cdot \supset \cdot \sim p : \supset : q \cdot p \cdot$

$\supset \cdot \sim r$　(7)

[2·40]　$\vdash \cdot (6) \cdot (7) \cdot \supset \vdash :. q \cdot r \cdot \supset \cdot$

$\sim p : \supset : p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim r$　(8)

[(Df c) · 2·32]　$\vdash \cdot (4) \cdot (8) \cdot \supset \vdash :.$

$p \cdot q \cdot \supset \cdot \sim r : \equiv : q \cdot r \cdot \supset \cdot \sim p$

2·54,　$\vdash \cdot p \equiv p$　[4·2]

証[2·08]　$\vdash \cdot p \supset p$　(1)

[2·32]　$\vdash :. p \supset p \cdot \supset : p \supset p \cdot \supset \cdot$

$p \supset p \cdot p \supset p$　(2)

[(1) · (2) · 1·1]　$\vdash : p \supset p \cdot p \supset p$　(3)

[(3) · (Df c)]　$\vdash \cdot p \equiv p$

2·55,　$\vdash : p \equiv q \cdot \equiv \cdot q \equiv p$　[4·21]

証[2·36]　$\vdash : p \supset q \cdot q \supset p \cdot \supset \cdot q \supset p \cdot p \supset q$　(1)

$\vdash : q \supset p \cdot p \supset q \cdot \supset \cdot p \supset q \cdot q \supset p$　(2)

[Df (c)]　$\vdash \cdot (1) \cdot (2) \cdot \supset \vdash : p \equiv q \cdot$

$\equiv \cdot q \equiv p$

2·56,　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot \supset \cdot p \equiv r$　[4·22]

証[2·34]　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot \supset \cdot p \equiv q \cdot$

[(Df c) .2·34]　$\supset \cdot p \supset q$　(1)

[2·35]　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot \supset \cdot q \equiv r$

[(Df c)2·34]　$\supset \cdot q \supset r$　(2)

[(1) · (2) · 2·43. 2·39]　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot$

$\supset \cdot p \supset r$　(3)

[2·35]　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot \supset \cdot q \equiv r$

[(Df c) · 2·35]　$\supset \cdot r \supset q$　(4)

[2·34]　$\vdash : p \equiv q \cdot q \equiv r \cdot \supset \cdot p \equiv q \cdot$

[(Df c)・2˙35]　　　⊃・q⊃p　　　(5)

[(4)・(5)・2˙43.2˙39]　⊢：p≡q・q≡r・
⊃・r⊃p　　　(6)

[(3)・(6)・2˙43]　⊢：p≡q・q≡r・⊃・
p⊃r・r⊃p　　　(7)

[(Df c).7]　⊢：p≡q・q≡r・⊃・p≡r

(以上2˙54,2˙55,2˙56,三命題表示命題的眞假值相等有自反质(Self-reflexive),对称质(Symmetrical),傳递质(Transitive)。蘊涵仅有自反与傳递质。)

2˙57,　⊢：p・≡・p・p　　　[4˙24]

証[2˙34]　⊢：p・p・⊃・p　　　(1)

[2˙32]　⊢：.p・⊃：p・⊃・p・p　　　(2)

[2˙20]　⊢：.p・⊃：p・⊃・p・p：.⊃：p・
⊃・p・p　　　(3)

[(2)・(3)・1˙1]　⊢：p・⊃・p・p　　　(4)

[2˙32(Df c)]　⊢・(4)・(1)・⊃⊢：p・
≡・p・p

2˙58,　⊢：p・≡・p∨p　　　[4˙25]

証[2˙07]　⊢：p・⊃・p∨p　　　(1)

[1˙2]　⊢：p∨p・⊃・p　　　(2)

[(Df c)]　⊢・(1)・(2)・⊃⊢：p・≡・
p∨p

2˙59,　⊢：(p・q)・r・≡・p・(q・r)　　　[4˙32]

証[2˙53]　⊢：.p・q・⊃・∼r：≡・q・r・
⊃・∼p：

[2˙50]　　　≡：p・⊃・∼(q・r)　　　(1)

[(1).2˙49]　⊢：∼(p・q・⊃・∼r)：≡：

$\sim\{p:\supset\sim\cdot(q\cdot r)\}$ (2)

[(2).Df(a)] $\vdash:\sim\{\sim(p\cdot q)\cdot\vee\cdot\sim r\}$

$\cdot\equiv\cdot\sim\{\sim p\cdot\vee\cdot\sim(q\cdot r)\}$ (3)

[(3)・(Df b)] $\vdash:(p\cdot q)r\equiv\cdot p\cdot(q\cdot r)$

2˙60, $\vdash:(p\vee q)\vee r\equiv\cdot p\vee(q\vee r)$ [4˙33]

証[1˙4] $\vdash:(p\vee q)\vee r\cdot\supset\cdot r\vee(p\vee q)$ (1)

[1˙5] $\vdash:r\vee(p\vee q)\cdot\supset\cdot p\vee(r\vee q)$ (2)

[1˙4] $\vdash:p\vee(r\vee q)\cdot\supset\cdot p\vee(q\vee r)$ (3)

[2˙39] $\vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot(3)\cdot\supset\vdash:(p\vee q)$

$\vee r\cdot\supset\cdot p\vee(q\vee r)$ (4)

[1˙5] $\vdash:p\vee(q\vee r)\cdot\supset\cdot q\vee(p\vee r)$ (5)

[1˙4] $\vdash:q\vee(p\vee r)\cdot\supset\cdot q\vee(r\vee p)$ (6)

[1˙5] $\vdash:q\vee(r\vee p)\cdot\supset\cdot r\vee(q\vee p)$ (7)

[1˙4] $\vdash:r\vee(q\vee p)\cdot\supset\cdot r\vee(p\vee q)$ (8)

[1˙4] $\vdash:r\vee(p\vee q)\cdot\supset\cdot(p\vee q)\vee r$ (9)

[2˙39] $\vdash\cdot(5)\cdot(6)\cdot(7)\cdot(8)\cdot(9)\cdot$

$\supset\vdash:p\vee(q\vee r)\cdot\supset\cdot(p\vee q)\vee r$ (10)

[(Df c)] $\vdash\cdot(4)\cdot(10)\cdot\supset\vdash:(p\vee q)$

$\vee r.\equiv.p\vee(q\vee r)$

2˙61, $\vdash:.p\cdot q\vee r.\equiv:p\cdot q\cdot\vee\cdot p\cdot r$ [4˙4]

証$\vdash\cdot 2˙32\cdot\supset\vdash::p\cdot\supset:q\cdot\supset\cdot p\cdot q:.p\cdot$

$\supset:r\cdot\supset\cdot p\cdot r::$ (1)

[2˙43] $\supset\vdash::p\cdot\supset:.q\cdot\supset\cdot p\cdot q:r\cdot$

$\supset\cdot p\cdot r::$ (2)

[2˙47] $\supset::p\cdot\supset:.q\vee r\cdot\supset:p\cdot q\cdot\vee\cdot$

$p\cdot r$ (3)

[2˙38] $\vdash\cdot(3)\cdot\supset\vdash:.p\cdot q\vee r\cdot\supset:p\cdot$

$q \cdot \vee \cdot p \cdot r$ (4)

$\vdash \cdot 2{\cdot}34.\ 2{\cdot}32. \supset \vdash :. p \cdot q \cdot \supset \cdot p : p \cdot r \cdot$

$\supset \cdot p :.$ (5)

[2·44] $\supset \vdash :. p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot r : \supset \cdot p$ (6)

$\vdash \cdot 2{\cdot}35.\ 2{\cdot}32 \cdot \vdash \supset :. p \cdot q \cdot \supset \cdot q : p \cdot r \cdot$

$\supset \cdot r :.$ (7)

[2·47] $\supset \vdash :. p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot r : \supset \cdot q \vee r$ (8)

$\vdash \cdot (6) \cdot (8) \cdot 2{\cdot}43. \supset \vdash :. p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot r :$

$\supset \cdot p \cdot q \vee r$ (9)

[(Df c)] $\vdash \cdot (4) \cdot (9) 2.32. \supset \vdash :. p \cdot q \vee r.$

$\equiv : p \cdot q \vee \cdot p \cdot r$

2·62, $\vdash :. p \cdot \vee \cdot q \cdot r : \equiv \cdot p \vee q \cdot p \vee r$ [4·41]

証 $\left[2{\cdot}34 \frac{q, r}{p, q}\right]$ $\vdash : q \cdot r \cdot \supset \cdot q :$ (1)

[1·6] $\supset \vdash :. p \cdot \vee \cdot q \cdot r : \supset \cdot p \vee q$ (2)

$\left[2{\cdot}35 \frac{q, r}{p, q}\right]$ $\vdash : q \cdot r \cdot \supset \cdot r :$ (3)

[1·6] $\supset \vdash :. p \cdot \vee \cdot q \cdot r : \supset \cdot p \vee r$ (4)

[2·43] $\vdash \cdot (2) \cdot (4) \cdot \supset \vdash :. p \cdot \vee \cdot q \cdot$

$r : \supset \cdot p \vee q \cdot p \vee r$ (5)

[2.11] $\vdash \cdot p \supset \sim(\sim p) \cdot$ (6)

[1·6.1·4] $\supset \vdash : p \vee q \cdot \supset \cdot \sim(\sim p) \vee q :$ (7)

[(Df a)] $\supset \vdash : p \vee q \cdot \supset \cdot \sim p \supset q$ (8)

[2·46] $\vdash :. p \vee q \cdot \supset \cdot \sim p \supset q : p \vee r \cdot \supset \cdot$

$\sim p \supset r :.$ (9)

$\supset \vdash : p \vee q \cdot p \vee r \cdot \supset \cdot \sim p \supset q \cdot$

$\sim p \supset r \cdot$ (10)

[2·43] $\supset : \sim p \cdot \supset \cdot q \cdot r :$ (11)

[2·54.(Df a).2·51] $\supset : p \cdot \vee \cdot q \cdot r$ (12)

[2·32(Df c)] $\vdash \cdot (5) \cdot (12) \cdot \supset \vdash :. p \cdot \vee \cdot q \cdot r : \equiv \cdot p \vee q \cdot p \vee r$

2·63, $\vdash :. p \cdot \equiv : p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot \sim q$ [4·42]

証$\left[2·32 \frac{q \vee \sim q, p}{p \cdot \quad q}\right]$ $\vdash :. q \vee \sim q \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot q \vee \sim q \cdot p \cdot$

[2·36] $\supset \cdot p \cdot q \vee \sim q$ (1)

[2·20] $\vdash \cdot (1) \cdot \supset \vdash : p \cdot \supset \cdot p \cdot q \vee \sim q$ (2)

[2·34] $\vdash : p \cdot q \vee \sim q \cdot \supset \cdot p$ (3)

[(Df c)] $\vdash (2) \quad (3) \cdot \supset \vdash : p \cdot \equiv \cdot p \cdot q \vee \sim q$ (4)

[2·61] $\vdash : p \cdot q \vee \sim q \cdot \equiv : p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot \sim q$ (5)

[2·56] $\vdash \cdot (4) \cdot (5) \cdot \supset \vdash :. p \cdot \equiv : p \cdot q \cdot \vee \cdot p \cdot \sim q$

2·64, $\vdash :. p \cdot \equiv : p \vee q \cdot p \vee \sim q$ [4·43]

証[2·18] $\vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q : p \cdot \supset \cdot p \vee \sim q :.$

[2·43] $\supset \vdash : p \cdot \supset \cdot p \vee q \cdot p \vee \sim q$ (1)

[1·6] $\vdash : p \supset q \cdot \supset : q \vee p \cdot \supset \cdot q \vee q$ (2)

[1·4.2·04.(Df a) · 1·2] $\vdash \cdot (2) \cdot \supset \vdash : p \vee q \cdot \supset : \sim p \vee q \cdot \supset \cdot q$ (3)

$\left[(3) \frac{q, p}{p, q}\right]$ $\vdash : q \vee p \cdot \supset : \sim q \vee p \cdot \supset \cdot p$ (4)

$\left[(4) \frac{\sim p}{p} .1·4\right]$ $\vdash : \sim p \vee q \cdot \supset : \sim p \vee \sim q \cdot$

$\supset\cdot\sim p$ (5)

[(5) (Df a)] $\vdash : p\supset q\cdot\supset : p\supset\sim q\cdot$

$\supset\cdot\sim p$ (6)

$\left[(6)\dfrac{\sim p}{p}\right]$ $\vdash :.\sim p\supset q\cdot\supset : \sim p\supset\sim q\cdot\supset\cdot$

$\sim(\sim p)$ (7)

[2·38] $\vdash (7). 2\cdot13. \supset\cdot\vdash : \sim p\supset q\cdot\sim p\supset$

$\sim q\cdot\supset\cdot p$ (8)

[(8) (Df a)] $\vdash : \sim(\sim p)\vee q\cdot\sim(\sim p)$

$\vee\sim q\cdot\supset\cdot p$ (9)

[2·13 (9)] $\vdash : p\vee q\cdot p\vee\sim q\cdot\supset\cdot p$ (10)

[2·32. (Df c)] $\vdash\cdot(1)\cdot(10)\supset\vdash :. p\cdot\equiv :$

$p\vee q\cdot p\vee\sim q$

2·65, $\vdash :. p\cdot\equiv : p\cdot\vee\cdot p\cdot q$ [4·44]

証 $\left[2\cdot18\dfrac{p\cdot q}{q}\right]$ $\vdash : p\cdot\supset : p\cdot\vee\cdot p\cdot q$ (1)

[2·08. 2·34. 2·32] $\vdash :. p\supset p : p\cdot q\cdot\supset\cdot p :.$

[2·44] $\supset\vdash :. p\cdot\vee\cdot p\cdot q : \supset\cdot p$ (2)

[2·32. (Df c)] $\vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\vdash :. p\cdot$

$\equiv : p\cdot\vee\cdot p\cdot q$

2·66, $\vdash : p\equiv\cdot p\cdot p\vee q$ [4·45]

証 [2·08. 2·18. 2·32] $\vdash : p\supset p : p\cdot\supset\cdot p\vee q :.$

[2·43] $\supset\vdash : p\cdot\supset\cdot p\cdot p\vee q$ (1)

[2·34] $\vdash : p\cdot p\vee q\cdot\supset\cdot p$ (2)

[2·32. (Df c)] $\vdash\cdot(1)\cdot(2)\cdot\supset\vdash :$

$p\cdot\equiv\cdot p\cdot p\vee q$

2·67, $\vdash :. p\supset q\cdot\equiv : p\cdot\supset\cdot p\cdot q$

[2·35] $\vdash : p \cdot q \cdot \supset \cdot q :$

[2·05] $\supset \vdash :. p \cdot \supset \cdot p \cdot q : \supset \cdot p \supset q$ (1)

[2·43] $\vdash :. p \supset p \cdot p \supset q \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot p \cdot q :.$ (2)

[2·37] $\supset \vdash :: p \supset q \cdot \supset :. p \supset q \cdot \supset : p \cdot$

$\supset \cdot p \cdot q$ (3)

[2·08] $\vdash \cdot p \supset p$ (4)

[(4)·(3)·1·1] $\vdash :. p \supset q \cdot \supset : p \cdot \supset \cdot$

$p \cdot q$ (5)

[2·32·(Df c)] $\vdash \cdot (1) \cdot (5) \cdot \supset \cdot \vdash :.$

$p \supset q \cdot \equiv : p \cdot \supset \cdot p \cdot q$

二、由未解析的命題到类与关系的推演。

本章分以下各节：A, 具一表面任指詞的命題的推演；B, 具两表面任指詞的命題的推演；C, 具相同思想的命題的推演；D, 具叙述詞的命題的推演；E, 类詞的发現与关系詞的发現。本节的宗旨在介紹原书中一步一步的推演办法。

A. 具一表面任指詞的命題的推演。

1. 解釋弁言

兹假設未解析的命題是“这(指一东西)是紅的”，或“这(指一东西)比那个(指另一东西) 大”，这样的命題。这样的命題可以解析成“个体詞（数目不定）——謂詞（此处的謂詞非第一部的宾詞)”。如以x, y, z, ……等表示个体，为个体詞；以ϕ, Ψ, χ, ……等表示“性质”，为謂詞；則未解析的命題可以容納到“ϕx”或“ϕ(x, y)”……等式的命題；而“ϕx”“ϕ(x, y)”……等，本书称之为命題函量。

x, y, z, ……, ϕ, Ψ, χ, ……等等均称之为任指詞。所謂任指詞者，是說“x, y, z, ……”等虽指个体，而不指某一个体；“ϕ, Ψ, χ, ……”

等虽指性质，而不指某一屬性，或某一关系质。这里的任指詞似乎可以称为"变詞"，但无論"任指詞"这一名詞是否有毛病，而"变詞"这一名詞总有毛病。詞无所謂变，而"x, y, z, ……"，"φ, Ψ, χ, ……"等等也无所謂变。說它們变者在此处似乎是定与不定的問題。任指詞一方面"定"，因为"x, y, z, ……"等定指个体；另一方面"不定"，因为它們不定指某某个体。普通指必有所指，而所指者大都是能以"某一"相称的东西或情形。任指詞既不指出一能以"某一"相称的东西或情形，而同时又有一固定的范圍，所以"x, y, z, ……"等指个体范圍之內的任何一个，而"φ, Ψ, χ, ……"等指性质范圍之內的任何一性质。

"x, y, z, ……"等所表示的个体，可以是，而不必是我們經驗方面的"具体的东西"。个体两个字仅有相对的意义，它們所代表的不是性质，不是命題，不是函量；可是在一公式內是个体者在另一公式內不必是个体。此处所要求的个体不过是在一范圍之內或不是那一范圍之內的性质或命題或函量而已。

"φ, Ψ, χ, ……"等为"謂詞"，它們所代表的是性质。照此处的用法，性与质不同；性为质，而质不必为性；性属于一个体，所以称之为屬性；质可以兼存于多数个体之間。茲以性质二字总其和。代表性质之詞称之为"謂詞"。謂詞在此处与第一部所談的宾詞不同；在那里的宾詞可以說是完全代表屬性，此处的謂詞也代表关系。"φ, Ψ, χ, ……"等均为謂詞，均代表性质，不过沒有指出某一性质而已。

"φx"为命題函量，而非命題。"x"既未指出某一个体，"φ"也沒有指出某一性质，"φx"无所謂眞假，所以不是命題。它也是任指詞，它虽未指出某一命題，而代表具某种形式的命題。假設"φ"所指者为"是紅的"，則"x"的范圍受限制；假設"x"所指者为我們所称为"书"的个体，則"φ"受限制。这里有能有意思与不能有意思的

問題，本篇不提出討論。

我們可以用符号表示"ϕx"总是眞的。如果我們遵照P.M的办法用"(x)"表示"任何"或"所有"或"凡"x，則"(x)ϕx"表示"一切都是ϕ"，或"ϕx总是眞的"。如果我們用"$\exists$x"表示"有x"或"至少有一x"，則"($\exists$x)ϕx"表示"有x是ϕ"，或"至少有一x是ϕ"。在P.M.，(x)ϕx与($\exists\chi$)ϕx均視为命題，这或者是对于"ϕ, Ψ, χ, ……"之所指，P.M.根本沒有兴趣。无論如何，假設我們写出这样一句話来，"(x)x是紅的"；这句話是一命題，因为这等于說"一切都是紅的"，而这里的x已經不是貨眞价实的任指詞，而是P.M.书中的Apparent variable，本书称之为表面任指詞。

P.M.中一部分的推論是(x)ϕx，($\exists$x)ϕx，这样命題的推論，而这样命題的推論中也有(x)ϕx$\supset\Psi$x这样的命題。这一部分就是本段的具一表面任指詞的推論，它也有几个基本命題，可是在本书我們可以不必提出。本段仅抄出几个命題。証明的方式与I节的一样。我們在此处所注意的既仅是命題，而不是它們排列的系統化，我們不必抄写旧証明，也不必发現新証明。各命題的号数均为原书中的号数。

2. 本段所选的几个命題

10·25, $\vdash:(x)\cdot\phi x\cdot\supset\cdot(\exists x)\cdot\phi x$

(这命題看起来似乎就是傳統演繹法里的由A到I的推論，其实有問題。傳統邏輯中的A，E，I，O，不是(x)ϕx，($\exists$x)ϕx，这样的命題，但蘊涵关系相似。)

10·251, $\vdash:(x)\cdot\sim\phi x\cdot\supset\cdot\sim\{(x)\cdot\phi x\}$

(此与10·25有同样的情形，它很像由E之眞推到A之假。)

10·252, $\vdash:\sim\{(Ex)\cdot\phi x\}\cdot\equiv\cdot(x)\cdot\sim\phi x$

10·253, $\vdash:\sim\{(x)\cdot\phi x\}\cdot\equiv\cdot(\exists x)\cdot\sim\phi x$

（10·252 好像是說 I 命題的假等于 E 命題的眞，10·253 好像是說 A 命題的假等于 O 命題的眞。可是，我們还是要記在心里 $(x)\phi x$, $(\exists x)\phi x$，等等不是傳統邏輯中的 A, I, 等等命題。）

10·26, $\vdash :. (x) \cdot \phi z \supset \Psi z : \phi \chi : \supset \cdot \Psi x$

（此即普通三段論之一种。設"ϕz"代表"z 是人"，"Ψz"代表"z 是会死的"，"x"代表任何一个体；則此命題說"如果任何一个体 z 是人蘊涵 z 是会死的，而 x 这一个体是人，則 x 是会死的"。普通常引用的"所有的人都是会死的，孔子是人，孔子是会死的"是这样的三段論，其推論的根据就是这个命題。可是这命題与10·3 那一命題不同。严格地說，只有那一命題才是AAA，这一命題不是，因为如果 $(z) \cdot \phi z \supset \Psi z$ 是"A"命題，則 ϕx 不是"A"命題，而 Ψx 的結果也不是"A"命題。同时我們也可以注意：傳統演繹法既把三命題分开来，使人注重到它們在事实方面个别的眞假問題；P. M. 系統沒有說 $(z) \cdot \phi z \supset \Psi z$ 是眞的，也沒有說 ϕx 是眞的，也沒有說 Ψx 是眞的；P. M. 只說 10·26 这一整个的命題是眞的。）

10·27 $\vdash :. (z) \cdot \phi z \supset \Psi z \cdot \supset : (z) \cdot \phi z \cdot \supset \cdot (z) \cdot \Psi z$

10·28 $\vdash :. (x) \cdot \phi x \supset \Psi \chi \cdot \supset : (\exists x) \cdot \phi x \cdot \supset \cdot (\exists x) \cdot \Psi x$

（此两命題是一对，10·27 說如果凡 ϕ 是 Ψ，那么，如果一切是 ϕ，則一切是 Ψ。10·28 說如果所有的 ϕ 都是 Ψ，則有 ϕ 即有 Ψ。）

10·29 $\vdash :. (x) \cdot \phi x \supset \Psi x : (x) \cdot \phi x \supset \chi x : \equiv : (x) :$

$\phi x \cdot \supset \cdot \Psi x \cdot \chi x$

（这就是說：說凡 ϕ 是 Ψ，凡 ϕ 是 x，等于說凡 ϕ 既是 Ψ 又是 χ。）

10·3 $\vdash :. (x) \cdot \phi x \supset \Psi x : (x) \cdot \Psi x \supset \chi x : \supset \cdot (x) \cdot \phi x \supset \chi x$

（此命題实即傳統演繹法里的"AAA"，不过三个命題的

位置稍有不同而已。傳統的"AAA"的排列为大前提，小前提，而后結論；若照那样排法，此命題中的第二命題应該摆在最前面。可是，我們要知道，这命題前件中的两命題，那一在前那一在后，在本系統沒有关系。

在原书中，此命題的証明利用 I 节中已証明的三段論的原則。

这沒有什么毛病，因为 I 节的命題是未解析的命題，所以是另外一套。茲以下例表示。

2·39 那一命題如下，"$\vdash : p \supset q \cdot q \supset r \cdot \supset \cdot p \supset r$"

設以"p"代表"孔子是中国人"

"q"代表"孔子是人"

"r"代表"孔子是会死的"

那么，2.39 說："如果孔子是中国人蘊涵孔子是人，而孔子是人又蘊涵孔子是会死的；則孔子是中国人蘊涵孔子是会死的"。我們若不用以上三命題，用另外意义无关的三命題，只要它們有以上眞值蘊涵的关系，2·39 那一命題仍为三段論原則。可是它沒有表示："如果凡中国人是人，凡人是会死的；則凡中国人是会死的"。这个，在本系統中，到 10·3 这一命題才表示出来，而这个推論才是眞正的"AAA"。）

10·301, $\vdash :. (x) \cdot \phi x \equiv \Psi x : (x) \cdot \Psi x \equiv \chi x : \supset \cdot (x) \cdot \phi x \equiv \chi x$

10·32, $\vdash : (x) \cdot \phi x \equiv \Psi x \cdot \equiv \cdot (x) \cdot \Psi x \equiv \phi x$

（此两命題中头一个表示相等有傳递质，第二个表示相等有对称质。）

10·412, $\vdash : (x) \cdot \phi x \equiv \Psi x \cdot \equiv \cdot (x) \cdot \sim \phi x \equiv \sim \Psi x$

（此命題与傳統的直接推論的換质法相似，可是傳統演繹法中的"A"命題不是"$(x) \cdot \phi x \equiv \Psi x$"这样的命題。这样的命

题，用普通語言表示，可以說是“所有的 ϕ 是所有的 Ψ”，或“无論那一件东西說它是 ϕ 等于說它是 Ψ”，或“凡 ϕ 是 Ψ，凡 Ψ 是 ϕ”。

10·412 說：“說所有的 ϕ 是所有的 Ψ，等于說所有的非 ϕ 是所有的非 Ψ”，或“說凡 ϕ 是 Ψ，凡 Ψ 是 ϕ，等于說凡非 ϕ 是非 Ψ，凡非 Ψ 是非 ϕ”。）

10·42, $\vdash :. (\exists x) \cdot \phi x \cdot \vee \cdot (\exists x) \cdot \Psi x : \equiv \cdot (\exists x) \cdot \phi x \vee \Psi x$

（这命題說：“說有 ϕ 或有 Ψ 等于說有 ϕ 或 Ψ”。）

10·5 $\vdash :. (\exists x) \cdot \phi x \cdot \Psi x \cdot \supset : (\exists x) \cdot \phi x : (\exists x) \cdot \Psi x$

（此命題与10·42那一命題表示“或”与“与”的分别。那一命題的等号不仅表示前一部分蘊涵后一部分，而且后一部分蘊涵前一部分。10·5則不然，它說：“如果有 x 是 ϕ 与 Ψ（此一部分暫視为傳統邏輯的“I”命題，“有 ϕ 是 Ψ”），則有 x 是 ϕ 而且有 x 是 Ψ”。举例来說，“如果有 x 是四方桌子，則有 x 是四方的，而且有 x 是桌子”；但反过来可不成，如果有 x 是中国人，而且有 x 是外国人，我們不能跟着就說有 x 是中国外国人（既中国且外国的人）。在“或”一方面，前部与后部相等；在“与”一方面，前件与后件不相等。可是，我們要知道在普通言語中，有些用“或”的話也是不能反过来的，例如“杀人者一定是張三或李四”不等于“杀人者一定是張三或杀人者一定是李四”。）

10·51, $\vdash :. \sim \{(\exists x) \cdot \phi x \cdot \Psi x\} \cdot \equiv : (x) \cdot \phi x \cdot \supset \cdot \sim \Psi x$

（此命題可以視为对待关系中由“I”假而得“E”眞，由“E”眞而得“I”假的推論；“有 ϕ 是 Ψ 是假的等于无 ϕ 是 Ψ 是眞的”。此命題也可以視为由“E”到“A”的换质：“无 ϕ 是 Ψ 等于凡 ϕ 是非 Ψ”。）

10·53, $\vdash : \sim (\exists x) \cdot \phi x \cdot \supset : (x) \cdot \phi x \supset \Psi x$

（这命题表示第三部的討論是相干的討論，因为这命題差不多明明白白地說$(x)\cdot\phi x\supset\Psi x$不是$A_c$，也不是$A_h$，而是$A_n$。它的前件說沒有是“$\phi$”的x，或“$\phi$”不存在；既然如此，則設$(x)\cdot\phi x\supset\Psi x$为$A_c$，后件为假命題，設$(x)\cdot\phi x\supset\Psi x$为$A_h$，后件无意思。此命題既說如果无$\phi$，則凡$\phi$是$\Psi$是眞的，則所謂“凡$\phi$是$\Psi$”者只能是$A_n$。而不能是$A_c$或$A_h$。）

10·56 $\vdash:.(x)\cdot\phi x\supset\Psi x:(\exists x)\cdot\phi x\cdot\chi x:\supset\cdot(\exists x)\cdot\Psi x\cdot\chi x$

（此命題可以視为Disamis，第三格三段論之一式：

有ϕ是χ

凡ϕ是Ψ

所以有Ψ是χ

不同之处就是：$(x)\cdot\phi x\supset\Psi x$不是傳統的“A”命題，$(\exists x)\cdot\phi x\cdot\chi x$也不是傳統的“I”命題，它們的位置也不是傳統三段論大小前提的位置。）

B. 具两表面任指詞的命題的推演。

1. 解釋弁言。

在原书中，本段有好几个定义，有一个基本命題。我們在此处仍用A段的办法，抄写几个命題。本书所选的命題不一定就是原书中所认为重要的命題。这情形不限于本段，本节各段均有。

表面任指詞的数目可以很多，但在具多数表面任指詞的命題中，仅举具两个表面任指詞的命題以为例，已經够了。

这里的“ϕ,Ψ,χ……”等仍为謂詞，但个体詞的数目增加，謂詞所指的情形与以前的不一样，而謂詞的解釋也受影响。最容易使人想到的就是关系，可是$\phi(x,y)$在此处仍为命題函量，关系詞尙未出现。

2. 本段所选擇的几个命題。

11·22, $\vdash : (\exists x,y) \cdot \phi(x,y) \cdot \equiv \cdot \sim \{ (x,y) \cdot \sim\phi(x,y) \}$

（此命題与A段的10·252，10·253那样的命題相似。本段的命題在普通的語言方面都有表示的困难。若必欲以普通語言表示，我們似乎可以說："說有是ϕ的x，y是眞的(x，y不必代表两个个体）等于說无是ϕ的x，y是假的"。x，y虽不必代表两个个体，而可以代表两个个体。在普通語言方面，对于一个体x，說x"是"什么，似乎不发生問題；对于两个个体x，y，說它們"是"什么，就有問題；至少在中文方面，有时用"是"，有时不用。）

11·25 $\vdash : \sim \{ (\exists x,y) \cdot \phi(x,y) \} \cdot \equiv \cdot (x,y) \cdot \sim\phi(x,y)$

（这就是上面那个命題，把它反过来說而已。）

11·26, $\vdash :. (Ex) : (y) \cdot \phi(x,y) \cdot \supset : (y) : (\exists x) \cdot \phi(x,y)$

（这是很重要的命題。我們可以举例如下：如果有x是任何y的上帝，則任何y有x是他的上帝；可是反过来不成，如果任何y有x是他的上帝，不見得有x是任何y的上帝；因为不仅所有的y可以有他們的共同的上帝，而且任何的y可以有他的个别的上帝。說这命題重要，不是說它包藏特别的大道理，是因为有好些人的反感以为它的后件眞，前件亦眞；沒有这命題的明白表示，这反感或者不容易取消。）

11·32, $\vdash :. (x,y) : \phi(x,y) \cdot \supset \cdot \Psi(x,y) : \supset : (x,y) \cdot$
$\phi(x,y) \cdot \supset \cdot (x,y) \cdot \Psi(x,y)$

11·33, $\vdash :. (x,y) : \phi(x,y) \cdot \equiv \cdot \Psi(x,y) : \supset : (x,y) \cdot$
$\phi(x,y) \cdot \equiv \cdot (x,y) \cdot \Psi(x,y)$

（这两个命題与10·27相似，不过前一命題表示蘊涵，后一命題表示相等而已。11·32說："如果凡是ϕ的x，y都是Ψ的x，y，那么，如果一切x，y是ϕ，則一切x，y是Ψ。"11·33說："如果凡x，y說它們是ϕ等于說它們是Ψ，那么，如果說凡x,y

是 ϕ 等于説凡x, y 是 Ψ。")

11·34, $\vdash :. (x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y) : \supset : (\exists x, y) \cdot \phi(x, y) \cdot \supset \cdot (\exists x, y) \cdot \Psi(x, y)$

11·341, $\vdash :. (x, y) : \phi(x, y) \cdot \equiv \cdot \Psi(x, y) : \supset : (\exists x, y) \cdot \phi(x, y) \equiv \cdot (\exists x, y) \cdot \Psi(x, y)$

(这与以上两命題差不多,不过后件不是具 (x, y)这种表面任指詞之命題, 而是具 (∃x, y) 这种表面任指詞的命題而已。这两种表面任指詞的解釋与A段一样)

11·37, $\vdash :: (x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y) :. (x, y) : \Psi(x, y) \cdot \supset \cdot \chi(x, y) :. \supset : (x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \chi(x, y)$

(这命題与10·3一样,也是三段論原則, 不过它是两个表面任指詞的三段論而已。以关系为例或者容易清楚一点:"如果对于任何的 x, y, x 是 y 的哥哥, 則 x 与 y 有共同的父母;对于任何x, y, x 与 y 有共同的父母, 則 x 与 y 有共同的祖宗;那么, 对于任何 x, y, 如果 x 是 y 的哥哥, 則 x 与 y 有共同的祖宗。")

11·371, $\vdash :: (x, y) : \phi(x, y) \cdot \equiv \cdot \Psi(x, y) :. (x, y) : \Psi(x, y) \cdot \equiv \cdot \chi(x, y) :. \supset :. (x, y) : \phi(x, y) \cdot \equiv \cdot \chi(x, y)$

(以上命題可以説表示蘊涵有傳递质, 这个命題表示相等有傳递质。同时它也是三段論原則之一。)

11·41, $\vdash :. (\exists x, y) \cdot \phi(x, y) : \vee : (\exists x, y) \cdot \Psi(x, y) : \equiv : (\exists x, y) : \phi(x, y) \cdot \vee \cdot \Psi(x, y)$

(这命題与10·42那一命題一样。这可見它所表示的道理不限于表面任指詞的数目的多少。"説有是 ϕ 的 x y 或有是 Ψ 的 x y 等于説有是 ϕ 或是 Ψ 的 x, y。"还是以关系为例容易清楚一点, 我們可以説如果有比 y 长的 x, 或者有比 y 大的 x, 則有比 y 长或比 y 大的 x; 反过来我們也可以説如果有比

y 长或比 y 大的 x，则有比 y 长的 x，或者有比 y 大的 x。由前到后由后到前既均可以說得通，則照定义，前后相等。）

11·42， $\vdash:.(\exists x,y)\cdot\phi(x,y)\cdot\Psi(x,y)\cdot\supset:(\exists x,y)\cdot\phi(x,y):(\exists x,y)\cdot\Psi(x,y)$

（此命題与 10·5 那一命題相似。它与 11·41 的分别也就是 10·42 与 10·5 的分别。即以上面的例也可以証实此命題。"如果有既比 y 长又比 y 大的 x，則有比 y 长的 x，也有比 y大的 x。"反过来可不成了。如果有比 y 长的 x，也有比 y 大的 x，不見得有既比 y 长又比 y 大的 x，因比 y 长者不必比 y 大，比 y 大者不必比 y 长。）

11·421， $\vdash:.(x,y)\cdot\phi(x,y)\cdot\vee\cdot(x,y)\cdot\Psi(x,y):\supset:(x,y):\phi(x,y)\cdot\vee\cdot\Psi(x,y)$

（此命題与 11·41 差不多，分别仅在(x, y) 与 (∃x, y) 而已。）

11·5 $\vdash:.(\exists x):\sim\{(y)\cdot\phi(x,y)\cdot\}:\equiv:\sim\{(x,y)\cdot\phi(x,y)\}:\equiv:(\exists x,y)\cdot\sim\phi(x,y)$

（此命題分三部分：头一部分說"有 x，对于它'无論任何 y, φ(x, y)'是假的"，第二部分說"'无論任何 x, y, φ (x, y)'是假的"，第三部分說"有不是 φ 的 x, y"。本命題說"說第一部分等于說第二部分等于說第三部分"。举例頗不容易。設第一部分为"有整数 x，对于其它任何整数 y，x 大于 y 是假的"，这等于說"任何一整数大于另一整数是假的"，而这又等于說"有不大于 y 整数的 x 整数"。）

11·51， $\vdash:.(\exists x):(y)\cdot\phi(x\cdot y):\equiv:\sim\{(x):(\exists y)\cdot\sim\phi(x,y)\}$

（这命題的形式与 10·252 差不多，但复杂多了。我們可以說，說有 x 无論任何 y，x 小于 y，等于說无論任何 x，有 y，x不

小于 y 是假的。)

11·52, $\vdash :. (\exists x, y) \cdot \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y) \cdot \equiv \cdot \sim \{(x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \sim \Psi(x, y)\}$

(此命題与"I"眞等于"E"假差不多，但复杂多了。說有 ϕ 是 Ψ 的 x, y, 等于說无 ϕ 是 Ψ 的 x, y是假的。設 $\phi(x, y)$ 代表 x 与 y 同姓, $\Psi(x, y)$ 代表 x 与 y 結婚，这命題說：說有同姓結婚者等于說同姓不婚是假的。)

11·521, $\vdash :. \sim\{(\exists x, y) \cdot \phi(x, y) \cdot \sim \Psi(x, y)\} \cdot \equiv : (x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y)$

(11·52 那一命題与"I"眞等于"E" 假差不多，11·521 这一命題与"O"假等于"A"眞差不多。)

11·54 $\vdash :. (\exists x, y) \cdot \phi x \cdot \Psi y \cdot \equiv \cdot (\exists x) \cdot \phi x : (\exists y) \cdot \Psi y$

(这命題在語言方面前后两部分的分別很少。"它說有 ϕx 与 Ψy 等于說有 ϕx 与有 Ψy"。 此命題与 11·42 及 10·5 的不同处就是 x 与 y 无論代表一个体或不同的个体，它們总是两个个体詞；此命題把 ϕ, Ψ 两謂詞分別地引用于两个体詞，无論事实上分与合，前后两部分的眞假值相等。举例言之，盼望能淸楚一点。先就分言，設 x, y 代表两个体，例如有椅子与笔，則有椅子与有笔；而有椅子与有笔，則有椅子与笔，照定义，前后两部分相等。再就合言，請注意在此处我們先假設 x, y 代表一个体，在所談的是一个个体的假設之下 10·5 那一命題的前后两部也相等；例如有紅臉与穿綠袍的"关云长"，則有紅臉的"关云长"，有穿綠袍的"关云长"；而有紅臉的"关云长"，有穿綠袍的"关云长"，則有紅臉与穿綠袍的"关云长"。此处利用"关云长"以为个体者，不过是要表示所談的是一个个体而已。在 10·5 的后一部分，$(\exists x) \cdot \phi x : (\exists x) \cdot \Psi x$，我們无法知道是 ϕ 的 x 是否即为是 Ψ 的 x；如果是一个体，則那一

命題的前后两部分的眞假値相等，如果不是，則它們不相等。在本命題的前后部分，x与y事实上虽可以代表一个体，而在形式上它們本来是分开来的；无論是一个体也好，两个体也好，前后两部分的眞假値总是相等。）

11·63　$\vdash :. \sim(\exists x, y) \cdot \phi(x, y) \cdot \supset :(x, y): \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y)$

（此命題与10·53相似。如果把$(x, y) : \phi(x, y) \cdot \supset \cdot \Psi(x, y)$視为“A”命題那样的命題，則它不是$A_c$，不是$A_h$，而是$A_n$。）

C. 具相同的思想的命題的推演。

1. 解釋弁言。

P.M. 中这一部分的命題在本书中有解釋方面的困难。相同的定义在原书中利用 Predicative function 与 Axiom of Reducibility 两思想。本书因为种种理由，这两个思想根本沒有介紹。所以原来的定义，本书不能直抄。同时用另外方法解釋此定义，又为作者才力之所不能及。

这里的同，本书説是“相同”，因为它是否即为我們在知識論方面所能承认为同一律之“同”頗有問題。为便利起見，我們分“同”为以下四种：

甲、ϕ与ϕ同

乙、ϕ与Ψ同

丙、x与x同

丁、x与y同

以上四种，甲乙为一类，丙丁为一类。甲乙是謂詞方面的同，概念方面的同，关系方面的同，共相方面的同；丙丁的x，y虽不必是我們經驗中的具体的东西，而可以是具体的东西，所以丙丁的同可以説是个体的具体的东西方面的同。

有些人的主張是把同一律的同限制到甲乙类，因为甲乙类的

同不发生变的問題，而丙丁类的同免不了变的問題。本书的作者，不仅主張把同一律之同限制到头一类，而且主張把同一律之同限制到甲种；如此則同一之同是完全的，絕对的，而事物的变化无論如何的快，决不至于影响到这样的同，因为这样一来，同一律对于具体的东西，沒有肯定的积极的主張。照此看法，表示同一律的命題在P. M. 中可以是“$\vdash \cdot p \supset p$”那一命題，或“$\vdash \cdot p \equiv p$”那一命題，而不是x, y, z……出現之后的“$\vdash \cdot x = x$”那一命題。

但P. M. 那本书的主張不是这样。它的同是丙丁类的同，是x,y,z,……出現之后才有的同，而表示同一律的那一命題在原书中是“$\vdash \cdot x = x$”那一命題。这样的同，照本书的作者看来，只是相同。x, y, z, ……等虽不必代表我們經驗中的具体的东西，而可以代表那样的东西；如果代表那样的东西，則“$\vdash \cdot x = x$”免不了变迁的問題，除非把这命題的效力限制到时点上去。

无論如何，本段所談的同是原书中的同，不是本书作者所要求于同一律之同。

2. 本段所选擇的几个命題。

13·101, $\vdash : x = y \cdot \supset \cdot \Psi x \supset \Psi y$

（这就是說：如果x与y相同，那么，如果x是Ψ，則y也是Ψ（或y有x所有的性质）。根据以上的討論“性质”二字，照A段的解釋，就发生問題。）

13·12, $\vdash : x = y \cdot \supset \cdot \Psi x \equiv \Psi y$

（这命題比以上的更进一层。如果x与y相同，則說x是Ψ等于說y是Ψ。x与y間的等号“$=$”是个体的同，Ψx与Ψy間的“$\equiv$”是命題的眞假值的相同。）

13·13, $\vdash : \Psi x \cdot x = y \cdot \supset \cdot \Psi y$

（这就是說：如果Ψx是眞的，而x与y同，則Ψy也是眞的。这里的証明是很容易的，讀者可以試試。）

13·14, $\vdash : \Psi x \cdot \sim \Psi y \cdot \supset \cdot x \neq y$

（如果 Ψx 是眞的，而 Ψy 是假的，則 x 与 y 不同。这命題的証明也是很容易的。13·101，13·13，13·14，这三命題可以視为一套。）

13·15, $\vdash : x = x$

（此即原书中的同一律。）

13·16, $\vdash : x = y \cdot \equiv \cdot y = x$

（說 x 与 y 同等于說 y 与 x 同。）

13·17, $\vdash : x = y \cdot y = z \cdot \supset \cdot x = z$

（这个命題說：如果 x 与 y 同，y 与 z 同，則 x 与 z 同。这里的三个命題也成一組。头一命題表示相同有自反質，第二命題表示相同有对称質，第三命題表示相同有傳遞質。）

13·171, $\vdash : x = y \cdot x = z \cdot \supset \cdot y = z$

13·172, $\vdash : y = x \cdot z = x \cdot \supset \cdot y = z$

（这两个命題表示凡与一物相同者彼此亦相同。这两命題与 13·17 那一命題实在表示一样的情形。）

13·18, $\vdash : x = y \cdot x \neq z \cdot \supset \cdot y \neq z$

13·181, $\vdash : x = y \cdot y \neq z \cdot \supset \cdot x \neq z$

（这两个命題表示凡与一物不相同者与与其相同者彼此亦不相同。）

13·182, $\vdash :. x = y \cdot \supset : (z) : z = x \cdot \equiv \cdot z = y$

13·183, $\vdash :. x = y \cdot \equiv : (z) : z = x \cdot \equiv \cdot z = y$

（这里头一个命題說：如果 x 与 y 相同，則說任何 z 与 x 相同等于說 z 与 y 相同。第二命題更进一步說：說 x 与 y 相同等于說，任何 z，說它与 x 相同等于說它与 y 相同。）

13·191, $\vdash :. (y) : y = x \cdot \supset \cdot \phi y : \equiv \cdot \phi x$

（这命題說：如果任何 y 与 x 相同，則 ϕy 是眞的等于說

ϕx 是眞的。这是显而易見的理。說任何与 x 相同的东西是圓的等于說 x 是圓的，其它形形色色同样。）

13·192, $\vdash :: (\exists c) :. (x) : x=b \cdot \equiv \cdot x=c : \Psi c :. \equiv \cdot \Psi b$

（这命題在下段有用。它說：有 c（c 指某一个体，b 亦然）說任何个体与 b 相同等于說它与 c 相同，而 Ψc 是眞的，这一句整个的話等于說 Ψb 是眞的。）

13·195, $\vdash : (\exists y) \cdot y=x \cdot \phi y \cdot \equiv \cdot \phi x$

（这命題与 13·191 成一对。根据那一命題的例，我們可以說有与 x 相同的东西而它是圓的，等于說 x 是圓的。其它性质同样。）

13·22, $\vdash : (\exists z, w) \cdot z=x \cdot w=y \cdot \phi(z, w) \cdot \equiv \cdot \phi(x, y)$

（这个命題就是引用于两个表面任指詞的 13·195。）

D. 具叙述詞的命題的推演。

1. 解釋介言。

P. M. 的作者对于"美国皇帝是胖子"这样的話，很費了一番解析的工夫。这样的話一方面有存在的問題，另一方面又有所謂叙述詞的問題。所謂叙述詞者在原书中为 Description。"叙述詞"这一名詞很不好，可是如果我們改用"形容詞"或"摹状詞"結果恐怕更坏。

在此处我們稍微談談存在方面的困难。"龙不存在"这样一命題有什么困难呢？如果龙存在，那么就有那样存在的东西，我們不能先假設这样存在的东西，而又否认它的存在。如果龙不存在，我們的困难更大，我們不能提出一不存在的东西，叫它做龙，說它不存在。这样看来，龙存在，有困难；龙不存在，也有困难。照 P. M. 的作者的解析，龙根本不是邏輯上的主詞，仅是文法上的主詞；不是命題的主詞，而是一句話的主詞。照他們的解析，"龙不存在"等于"'有 x，而 x 是龙'是假的"。这样一来，主詞的龙已經消灭。

以上存在的問題，发生于叙述詞。P. M. 曾举“Author of Waverley”以为叙述詞的例。从这个例看来，原书中的“Description”不便称之为摹状詞，或形容詞。我們可以用“孔子是春秋的作者”为例。这命題中的“春秋的作者”就是所謂叙述詞。在英文里这种詞都有“The”字在前面，很容易識別，在中文里似乎不容易；即以以上“龙不存在”那一命題中的“龙”字而論，它可以解釋成叙述詞，而不必作如是的解釋。但“春秋的作者”是P.M.书中所討論的叙述詞，它就是“(ix)(x作春秋)”。“孔子是春秋的作者”这一命題表示孔子与春秋的作者是一个人。但如果“春秋的作者”是某甲的名字，則此命題成为“孔子是某甲”；如果某甲不是孔子，則此命題是假的；如果某甲是孔子，則此命題成为“孔子是孔子”，而此决非原来命題的意义。“春秋的作者”这样的叙述詞，P.M.称之为不完整的符号，其所以认为不完整的符号的道理，因为它們似乎沒有独立的意义。它們虽沒有独立的意义，而具叙述詞的命題仍有眞假。单就“春秋的作者”而言，我們或不至于发生此处所提出的問題，但如果所討論者为“法国的国王姓赵”，“美国的皇帝是胖子”，“帝尧是冬夏的作者”……等等，則此处所提出的問題就会发生。

叙述詞旣无独立的意义，而只有具叙述詞的命題的意义，我們所要解釋的当然是后者，仍以“孔子是春秋的作者”为例，我們所要解釋的不是“春秋的作者”这样的叙述詞，而是“孔子是春秋的作者”这样的命題。解析起来，这一命題所肯定的有以下三命題：

a，有一个x作春秋

b，只有一个x作春秋

c，作春秋的x是c，而c是孔子

如果三个命題之中有一为假，則“孔子是春秋的作者”为假。如第一命題为假，則根本就沒有春秋的作者；如第二命題为假，即有春

秋的作者，而作者不只一人；如第三个命题为假，則春秋的作者即有其人；而且即只有一人，那个人也不是孔子。茲以"ϕ"代表作春秋，"f"代表是孔子，"孔子是春秋的作者"可以有以下的表示：

$$(\exists c):.(x):\phi x\cdot\equiv\cdot x=c:fc$$

在此表示中，叙述詞已經消灭。"孔子是春秋的作者"看起来是簡单的命题，其实不是。

P. M. 以(ix)(ϕx)代表叙述詞，那就是說，滿足ϕ的x。这种叙述詞有时叙述存在的个体，有时叙述不存在的个体。前者的問題以上的討論已經很够，后者的問題尙有应該补充的地方。例如"英国的国王不是胖子"，假設这一命題是假的，其根据是英国的国王事实上不滿足"胖子"的定义，而不是沒有英国的国王。但是，如果我們的命題是"美国的皇帝不是胖子"，則这一命題的假有不清楚的地方。我們可以把它解釋成"有美国的皇帝，而他不是胖子"；但我們也可以把它解釋成"有美国的皇帝，而他是胖子"是假的。"美国皇帝不是胖子"照第一解釋是假命题，因为根本就沒有美国的皇帝；照第二解釋是眞命題，因为美国皇帝是胖子是一假命題。这两种不同的解釋要有符号方面的分别才行。P. M. 有以下不同的表示，其不同之处根据于叙述詞力量所及的范圍，而这个范圍以叙述詞右旁的点的多少以表示之。例如以下甲乙两公式：

甲，$[(ix)\phi x]\cdot\Psi(ix)(\phi x)\cdot\supset\cdot p$

$$(\exists c):(x)\cdot\phi x\cdot\equiv\cdot x=c:\Psi c:\supset\cdot p$$

乙，$[(ix)\phi x]:\Psi(ix)\phi x\cdot\supset\cdot p$

$$(\exists c):.(x)\cdot\phi x\cdot\equiv\cdot x=c:\Psi c\cdot\supset\cdot p$$

在甲公式中，(ix)(ϕx)的力量仅及于Ψ(ix)(ϕx)而已，不达到p；如果(ix)(ϕx)叙述一不存在的东西，則"$\supset$"之前的命題既是假的，照以前已經証明"$\supset$"所有的涵义看来，整个的命題是眞的。在乙公式中，(ix)(ϕx)的力量及于整个的命題，如果(ix)(ϕx)叙述一不存

在东西，则此整个的命题是假的。这里甲乙两式的分别完全在叙述詞右旁的点的多少。举例或者能使我們清楚一点。設(ix)(φx)叙述美国的皇帝，Ψ代表是胖子，p代表“我不是人”甲說“如果有美国的皇帝而他是胖子，則我不是人”；乙說“有美国的皇帝，如果他是胖子，則我不是人”。前一命題是我們日常生活中打賭的时候常說的話，它不过表示前件为假而已；所以如果前件是假的，則整个的命題是眞的。后一命題中，美国皇帝的存在不是假設，所以如果沒有美国的皇帝，則整个的命題是假的。

上面所說的“美国皇帝不是胖子”那一句話的两个解釋有同样的問題，不过在此处与其从叙述詞的力量的范圍方面着想，不如从“不”的力量的范圍方面着想。第一解釋“有美国的皇帝，而他不是胖子”可以有以下的表示：

丙，$(ix)(\phi x)\cdot\sim\Psi(ix)(\phi x)$；

第二解釋“‘有美国的皇帝，而他是胖子’是假的”可以有以下的表示：

丁，$\sim\{(ix)(\phi x)\cdot\Psi(ix)(\phi x)\}$。

在丙式中“不”的力量仅及于美国皇帝的“胖”而无关于美国皇帝的存在；所以只要美国皇帝不存在，这一命題就是假的。在丁式中“不”的力量及于美国皇帝是胖子这一整个命題；所以只要美国的皇帝不存在，这一命題就是眞的。

2. 本段所选擇的几个命題。

14·1， $\vdash::[(ix)(\phi x)]\cdot\Psi(ix)(\phi x)\cdot\equiv:.(\exists b):.(x):\phi x\cdot\equiv\cdot x=b:\Psi b$

（这就是利用具叙述詞的命題的定义說它与某样不具叙述詞的命題眞假值相等。前一部的写法可以从簡仅写 $\Psi(ix)(\phi x)$。）

14·112， $\vdash:.f\{(ix)(\phi x)\cdot(ix)(\Psi x)\}\cdot\equiv:.(\exists b,c):.(x)$

$: \phi x \cdot \equiv \cdot x=b : (x) : \Psi x \cdot \equiv \cdot x=c : f(b,c)$

（这不过是具两个叙述詞的命題，其它情形与以上一样）

14·12, $\vdash :\cdot E! \ (ix)(\phi x) \cdot \supset :. (x,y) : \phi x \cdot \phi y \cdot \supset \cdot x=y$

（这里表示如果满足 ϕ 的 x 存在，則凡满足 ϕ 的 x, y 都相同。这里的叙述詞是唯一的叙述詞。）

14·13, $\vdash : a=(ix)(\phi x) \cdot \equiv \cdot (ix)(\phi x)=a$

（上段 13·16 那一命題說：$x=y \cdot \equiv \cdot y=x$，本命題不是由那一命題直接推論出来的，因为“$a=(ix)(\phi x)$”不是“$a=y$”的值，因为叙述詞无独立的意义。）

14·131, $\vdash : (ix)(\phi x)=(ix)(\Psi x) \cdot \equiv \cdot (ix)(\Psi x)=(ix)(\phi x)$

（以上的注解在此处亦同样引用。）

14·14, $\vdash : a=b \cdot b=(ix)(\phi x) \cdot \supset \cdot a=(ix)(\phi x)$

14·142, $\vdash : a=(ix)(\phi x) \cdot (ix)(\phi x)=(ix)(\Psi x) \cdot \supset \cdot a=(ix)(\Psi x)$

（这段里的 a, b, c, ……等都指具体的个体而言。这两个命題所表示的情形一样，不过方法不同而已。如果某甲是伯夷列傳的作者，而伯夷列傳的作者是貨殖列傳的作者，則某甲是貨殖列傳的作者。前一命題不过少一叙述詞而已。）

14·144, $\vdash (ix)(\phi x)=(ix)(\Psi x) \cdot (ix)(\Psi x)=(ix)(\chi x) \cdot \supset \cdot (ix)(\phi x)=(ix)(\chi x)$

（这与 14·142 那一命題的分別不过是那一命題的“a”在这一命題中也以一叙述詞表示之。这三个命題表示叙述詞有傳递质。）

14·16, $\vdash :. (ix)(\phi x)=(ix)(\Psi x) \cdot \supset : \chi \{(ix)(\phi x)\} \cdot \equiv \cdot \chi \{(ix)(\Psi x)\}$

（举例来說：“如果伯夷列傳的作者就是貨殖列傳的作者，則說前者是汉朝人等于說后者是汉朝人”。这里的“等”是眞

假质的等。）

14·18，　$\vdash :. E!\ (\imath x)(\phi x) \cdot \supset : (x) \cdot \Psi x \cdot \supset \cdot \Psi(\imath x)(\phi x)$

（如果一叙述詞所叙述的东西存在，則如果所有的东西是 Ψ，这东西也是 Ψ。P.M. 的意見是以叙述詞的存在为它有无性质的条件；如果它不存在，則存在东西所有的最普遍的邏輯方面的情形，它也沒有；例如法国皇帝（現在的）既不胖也不不胖。这里的意見是否为治邏輯者所能贊成为另一問題。）

14·201，　$\vdash : E!\ (\imath x)(\phi x) \cdot \supset \cdot (\exists x) \cdot \phi x$

（这是一极显而易見的命題。如果有是 ϕ 的x，則有x是 ϕ。“是”字不妥当，举实例时常用不着它。）

14·202，　$\vdash :. (x) : \phi x \cdot \equiv \cdot x = b : \equiv : (\imath x)\ (\phi x) = b : \equiv$

$: (x) : \phi x \cdot \equiv \cdot b = x : \equiv : b = (\imath x)(\phi x)$

（說“任何东西是 ϕ 等于說它是b”，这一整个的命題等于說“是 ϕ 的 x 是 b ”……。）

14·204，　$\vdash : E!\ (\imath x)(\phi x) \cdot \equiv \cdot (\exists b) \cdot (\imath x)(\phi x) = b$

（这个也很易見，讀者自己可以給它以語言方面的解釋。）

14·205，　$\vdash : \Psi(\imath x)(\phi x) \cdot \equiv \cdot (\exists b) \cdot b = (\imath x)(\phi x) \cdot \Psi b$

（例举来說：說春秋的作者是圣人等于說有某甲，他是春秋的作者而他是圣人。）

14·21，　$\vdash : \Psi(\imath x)(\phi x) \cdot \supset \cdot E!\ (\imath x)(\phi x)$

（这命題表示叙述詞的存在至为重要。存在是具叙述詞的命題的必要条件。如果我們能說春秋的作者是圣人，則春秋的作者存在。）

14·22，　$\vdash : E!\ (\imath x)(\phi x) \cdot \equiv \cdot \phi(\imath x)(\phi x)$

（这命題也表示叙述詞的存在的重要。說春秋的作者存在等于說春秋的作者作春秋。“春秋的作者作春秋”，照 P.M. 看来，不是必然的命題，因为如果沒有春秋的作者，則这句話

是假的。)

14·28, $\vdash : E! \ (\imath x)(\phi x) \cdot \equiv \cdot (\imath x)(\phi x) = (\imath x)(\phi x)$

(14·13,与14·131,两命题可以說是表示叙述詞有对称质;14·14,14·142,与14·144,三命题均表示叙述詞有傳递质。本命題表示在叙述詞这一方面自反质与其他两质不同,叙述詞的自反质須存在为条件。“春秋的作者是春秋的作者”这一命題以“春秋的作者”的存在为条件,它不是必然命題;“美国的皇帝是美国的皇帝”是一假命題。)

E. 类詞与关系詞的出現。

1. 类詞的出現。

每一“$\phi\chi$”这样的命題函量有时有“x, y, z……”等个体滿足它的要求,而滿足一命題函量的个体就是那一命題函量所定的类。类是一命題函量的外延函量。如果两命題函量的眞假值相等——那就是說,如滿足这两命題函量的命題或者同眞或者同假——則这命題函量所定的类是一类。

关于类,一九零十年版的 P. M. 說,須有以下情形,才能尽类所要尽的职务。

(一)类的份子,其数目可以无量,可以等于一,可以等于零;設等于零,那一类就是空类。

(二)两眞假值相等的命題函量所定的类是一类。例如:“x 是无毛的两足动物”,与“x是人”,无論x所指的是什么;头一命題是眞的,后一命題也是眞的;头一命題是假的,后一命題也是假的;在这样情形之下,无毛的两足动物类就是人类。

(三)反过来,定一类的两个命題函量,其眞假值相等。这不过是表示一类的份子就只有那一类的份子,不屬于一类的个体不成一类。

(四)不仅个体有类,类亦有类。

（五）在任何情形之下，一类不能視为它自己份子之一。所謂不能視为它自己份子之一者，是說断定它为自己份子之一的那一命題是无意思的話。

以上（四）（五）两条各有它的特別情形，（四）条可以說是数学基础之一，（五）条可以說是避免矛盾的原則。关于这一点以后如有机会还要提及。

在 P. M. 类詞与叙述詞相似，它也是不完整的符号，这就是說它沒有独立的意义。P. M. 說我們不必假設类的存在。这部书的作者只承认具类詞的命題是有意义的命題，而类称在工具方面給我們以很大的便利。

在本书范圍之內，类詞的定义与摹状詞一样有很大的困难。所要下定义的不是类詞，而是具类詞的命題。具类詞的命題的定义也牽扯到 Axiom of reducibility 与 Predicative function，而这都是本书沒有提及的思想；所以对于定义，本书根本就不說什么。关于类的命題都是关于能滿足一命題函量的个体的命題。設以“$\hat{z}(\phi z)$”代表所有滿足 ϕx 命題的个体，則关于类的命題或具类詞的命題都是“$f\{\hat{z}(\phi z)\}$”式的命題。P. M. 給“$f\{\hat{z}(\phi z)\}$”下定义，而“$f\{\hat{z}(\phi z)\}$”是一具类詞的命題函量。

滿足一命題函量的个体就是一类，$\hat{z}(\phi z)$ 就是滿足 ϕx 的类。以后除少数命題外，在大多数命題中，我們用 A, B, C, D, 等替代 $\hat{z}(\phi z)$ 符号。

2. 关系詞的出現。

在本节的 A 段，我們已經表示，ϕ, Ψ, χ, ……等謂詞任指詞表示性质。性为屬性，质为关系质。本书以为 x 有一种关系质，就是 x 与另一个体有某种关系（此意見不必是原书作者的意見）。屬性屬于一个体，而关系质存于多数个体之間。既然如此，引用于一个体詞的謂詞表示屬性，引用于多数个体詞的謂詞的表示关系。屬

性定类，凡滿足 ϕx 命題函量的个体为一类；关系质定关系，凡滿足 $\phi(x, y)$ 的个体有一种关系。

类与关系均有两方面，一为內包，一为外延。类的內包茲以类概念名之，类的外延就是类的份子。对于类，我們似乎很容易注重外延；可是对于关系，普通不大注重它的外延。本书的类是外延的类，那就是說，屬于一类的个体；本书的关系是外延的关系，那就是說，有某种关系的个体。引用于一个体的謂詞表示屬性，所以 ϕx 这一命題函量所定的是类，而"$\hat{z}(\phi z)$"表示类；引用于多数个体的謂詞表示关系，所以 $\phi(xy)$ 这命題函量所定的是关系，而 $\hat{z}, \hat{y}\phi(x, y)$ 表示关系。P. M. 不給类詞下定义，給具类詞的命題函量"$f\{\hat{z}(\phi z)\}$"下定义；不給关系詞下定义，給具关系詞的命題函量"$f\{\hat{x}, \hat{y}\phi(x, y)\}$"下定义。

三、类与关系的推演。

本章分两节，A 节为类的推演，B 节为关系的推演。A 节分(1)(2)两段，(1)段为普遍的具类詞的命題，(2)段为类的推算；B节也分(1)(2)两段，(1)段为普遍的具关系詞的命題，(2)段为关系的推算。本章的各段不过选出原书中几个命題而已。A. 类的推演。

本节的(1)段承上接下，介紹具类詞的命題；(2)段为类的推算。所謂类的推算者就是近代符号邏輯新兴时期的 Calculus of classes。

1. 普遍的具类詞的命題。

本段的命題可以分为三組。第一組表示类的基本质，第二組是具类詞而同时又具叙述詞的命題，第三組的命題表示"类"与个体有同样的质。本段的各命題旣大都有注解，各組命題无另条表示的需要。

20·11, $\vdash :. (x) \cdot \Psi x \equiv \chi x \cdot \supset : f\{\hat{z}(\Psi z)\} \cdot \equiv \cdot f\{\hat{z}(\chi z)\}$

（具类詞的命題表示定那一类的命題函量的外延质。它的眞假值根据于定类的命題函量的外延，而不根据于引用那一命題函量为定类的命題函量。）

20·13, $\vdash : (x) \cdot \Psi x \equiv \chi x \cdot \supset \cdot \hat{z}(\Psi z) = \hat{z}(\chi z)$

20·14, $\vdash : \hat{z}(\Psi z) = \hat{z}(\chi z) \cdot \supset \cdot (x) \cdot \Psi x \equiv \chi x$

20·15, $\vdash : (x) \cdot \Psi x \equiv \chi x \cdot \equiv \cdot \hat{z}(\Psi z) = \hat{z}(\chi z)$

（这三命題成一套，而最后这一命題总結前两命題。它表示只有两眞假值相等的命題函量才定一类。那就是說两命題函量的眞假值不相等，它們所定的类是两类。所謂命題函量的眞假值相等者，就是說滿足第一命題函量的个体就是滿足第二命題函量的个体。这是类的根本条件。）

20·18, $\vdash :. \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\Psi z) \cdot \supset : f\{\hat{z}(\phi z)\} \cdot \equiv \cdot f\{\hat{z}(\Psi z)\}$

（如果两类相等，則此两类中任何一类有一性质，另一类亦有之。）

20·2, $\vdash : \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\phi z)$

20·21, $\vdash : \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\Psi z) \cdot \equiv \cdot \hat{z}(\Psi z) = \hat{z}(\phi z)$

20·22, $\vdash : \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\Psi z) \cdot \hat{z}(\Psi z) = \hat{z}(\chi z) \cdot \supset \cdot \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\chi z)$

（这三命題中第一命題表示类的相同有自反质，第二命題表示类的相同有对称质，第三命題表示类的相同有傳递质。可是这三命題不是直接从第二章C节2段的13·15，13·16，13·17推論出来的。$f\{\hat{z}(\phi z)\}$不是 fx 的值，那就是說 x 不指 $\hat{z}(\phi z)$这样的东西，而 $\hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\Psi z)$也不是 x＝y 的例。）

20·25, $\vdash : (A) : A = \hat{z}(\phi z) \cdot A = \hat{z}(\Psi z) : \equiv \cdot \hat{z}(\phi z) = \hat{z}(\Psi z)$

（任何类 A 是滿足 ϕz 的个体，同时也是滿足 Ψz 的个体，此两命題函量所定的类是一类。）

$20\cdot3$, $\vdash: x\in\hat{z}(\Psi z)\ .\equiv .\ \Psi x$

（此命題表示只有 Ψx 是眞的，x 才是 Ψx 所定的类的份子。“$\in$”代表“是份子”，这是个体与个体的类的关系。它不是包含关系，它沒有傳遞质。从这一方面着想，“所有的人都是有理性的，所有的圣賢都是人，所以所有的圣賢都是有理性的”；与“所有的人都是有理性的，孔子是人，所以孔子是有理性的”；这两个三段論的形式根本不同。）

$20\cdot31$, $\vdash:.\ \hat{z}(\phi z)=\hat{z}(\Psi z)\ .\equiv:(x):x\in\hat{z}(\chi z)\ .\equiv .\ x\in\hat{z}(\Psi z)$

（两类相同等于說任何 x 屬于头一类就是說它屬于第二类。总而言之，对于类所注重的是外延。）

$20\cdot35$, $\vdash:.\ x=y\ .\equiv:(A):x\in A\ .\equiv .\ y\in A$

（x 与 y 相同等于說 x 屬于任何类就是說 y 屬于該类。此命題与 20·25，那一命題一样把类詞用为表面任指詞。）

$20\cdot43$, $\vdash:.\ A=B\ .\equiv:(x):x\in A\ .\equiv .\ x\in B$

（此命題与 20·31 一样，不过 A,B，这样的符号簡单而已。）

$20\cdot5$, $\vdash:(\imath x)(\phi x)\in\hat{z}(\Psi z)\ .\equiv .\ \Psi\{(\imath x)(\phi x)\}$

（这个命題不仅是具类詞的命題，而且是具敍述詞的命題。举例来說：春秋的作者屬于人类等于說春秋的作者是人。以 ϕ 代表作春秋，$(\imath x)(\phi x)$ 就代表春秋的作者；以 Ψz 代表 z 是人，$\hat{z}(\Psi\chi)$ 就代滿足 Ψz 这命題函量的个体，那就是說人类，而此命題的前一部分就是說春秋的作者是人类的份子；此命題的后一部分說春秋的作者是人。）

$20\cdot51$, $\vdash:.\ (\imath x)(\phi x)=b\ .\equiv:(A):(\imath x)(\phi x)\in A\ .\equiv .\ b\in A$

（設以 b 代表孔子，$(\imath x)(\phi x)$ 仍代表春秋的作者；这个命題說春秋的作者是孔子等于說春秋的作者是任何一类(A)的

份子，就是說孔子是那一类的份子。）

20·52， $\vdash :. E!(\imath x)(\phi x) . \equiv : (\exists b) : (A) . (\imath x)(\phi x) \in A \equiv b \in A$

（仍以举例表示：有原富的作者就是說有某个体，說原富的作者属于一类等于說那个体属于那一类。）

20·59， $\vdash : \hat{z}(\phi z) = (\imath A)(fA) . \equiv . (\imath A)(fA) = \hat{z}(\phi z)$

（这里表示不仅有叙述个体的詞，而且有叙述类的詞。(iA)(fA)这符号与(ix)(φx)那一符号有同样情形，不过事实上的例比較困难一点而已。第三組表示类与个体有同样情形的命題，本书不抄。）

2. 类的推算(Calculus of Classes)

a，在本书第四部的I章A节里，有一系統通式。那个系統通式可以有各种不同的解釋。如果我們以类去解釋那个系統通式，我們所得的就是这里的类的推算。如果我們以命題去解釋那系統通式，我們所得的就是本书第三部的第I章。

經解釋后，那个系統通式，所有的基本命題，在此处大都均能証明；其所以如此者，因为这些基本命題所表示的道理，前此已經承认。

这里的类的推算未开始之前，就有好几个定义，可是我們不必抄写，因为定义既下，跟着就有好几个命題把这些定义都容納在里面。

b，所选擇的命題。

22·1， $\vdash :. A \subset B . \equiv : (x) : x \in A . \supset . x \in B$

（"A⊂B"的定义就是本命題的后部。这符号可以讀成"A类包含在B类之中"。这命題說：A类包含在B类等于說如果任何个体属于A类，則那一个体属于B类。在P.M.的程序中，作者利用命題的蘊涵以表示类的包含关系。）

22·2, $\vdash \cdot A \cap B = \hat{x}(x \in A \cdot x \in B)$

（"A∩B"的定义就是本命题的后一部分。这符号可以讀成"既是A又是B的类"。滿足"x既属于A又属于B"这一命題函量的"x个体"就是"A∩B"类。）

22·3, $\vdash \cdot A \cup B = \hat{x}(x \in A \cdot \vee \cdot x \in B)$

（情形同上，不过改"与"为"或"而已。）

22·31, $\vdash \cdot -A = \hat{x}(x \sim \in A)$

（"—A"即非A类。非A类就是滿足"x不属于A类"这一命題函量的个体。这里利用否定命題以表示負类。）

22·32, $\vdash \cdot A - B = \hat{x}(x \in A \cdot \sim x \in B)$

（"A—B"可以讀成A类与非B类，或既A而又非B类。有定义說A—B就是A∩—B。）

22·33, $\vdash : x \in A \cap B \cdot \equiv \cdot x \in A \cdot x \in B$

（这命題說：說x属于既A又B类等于說x既属于A类，x又属于B类。）

22·34, $\vdash :. x \in A \cup B \cdot \equiv : x \in A \cdot \vee \cdot x \in B$

（这命題說：說x属于或A或B类等于說x属于A类或者x属于B类。"或"与"与"的情形在此处一致。）

22·35, $\vdash : x \in -A \cdot \equiv \cdot x \sim \in A$

（这个命題表示說x属于非A类等于說x不属于A类。这样一来，命題的"不"与类的"非"完全一致。）

22·351, $\vdash \cdot -A \neq A$

（非A类不是A类或非A类与A类不是一类。P.M.以后用这个命題証明至少有两类存在，而"至少有两类存在"这一命題就是本书在第四部第1章所举的那个系統通式中經解釋后的一命題。这一命題本书不預备抄下，仅在此处提及而已。）

22·36, $\vdash \cdot A \cap B \in Cls$

22·37, $\vdash \cdot A \cup B \in Cls$

（A∩B 是类，A∩B 是类。这两个命题就是方才所說的那系統通式中經解釋后起头的两个命題。“Cls”这符号代表类。）

22·38, $\vdash \cdot -A \in Cls$

（这里表示非 A 是类。）

22·4, $\vdash :. A \subset B . B \subset A . \equiv : (x) : x \in A . \equiv . x \in B$

（說 A 类包含在 B 类而 B 类又包含在 A 类，就是說任何 x 是 A 类的份子等于說它是 B 类的份子。两类互相包含，則实同，所謂实同者就是說它們的外延完全一样。）

22·41, $\vdash : A \subset B . B \subset A . \equiv . A = B$

（这与以上命題一样，不过直接表示两互相包含的类相同，而沒有說它們的份子而已。）

22·42, $\vdash . A \subset A$

（任何类包含自己。这与“p⊃p”相似。）

22·43, $\vdash . A \cap B \subset A$

（旣 A 又 B 的类包含在 A 类。或者有人感覚这命題奇怪。如果有人以为“A∩B”是 A，B 两类之“和”而“和”又是两类相加的意思，那么“A∩B”不会包含在 A 类。但“A∩B”为“旣 A 又 B”类——例如有理性的动物类，其份子当然都是有理性类的份子，也当然都是动物类的份子——而“旣 A 又 B”类不能不包含在 A 类，也不能不包含在 B 类）

22·44, $\vdash : A \subset B . B \subset C \cdot \supset \cdot A \subset C$

（这命題說：如果A类包含在 B 类，B 类包含在C类，則 A 类包含在 C 类。这也是三段論。如果把“B⊂C”写在“A⊂B”的前面，这命題可以解作傳統邏輯中的“Barbara”。）

22·441, $\vdash : A \subset B . x \in A \cdot \supset \cdot x \in B$

（这也是三段論。可是与上面不同的地方就是这里的

"x∈A"不是类与类包含的关系，而是个体与类的关系。"∈"无傳递质而"⊂"有傳递质。这个命题与以上那个命题应該有明文的分别。）

22·45， $\vdash: A\subset B . A\subset C .\equiv. A\subset B\cap C$

（說A类包含在B类，A类也包含在C类，等于說A包含在既A又B类。）

22·46， $\vdash: x\in A . A\subset B . \supset \cdot x\in B$

（这就是22·441那一命題，不过把前件的秩序变更而已。）

22·47， $\vdash: A\subset C \cdot \supset \cdot A\cap B\subset C$

（如果A类包含在C类，則既A又B类包含在C类。这个命題参考22·43就知道清楚。）

22·48， $\vdash: A\subset B \cdot \supset \cdot A\cap C\subset B\cap C$

22·481， $\vdash: A=B \cdot \supset \cdot A\cap C=B\cap C$

（如果A类包含在B类，則既A且C类包含在既B且C类；如果A类等于B类，則既A且C类等于既B且C类。讀者請举例即明。）

22·49， $\vdash: A\subset B . C\subset D \cdot \supset \cdot A\cap C\subset B\cap D$

（如果A类包含在B类，C类包含在D类，則既A且C类包含在既B且D类。讀者請举例。）

22·5， $\vdash: A\cap A=A$

（既A而又A类等于A类。这里表示"既是人而又是人，其結果还是人"。一方面类的"和"与数的"相乘"不同，另一方面与中文文字的一部分的习惯不要相混。風風雨雨的意思不仅止于風雨，但邏輯上既A而又A的类还是A类。）

22·51， $\vdash \cdot A\cap B=B\cap A$

22·52， $\vdash \cdot (A\cap B)\cap C=A\cap (B\cap C)$

（这两命題都是第四部第I章那个系統通式中的原則。第

一命題表示A与B两类的"与",它們彼此的位置可以調換。第二命題表示A,B,C三类的"与",把任何两类視为一类与其余一类的相与等于把任何其它两类視为一类与其余的一类的相与。)

22·54, $\vdash :. A = B . \supset : A \subset C . \equiv . B \subset C$

(如果A类等于B类,則說A类包含在C类等于說B类包含在C类。)

22·55, $\vdash :. A = B . \supset : C \subset A . \equiv . C \subset B$

(如果A类等于B类,則說C类包含在A类等于說C类包含在B类。)

22·551, $\vdash : A = B . \supset . A \cup C = B \cup C$

(如果A类等于B类,則或A或C类等于或B或C类。)

22·56, $\vdash . A \cup A = A$

(22·5那一命題說既A而又A类是A类,22·56这一命題說A或A类是A类。邏輯上的"与"与数学上的"乘",邏輯上的"或"与数学上的"加"都不同。)

22·57, $\vdash . A \cup B = B \cup A$

(这一命題表示A,B两类的"和",彼此的位置可以調換。)

22·58, $\vdash . A \subset A \cup B . B \subset A \cup B$

(A类包含在A或B类,B类包含在A或B类。这是显而易見,因为A或B类可以包含三类;1,A类,2,B类,3,既A而又B类。)

22·59, $\vdash : A \subset C . B \subset C . \equiv . A \cup B \subset C$

(說A类包含在C类,而B类也包含在C类,等于說A或B包含在C类。在此处我們要注意說A包含在B类,或A包含在C类,不等于說A类包含在B或C类;那就是說,

$\vdash : A \subset B . \vee . A \subset C . \equiv . A \subset B \cup C$

是假的。$\vdash:.A\subset B\cdot\vee\cdot A\subset C:\supset\cdot A\subset B\cup C$ 虽是眞命題，那就是說，如果A类包含在B类，或者A类包含在C类，則A类包含在B或C类；而

$\vdash:.A\subset B\cup C\supset:A\subset B\cdot\vee\cdot A\subset C$

是假的，那就是說，如果A类包含在B或C类，不一定A类就包含在B类或者A类就包含在C类。讀者可以用图形表示这里所說的道理。）

22.6, $\vdash:x\in A\cup B.\equiv:(C)\ A\subset C.B\subset C\cdot\supset\cdot x\in C$

（說x是A或B类的份子等于說无論C是什么类，如果A类包含在C类，而B类也包含在C类，則x是C类的份子。）

22·61, $\vdash:A\subset B\cdot\supset\cdot A\subset B\cup C$

（这是显而易見的道理，讀者或以語言或以图形表示均可。）

22·62, $\vdash:A\subset B.\equiv.A\cup B=B$

（这也是显而易見的道理，以图形表示非常之容易。）

22·621, $\vdash:A\subset B.\equiv.A\cap B=A$

（这与以上成一对，而这一对命題表示"或"与"与"的分別。）

22·63, $\vdash:A\cup(A\cap B)=A$

（这命題在語言方面頗麻煩，用图形很容易表示。）

22·631, $\vdash:A\cap(A\cup B)=A$

（这与22·63那一命題也成一对，讀者自己設法表示。）

22·632, $\vdash:A=B.\supset.A=A\cap B$

（如果A类等于B类，則A类等于既A而又B类。可是反过来說不通。如果A类等于既A又B类，A类固可以等于B类，但也可以包含在B类。）

22·633, $\vdash:A\subset B\cdot\supset\cdot A\cup C=(A\cap B)\cup C$

（如果A类包含在B类，则A或C类就是既A又B类或C类。）

22·64，$\vdash :. A \subset C \cdot \vee \cdot B \subset C : \supset \cdot A \cap B \subset C$

（如果A类包含在C类或B类包含在C类，则既A又B类包含在C类。既A又B类是A类的一部分，它也是B类的一部分，所以无論前件两条件中那一条件是眞，后件总是眞。可是反过来說不通。如果既A又B类包含在C类，非B的A类不必包含在C类，非A的B类不必包含在C类。）

22·65，$\vdash : A \subset B \cdot \vee \cdot A \subset C : \supset \cdot A \subset B \cup C$

（此命題在22·59已經討論过，此处不贅。）

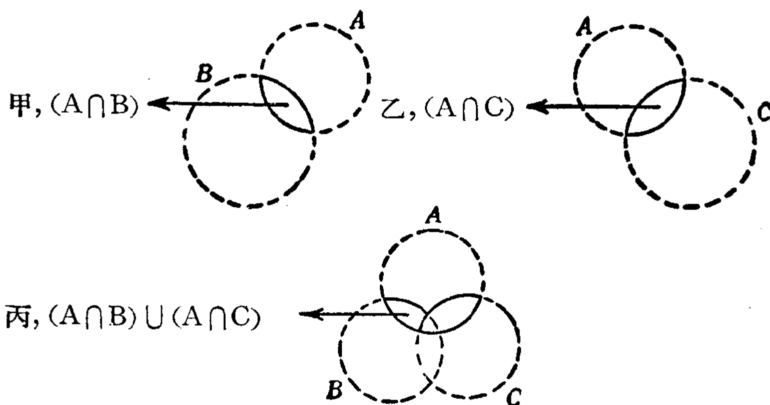
22·66，$\vdash : A \subset B \cdot \supset \cdot A \cup C \subset B \cup C$

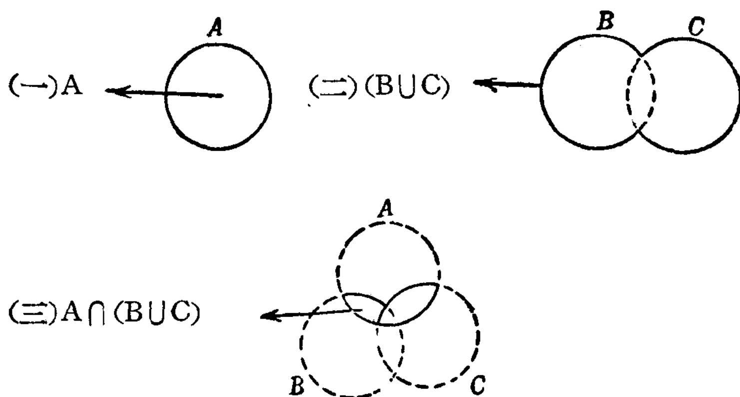
（这是显而易見的道理，讀者以图表示之即明。）

22·68，$\vdash \cdot (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$

22·69，$\vdash \cdot (A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$

这两命題成一对。用語言表示不如用图形表示。茲以前一命題为例；前部以甲，乙，丙三图表示之，后部以（一）（二）（三）图表示之：





(以上两图与(三)图表示同一的类。22·69 那一命题可以用类似的方法表示。)

22·7, $\vdash \cdot (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(这与22·52那一命题成对。三类的和，把任何两类的和視为一类与其余一类相和等于把任其他两类的和視为一类与其余一类相和。以語言表示此命題似乎很难听，还是用图形好。)

22·72, $\vdash : A \subset C . B \subset D . \supset \cdot A \cup B \subset C \cup D$

22·73, $\vdash : A = C . B = D . \cdot \supset \cdot A \cup B = C \cup D$

(这两命題很容易明白，讀者自备方法表示。)

22·74, $\vdash : A \cap B \subset C . A \cap C \subset B . \equiv A \cap B \equiv A \cap C$

(說既 A 又 B 类包含在 C 类，而既 A 又 C 类又包含在 B 类，等于說既 A 又 B 类就是既 A 又 C 类。以图形表示更容易。)

22·8, $\vdash \cdot -(-A) = A$

(非非 A 类就是 A 类，在类方面再負为正好像在命題方面再假为眞一样。)

22·81,　$\vdash : A \subset B . \equiv . -B \subset -A$

（說A类包含在B类等于說非B类包含在非A类。混沌一点的說，說所有的A都是B等于說所有的非B都是非A。）

22·82,　$\vdash : A \cap B \subset C . \equiv . A \cap -C \subset -B$

（說既A又B类包含在C类，等于說既A又非C类包含在非B类。）

22·83,　$\vdash : A = B . \equiv . -A = -B$

（說A类等于B类等于說非A类等于非B类。）

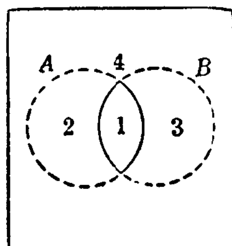
22·84,　$\vdash \cdot -(A \cap B) = -A \cup -B$

22·85,　$\vdash \cdot A \cap B = -(-A \cup -B)$

22·86,　$\vdash \cdot -(-A \cap -B) = A \cup B$

22·87,　$\vdash \cdot -A \cap -B = -(A \cup B)$

（这四个命题名为De Morgan公式。它們都表示"与"与"或"的关系。茲以語言表示第一命題即够："非既A又B类等于非A或非B类"。茲以下图表示：



(1)为 $A \cap B$ 类，　(2)为 $A \cap -B$ 类

(3)为 $-A \cap B$ 类，　(4)为 $-A \cap -B$ 类

图中"非(1)"等于"或(2)或(3)或(4)"。但"或(2)或(3)或(4)"就是"非A或非B"，因为"非A或非B类"中的"或"既为相容的或，这一类所包含的可能共有以下三类，即A而非B，B而非A，既非A而又非B；换言之即图中的"或(2)或(3)或(4)"。）

22.88,　$\vdash \cdot (x) \cdot x \in (A \cup -A)$

(这就是說任何个体是 A 或非 A 类的份子。无論 x 是什么个体，它不是 A 类的份子，就是非 A 类的份子，同时不是非 A 类的份子，就是 A 类的份子。这是排中律的一种表示。)

22·89， $\vdash \cdot (x) \cdot x \sim \in (A \cap -A)$

(这就是說任何 x 不是旣 A 而又非 A 类的份子。这是矛盾律的一种說法。)

22.9， $\vdash \cdot (A \cup B) - B = A - B$

(在語言方面，"(A∪B)—B"頗不易表示。图形表示毫无問題。)

22·91， $\vdash \cdot A \cup B = A \cup (B - A)$

(在語言方面有以上所說的情形。)

22·92， $\vdash : A \subset B \cdot \supset \cdot B = A \cup (B - A)$

(如果 A 类包含在 B 类，則 B 类等于 A 类或非 A 的 B 类。如果 A 类包含在 B 类，則 B 类可以分作两部分，一是旣 A 又 B 类，二是 B 而非 A 类。无論第二类存在与否。B 类总是第一类或第二类。)

22·93， $\vdash \cdot A - B = A - (A \cap B)$

("A—(A∩B)" 在語言方面有困难，不易表示。图形表示无問題。)

B. 关系的推演。

本节与 A 节一样，分为两段：(1) 段介紹具关系詞的命題，(2) 段为关系的推算。所謂关系的推算者就是英文中的 Calculus of Relations。

1. 普遍的具关系詞的命題。

本段的命題与 A 节的(1)段一样。本系統所注重的类是外延的类，本系統所注重的关系是外延的关系。类是滿足 ϕx 这样命題函量的个体，关系是滿足 $\phi(x, y)$ 这样命題函量的个体。类是 ẑ

(ϕz) 这符号所表示的东西，关系是 $\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$ 这样符号所表示的东西。具类詞的命題其形式为 $f\{\hat{z}(\phi z)\}$，具关系詞的命題其形式为 $f\{\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)\}$。

以下所举的具关系詞的命題，在原书中，排列在类的推算之前，所以命題以号数为“21·”而非“23·”。这些命題也可以分为三組，但我們不必有明文的表示。本段所选擇的命題如下：

21·11， $\vdash :. (x, y) \cdot \Psi(x, y) \equiv \chi(x, y) \cdot \supset : f\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\} \cdot \equiv f\{\hat{x}\hat{y}\chi(x \cdot y)\}$

(具关系詞的命題表示定那一关系的命題函量的外延质。它的眞假値根据命題函量的外延，而不根据于引用那一命題函量为定关系的命題函量。)

21·13， $\vdash : (x, y) \cdot \Psi(x, y) \equiv \chi(x, y) \cdot \supset \cdot \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) = \hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$

21·14， $\vdash : \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) = \hat{x}\hat{y}\chi(x, y) \cdot \supset \cdot (x, y) \cdot \Psi(x, y) \equiv \chi(x, y)$

21·15， $\vdash : (x, y) \cdot \Psi(x, y) \equiv \chi(x \cdot y) . \equiv \cdot \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) = \hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$

(这三个命題成一套，最后一命題总結前两命題。它表示只有两眞假値相等的命題函量才定同一的关系。两命題函量的眞假値不相等，它們所定的关系是两关系。所謂命題函量的眞假値相等者，就是說满足第一命題函量的个体就是满足第二命題函量的个体。注重关系的外延，这是根本条件。)

21·18， $\vdash :. \hat{x}\hat{y}\phi(x, y) = \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) \cdot \supset : f\{\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)\} \cdot \equiv \cdot f\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\}$

(如果两关系相等，則此两关系中任何一关系有任何质，另一关系亦有之。)

21·2， $\vdash \cdot \hat{x}\hat{y}\phi(x, y) = \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$

21·21, $\vdash : \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) . \equiv \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$

21·22, $\vdash : \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) \cdot \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$
$\cdot \supset \cdot \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$

（这三个命题成一組，第一命題表示关系的相同有自反质，第二命題表示它有对称质，第三命題表示它有傳递质。关系的相同与类的相同一样，这三个命題不是从Ⅱ章，C节，2段的13·15，13·16，13·17直接推論出来的。$f\{\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)\}$既不是$fx$的值，$f\{\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)\}=f\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\}$也不是$x=y$的例。）

21·23, $\vdash : \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y) \cdot \hat{x}\hat{y}\phi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$
$\cdot \supset \cdot \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$

21·24, $\vdash : \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\phi(x, y) \cdot \hat{x}\hat{y}\chi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$
$\cdot \supset \cdot \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)$

（这两命題与以上21·22那一命題也可以成一套。它們都表示与一共同关系相同的两关系彼此也相同。）

21·3, $\vdash : x\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\}y . \equiv . \Psi(x, y)$

（“$x\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\}y$”这符号表示x与y有$\Psi(x, y)$这一命題函量所定的关系。这命題表示只有$\Psi(x, y)$是眞的，x与y才有$\Psi(x, y)$所定的关系。）

21·31, $\vdash :. \hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)=\hat{x}\hat{y}\chi(x, y) . \equiv : (x, y) : x\{\hat{x}\hat{y}\Psi(x, y)\}y . \equiv . x\{\hat{x}\hat{y}\chi(x, y)\}y$

（两关系相等等于說任何x，y有头一关系等于說它們也有第二关系。这就是說：要有后一部分所說的情形滿足，两关系才相等。）

21·33, $\vdash : R=\hat{x}\hat{y}\phi(x, y) \equiv . (x, y) \cdot xRy \equiv \phi(x, y)$

（以R代替$\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$，当然便利得多。談关系而不必提到定那关系的命題函量的时候，复杂的符号如$\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$均可以用簡单的R代替。在任何x，y有R关系等于$\phi(x, y)$是眞的

的条件之下，R 是 ϕ (xy)这命题函量所定的关系。）

21·43，　$\vdash :. R = S . \equiv : (x, y) \cdot xRy \equiv xSy$

（如果說任何 x 与任何 y 有 R 的关系等于說它們有 S 的关系，則 R 与 S 两关系相等；如果 R 与 S 两关系相等，則說任何 x 与任何 y 有 R 关系等于說它們有 S 关系。）

21·53，　$\vdash :. (S) : S = R \cdot \supset \cdot \phi S : \equiv \cdot \phi R$

（說任何关系 S 与 R 相等，則說它就是 ϕ 等于說 R 是 ϕ。要举实例，比較麻煩。請注意这里的(S)表示关系也可以有表面任指詞。在这一点上，个体，类，关系也有一致的情形。）

21·54，　$\vdash :. (\exists S) : S = R \cdot \phi S : \equiv . \phi R$

（有等于 R 的 S 关系而它是 ϕ 等于說 R 关系是 ϕ。这命题与以上那个命题成一对。）

21·55，　$\vdash \cdot \hat{x}\hat{y}\phi(x, y) = (\imath R) \{ (x, y) : xRy . \equiv . \phi(x, y) \}$

（此处的命題用一句話讲本来是不容易的事，而这一命題似乎更难。意思大約可以有以下的表示：說任何 x，y 有 R 关系等于說 ϕ(x, y)，这里所說的这个 R 关系就是滿足 ϕ(x, y) 命題函量的 x，y。）

21·56，　$\vdash \cdot E! (\imath R) \{ (x, y) : xRy . \equiv . \phi(x, y) \}$

（这个命題不过是說有以上 21·55 所叙述的 R 关系。这两个命題都以关系为叙述詞。）

21·58，　$\vdash : \hat{x}\hat{y}\phi(x, y) = (\imath R) \{ R = \hat{x}\hat{y}\phi(x, y) \}$

（滿足一命題函量的个体就是与它相等的那关系。）

21·6，　$\vdash : (\exists R) . fR . \equiv . \sim \{ (R) \cdot \sim fR \}$

（这命題的前后两部分的关系与傳統邏輯中的 I 与 E 的关系相似。有是 f 的 R 关系等于說“无是 f 的 R 关系”是假的。）

2. 关系的推算(Calculus of Relations)。

a. 这一段的命题与类的推算那一段的命题相似。类的推算可以說第四部第Ⅰ章的那系統通式的解釋，关系的推算也可以作如此看法。这里的关系是外延的关系，以上 21˙58 那一命題就表示本系統的关系是外延的关系。所謂关系的推算者是說这里的这个推算中的原子。

推算未开始之前，也就有好几个定义；可是这里的情形与类的推算的情形相似；我們不必抄写定义，因为定义既下，跟着就有好几个命題把这些定义都容納在內。

b. 所选擇的命題。

23˙1,　$\vdash : . R \mathrel{\dot{\subset}} S . = : (x, y) : xRy \cdot \supset \cdot xSy$

（这里关系間的 $\dot{\subset}$，与类間的“$\subset$”，命題間的“$\supset$”相似。命題間的“$\supset$”我們讀为“蘊涵”。类間的“$\subset$”我們讀为“包含在”，可是关系間的“$\dot{\subset}$”，我們不知道如何讀法好。符号方面的定义已經容納在这一命題之中。如果我們把“$\dot{\subset}$”讀作包含在，这一命題說：R 关系包含在 S 关系之中等于說如果任何 x 与 y 有 R 关系，它們就有 S 关系。P.M. 的作者也是利用命題方面的“$\supset$”去表示关系方面的 $\dot{\subset}$。）

23.2,　$\vdash \cdot P \mathrel{\dot{\cap}} S = \hat{x}\hat{y}(xRy \cdot xSy)$

（关系間的“$\dot{\cap}$”与类間的“$\cap$”，命題間的“$\cdot$”相似。这似乎也可以用“与”，“和”，“同”，“既——又”等等字眼去表示。它的定义就是本命題的后一部分。这里也是用命題方面的“$\cdot$”去表示关系方面的“$\dot{\cap}$”。这命題也表示这里的关系是外延的关系。）

23˙3,　$\vdash \cdot R \mathrel{\dot{\cup}} S = \hat{x}\hat{y}(xRy \cdot \vee \cdot xSy)$

（关系間的“$\dot{\cup}$”与类間的“$\cup$”，命題間的“$\vee$”相似。这似乎也可以用“或”表示，它的定义就是这命題的后一部分。关系方面的“$\dot{\cup}$”也是用命題方面的“$\vee$”去表示。）

23·31, $\vdash \cdot \dot{-}R = \hat{x}\hat{y}\{\sim(xRy)\}$

（关系方面的“$\dot{-}$”与类方面的“—”，命题方面的“～”相似。“$\dot{-}$”的定义就是本命题的后一部分，而这定义也就是利用命题方面的“～”去表示关系方面的“$\dot{-}$”。）

23·32, $\vdash \cdot R \dot{-} S = \hat{x}\hat{y}\{xRy \cdot \sim(xSy)\}$

（是R关系而不是S关系就是滿足“xRy是眞的而xSy是假的”这一命題函量的x，y。我們要清楚，这里的R关系就有R关系x，y，那就是說，它的R的外延。）

23·33, $\vdash : x(R \dot{\cap} S)y . \equiv . xRy \cdot xSy$

（x与y有R与S的关系，等于說x与y有R关系，而且x与y有S的关系。）

23·34, $\vdash :. x(R \dot{\cup} S)y . \equiv : xRy \cdot \vee \cdot xSy$

（x与y有R或S的关系，等于說x与y有R关系或者x与y有S的关系。这一对命題表示关系間的“或”与“与”等于具相当形式的命題間的“或”与“与”。）

23·35, $\vdash : x \dot{-} Ry . \equiv . \sim(xRy)$

（如果我們把“$\dot{-}$”讀为“非”，这个命題說x与y有非R的关系等于說x与y有R关系是假的。）

23·351, $\vdash \cdot \dot{-}R \neq R$

（非R关系不是R关系。22·351那一命題說非A类不是A类。P.M.用那一命題証明至少有两类，我們似乎也可以利用这里这个命題証明至少有两关系。）

23·36, $\vdash \cdot R \dot{\cap} S \in Rel$

23·37, $\vdash \cdot R \dot{\cup} S \in Rel$

（“Rel”这符号表示关系。这两个命題无非是表示$R \dot{\cap} S$，与$R \dot{\cup} S$都是关系。如果我們把关系視为第四部第I章那个系統通式的原子，这两个命題就是那系統的最初两个基本命

題。)

23·38, $\vdash \cdot \dot{-} R \in Rel$

(这个命題表示非 R 也是关系。)

23·4, $\vdash : R \mathrel{\dot{\subset}} S . S \mathrel{\dot{\subset}} R . \equiv : (x, y) : xRy . \equiv . xSy$

(説 R 关系包含在 S 关系而 S 关系又包含在 R 关系, 等于説任何 x, y 有 R 关系等于説它們有 S 关系。两关系互相包含,則它們的外延一样。)

23·41, $\vdash : R \mathrel{\dot{\subset}} S . S \mathrel{\dot{\subset}} R . \equiv . R = S$

(这与以上一样,它不过直接表示两互相包含的关系相等,沒有提到份子問題。)

25·42, $\vdash R \mathrel{\dot{\subset}} R$

(任何关系包含它自己,这与命題方面的"P⊃P", 类方面的"A⊂A"相似。)

23·43, $\vdash \cdot R \mathbin{\dot{\cap}} S \mathrel{\dot{\subset}} R$

(这与类方面的 A∩B⊂A 那一命題相似。在那一命題注解下所説的話这里也可以説。)

23·44, $\vdash : R \mathrel{\dot{\subset}} S . S \mathrel{\dot{\subset}} T \cdot \supset \cdot R \mathrel{\dot{\subset}} T$

(这命題説如果 R 关系包含在 S 关系, S 关系包含在T 关系,則 R 关系包含在 T 关系。这是关系方面的三段論。三段論不限于命題,也不限于类。例如:如果 x 是 y 的学生, x 就比 y 年青; x 比 y 年青, x 就是 y 的后輩; 則 x 是 y 的学生, x 就是 y 的后輩。)

23·441, $\vdash : R \mathrel{\dot{\subset}} S . x R y \cdot \supset \cdot xSy$

(如果 R 关系包含在 S 关系,而 x 与 y 有 R 关系,則 x 与 y 有 S 关系。讀者自己举例。)

23·45, $\vdash : R \mathrel{\dot{\subset}} S . R \mathrel{\dot{\subset}} T \cdot \supset \cdot R \mathrel{\dot{\subset}} S \mathbin{\dot{\cap}} T$

(如果 R 关系包含在 S 关系,而又包含在 T 关系,則 R关

系包含在既S而又T的关系。此命題仅表示"如果——則"的关系，其实前件与后件的眞假値相等。）

23·46，　$\vdash : xRy \cdot R \subset S \cdot \supset \cdot xSy$

（这就是23·441那一命題，不过前件中的两命題的位置彼此更換而已。）

23·47，　$\vdash : R \subset T \cdot \supset \cdot R \dot{\cap} S \subset T$

（如果R关系包含在T关系，則既R而又S的关系包含在T关系。这个命題可以利用23·43那一命題及三段論可以証明。例如：

(一) $\vdash : R\dot{\cap}S \subset R . R \subset T . \supset \cdot R\dot{\cap}S \subset T :$

(二) $\supset \vdash :. R\dot{\cap}S \subset R \cdot \supset : R \subset T \cdot \supset \cdot R\dot{\cap}S \subset T$

(三) $\vdash \cdot R\dot{\cap}S \subset R$

(四) $\vdash : R \subset T \cdot \supset \cdot R\dot{\cap}S \subset T$

此处及以前的命題，讀者均可以自己設法証明以为訓练。）

23·48，　$\vdash : R \subset S \cdot \supset \cdot R\dot{\cap}T \subset S\dot{\cap}T$

23·481，　$\vdash : R = S \cdot \supset \cdot R\dot{\cap}T = S\dot{\cap}T$

（如果R关系包含在S关系，則既R而又T的关系包含在既S而又T的关系。如果R关系与S关系相等，則既R而又T的关系等于既S而又T的关系。讀者或举例或証明。）

23·49，　$\vdash : P \subset Q . R \subset S \cdot \supset \cdot P\dot{\cap}R \subset Q\dot{\cap}S$

（如果P关系包含在Q关系，而R包含在S关系，則既P而又R的关系包含在既Q而又S的关系。）

23·5，　$\vdash \cdot R\dot{\cap}R = R$

（既R而又R的关系就是R关系。x既在y的左边，而又在y的左边，其結果仍是x在y的左边。）

23·51，　$\vdash \cdot R\dot{\cap}S = S\dot{\cap}R$

23·52, $\vdash \cdot (R \dot{\cap} S) \dot{\cap} T = R \dot{\cap} (S \dot{\cap} T)$

（第一命题表示两关系的相“与”，与两类的相“与”一样，不受它們的位置的更換的影响。第二命題表示三关系的相“与”，把任何两关系視为一組，等于把任何其他任何两关系視为一組。）

22·54, $R = S . \supset : R \dot{\subset} T . \equiv . S \dot{\subset} T$

（如果 R 关系等于 S 关系，則說 R 关系包含在 T 关系等于說 S 关系包含在 T 关系。）

23·55, $\vdash :. R = S . \supset : T \dot{\subset} R . \equiv . T \dot{\subset} S$

（如果 R 关系等于 S 关系，則說 T 关系包含在 R 关系等于說 T 关系包含在 S 关系。）

23·551, $R = S \cdot \supset \cdot R \dot{\cup} T = S \dot{\cup} T$

（如果 R 关系等于 S 关系，則或 R 或 T 的关系等于或 S 或 T 的关系。）

23·56, $\vdash \cdot R \dot{\cup} R = R$

（23·5 說既R而又 R 的关系就是 R 关系，此命題說 R 或R 的关系就是 R 关系。这两命題成一对表示邏輯上关系的相“与”与数的相乘不一样，邏輯上关系的“或”与数的相加不一样。）

23·57, $\vdash \cdot R \dot{\cup} S = S \dot{\cup} R$

（两关系的和不受彼此前后位置的更換的影响。）

23·58, $\vdash \cdot R \dot{\subset} R \dot{\cup} S . S \dot{\subset} R \dot{\cup} S$

（R 关系包含在或 R 或 S 的关系，而 S 关系也包含在或 R 或 S 的关系。）

23·59, $\vdash \cdot R \dot{\subset} T . S \dot{\subset} T . \equiv R \dot{\cup} S \dot{\subset} T$

（說 R 关系包含在 T 关系，S 关系也包含在 T 关系，等于說 R 或 S 关系包含在 T 关系。請看 22·59 的注解。）

23·6， $\vdash :. x(R \dot{\cup} S)y . \equiv : (T) : R \dot{\subset} T . S \dot{\subset} T . \supset \cdot xTy$

（說 x 与 y 有 R 或 S 的关系，等于說如果 R 关系包含在任何 T 关系，而 S 也包含在任何 T 关系，則 x 与 y 有 T 关系。）

23·61， $\vdash : R \dot{\subset} S \cdot \supset \cdot R \dot{\subset} S \dot{\cup} T$

（如果 R 关系包含在 S 关系，則 R 关系包含在 S 或 T 的关系。）

23·62， $\vdash : R \dot{\subset} S . \equiv . R \dot{\cup} S = S$

（說 R 关系包含在 S 关系，等于說 R 或 S 的关系就是 S 关系。）

23·621， $\vdash : R \dot{\subset} S . \equiv . R \dot{\cap} S = R$

（說 R 关系包含在 S 关系，等于說既 R 而又 S 的关系就是 R 关系。这两命題是一对，表示"或"与"与"的分别。）

23·63， $\vdash \cdot R \dot{\cup} (R \dot{\cap} S) = R$

（这命題在語言方面頗麻煩。参考 22·63 那一命題。讀者試以图形表示。）

23·631， $\vdash : R \dot{\cap} (R \dot{\cup} S) = S$

（这命題与以上成对，情形同样。）

23·632， $\vdash : R = S \cdot \supset \cdot R = R \dot{\cap} S$

（如果 R 关系等于 S 关系，則 R 关系等于既 R 而又 S 的关系。反过来說不通。如果 R 关系等于既 R 而又 S 的关系，R 关系固可以等于 S 关系，但也可以包含在 S 关系。）

23·633， $\vdash : R \dot{\subset} S \cdot \supset \cdot R \dot{\cup} T = (R \dot{\cap} S) \dot{\cup} T$

（这命題在語言方面頗麻煩，讀者試以图形表示。）

23·64， $\vdash :. R \dot{\subset} T \cdot \vee \cdot S \dot{\subset} T : \supset \cdot (R \dot{\cap} S) \dot{\subset} T$

（这命題与 22·64 那一命題相似，請参考那一命題的注解。）

23·65, $\vdash :. R \mathbin{\dot\subset} S . \vee . R \mathbin{\dot\subset} T : \supset . R \mathbin{\dot\subset} (S \mathbin{\dot\cup} T)$

（参考 22·59 及 22·65 两命題的注解。）

23·66, $\vdash : R \mathbin{\dot\subset} S . \supset . R \mathbin{\dot\cup} T \mathbin{\dot\subset} S \mathbin{\dot\cup} T$

（如果 R 关系包含在 S 关系，則 R 或 T 的关系包含在 S 或 T 的关系。）

23·68, $\vdash . (R \mathbin{\dot\cap} S) \mathbin{\dot\cup} (R \mathbin{\dot\cap} T) = R \mathbin{\dot\cap} (S \mathbin{\dot\cup} T)$

23·69, $\vdash . (R \mathbin{\dot\cup} S) \mathbin{\dot\cap} (R \mathbin{\dot\cup} T) = R \mathbin{\dot\cup} (S \mathbin{\dot\cap} T)$

（这两命題成一对。請参閱 22·68 与 22·69 那两个命題的注解。）

23·7, $\vdash . (R \mathbin{\dot\cup} S) \mathbin{\dot\cup} T = R \mathbin{\dot\cup} (S \mathbin{\dot\cup} T)$

（語言表示非常之麻煩。請参閱 22·7 那一命題的注解。）

23·72, $\vdash : P \mathbin{\dot\subset} R . Q \mathbin{\dot\subset} S . \supset . P \mathbin{\dot\cup} Q \mathbin{\dot\subset} R \mathbin{\dot\cup} S$

23·73, $\vdash : P = R . Q = S . \supset . P \mathbin{\dot\cup} Q = R \mathbin{\dot\cup} S$

（这里第一命題說如果 P 关系包含在 R 关系，而 Q 关系又包含在 S 关系，則 P 或 Q 的关系包含在 R 或 S 的关系。第二命題說如果 P 关系等于 R 关系，而 Q 关系又等于 S 关系，則 P 或 Q 的关系等于 R 或 S 关系。）

23·74, $\vdash : P \mathbin{\dot\cap} Q \mathbin{\dot\subset} R . P \mathbin{\dot\cap} R \mathbin{\dot\subset} Q . \equiv . P \mathbin{\dot\cap} Q = P \mathbin{\dot\cap} R$

（說旣 P 又 Q 的关系包含在 R，而旣 P 又 R 的关系又包含在 Q，等于說旣 P 又 Q 的关系就是旣 P 又 R 的关系。）

23·8, $\vdash . \dot- (\dot- R) = R$

（非非 R 关系就是 R 关系。此情形与类方面及命題方面的情形一样。）

23·81, $\vdash : R \mathbin{\dot\subset} S . \equiv . \dot- S \mathbin{\dot\subset} \dot- R$

（說 R 关系包含在 S 关系等于說非 S 关系包含在非 R 关系。参閱 22·81 那一命題。）

23·82, $\vdash : R \mathbin{\dot\cap} S \mathbin{\dot\subset} T . \equiv . R \mathbin{\dot-} T \mathbin{\dot\subset} \dot- S$

(說既R又S的关系包含在T关系，等于說既R而又非T的关系包含在非S关系。)

23·83, $\vdash : R = S . \equiv . \dot{-}R = \dot{-}S$

(說R关系等于S关系，等于說非R关系等于非S关系。)

23·84, $\vdash . \dot{-}(R \dot{\cap} S) = \dot{-}R \dot{\cup} \dot{-}S$

23·85, $\vdash . R \dot{\cap} S = \dot{-}(\dot{-}R \dot{\cup} \dot{-}S)$

23·86, $\vdash . \dot{-}(\dot{-}R \dot{\cap} \dot{-}S) = R \dot{\cup} S$

23·87, $\vdash . \dot{-}R \dot{\cap} \dot{-}S = \dot{-}(R \dot{\cup} S)$

(請参考22·84,22·85,22·86,22·87,那四个命題的注解。)

23·88, $\vdash . (x, y) . x(R \dot{\cup} \dot{-}R)y$

(这就是关系方面的排中律。任何x与y有R或非R的关系。总而言之,它們若无R的关系,就有非R的关系;若无非R的关系,就有R的关系。)

23·89, $\vdash . (x, y) . \sim \{x(R \dot{\cap} \dot{-}R)y\}$

(这就是关系方面的矛盾律。任何x与y有既R而又非R的关系是假的。)

23·9, $\vdash . (R \dot{\cup} S) \dot{-} S = R \dot{-} S$

23·91, $\vdash . R \dot{\cup} S = R \dot{\cup} (S \dot{-} R)$

(这两命題可以用图形表示,以語言表示似乎佶屈聱牙。)

23·92, $\vdash : R \subset S . \supset . R = R \dot{\cup} (S \dot{-} R)$

(如果R关系包含在S关系,則R关系等于R或S而非R的关系。)

23·93, $\vdash . R \dot{-} S = R \dot{-} (R \dot{\cap} S)$

(讀者試以图形表示。)

第四部　关于邏輯系統之种种

一、邏輯系統通論

A. 系統通論。每一句話划分一种領域。領域有范圍大小的不同，內部的秩序有程度高低的不同。每一領域至少有一系統。所以每一句話均可以說有系統为它的背景，比方北京人說："某某去串門去了"。其它不管，即"串門"二字，已有一系統为背景，在那一系統之內，可以有好几个相联的命題，而这些相联的命題，联合起来，定"串門"二字的意义。系統因有范圍大小的不同，及紧凑与松懈程度的不同，所以它的意义也就空泛而它的种类也就非常之多。平汉鉄路是一系統，美国政府是一系統，倫敦的地道車是一系統，国际联盟也是一系統。所有的科学均为系統，而哲学系統是常用的名詞。我們所要提出的不是普遍的系統問題，也不是寻常在事实上所称为系統的系統，而是演繹系統。

1. 演繹系統当然也有范圍大小与程度高低的問題。它的紧凑的程度比其余非演繹系統的程度高。它的特点如下。

a. 出发点可以武断。演繹系統的出发点，从語言或命題方面說，大都是几个基本命題。这些基本命題与非演繹系統的基本原則不同。非演繹系統的基本原則或者是已經証明其为眞命題或者我們相信其为眞命題。眞假問題不能与这些原則分开。演繹系統的基本命題則不然，它們的眞假我們可以不管。它們与普通的假設也不同。普通的假設——归納法的假設与普通任何科学中的假設——都是我們盼望它为眞，或猜想它为眞，或有多少証据使我們暂时承认其为眞的命題。演繹系統的基本命題則不然，我們不必

盼望它为眞，也不暂时承认它为眞；即我們疑心它是假的，也无碍于那演繹系統之为演繹系統。一演繹系統的基本命題为那一系統的出发点，我們既不必証明或假設其为眞，我們选擇的范圍比較的广，而究竟那些命題为我們所选擇，就很有武断的成分夾杂其間。

b. 演繹系統的思想，除最初利用几个在系統范圍之外的思想外，其它都可以称为自生的思想。所謂自生思想者即根据于系統的基本思想，用系統的产生工具与适合于系統所承认的方法，而产生的思想。基本命題既不必为眞，这些自生思想也不必适合于系統范圍之外的事物。兹以欧克里几何为例。几何可以視为一演繹系統，也可以視为一門科学。我們現在所要注意的是演繹系統的几何。这个系統利用系統外的思想，如长寬厚等产生系統內的“点”“綫”等思想。由“点”“綫”等思想又产生“三角”“四方”等思想。严格地說，經驗中沒有那样的点与綫，但点与綫不因此經驗問題就不能成为一演繹系統的基本思想。系統內的“三角”与“四方”是系統內自生的思想。这些思想虽可以与外界的情形符合，而不必与它們符合。即不与外界的情形或事物符合，而既为一系統的自生思想，它們仍有它們系統范圍之內的位置。

c. 演繹系統的各部分大都是互相关联的。关联的程度或有高低的不同。各部分的位置或有更改的可能，但一部分的更改总有使他部分也有相当更改的必要。各部分的形式或有更改的可能，但一部分形式上的更改也使其他部分在形式上有相当更改的必要。一系統內的部分是这样，一部分的份子彼此的关系也是这样，我們似乎可以說一系統的部分与部分的关系，一系統份子与份子的关系，大都是內在关系。这里的話免不了說得含糊一点，若要正确，篇幅就太长。我們所要表示的是：演繹系統內部的結构彼此牽連的程度可以使我們說整个的系統是一有机的系統。这可以說是从正面着想。从反面着想，一演繹系統的最低限度是內部不能有

彼此不相融洽的地方。但一系統在事实上彼此融洽不足以表示它是演繹系統。

演繹系統或者尚有旁的特点，以上所举的已經可以表示它之所以異于其他系統者何在，所以我們也不必再追求特点提出討論。

2. 演繹系統大都分作两大部分：一曰演繹干部，一曰演繹支部。干部为系統的根本，支部为系統的枝叶。前一部所包含者为系統的基本概念与基本命題，后一部为由前一部所推論出来的命題。这不是說事实上所有的演繹系統都有一种成文的干部与支部，事实上的情形或者不是这样，但如果我們把任何演繹系統加以分析，我們可以把它分成一演繹干部一演繹支部。演繹干部可以分作二部，一为基本概念，一为基本命題；支部可以分作許多部分，也可以不分。干部以下分两段討論，支部不須特別討論；我們要表示的不过是干部旣定，支部随之。

a. 基本概念部分。所謂基本概念即一演繹系統的最基本的概念。关于基本概念我們似应注意以下諸点。

（一）基本概念可以有定义，也可以无定义。我們可以用系統外之思想定一系統基本概念的意义，也可以不用系統外的思想，同时也就不給一系統的基本概念下定义。我們所要注意的是在一系統范圍之內，我們不能用那系統的概念想給那一系統的基本概念下定义。我們可以說，如果我們在一系統的立場上，那一系統的基本概念是不能以那一系統的思想去下定义的；如果我們不在任何系統的立場上，一系統的基本概念似乎都是可以下定义的。

（二）一系統不必有它所有的基本概念，那就是說，我們承认那一些概念为基本概念大有选擇的余地。从质的方面說，含义狹的概念不容易用为基本概念。含义狹就不富于推論，不富于推論就不容易用为基本概念。系統的历程大都是由簡而繁，——这似乎是一件事实，但究竟是势所必至的事实还是理有固然的情形，頗不易

說——无論如何，复杂的思想不容易为基本的概念。我們对于基本概念虽有选擇的余地，而选擇的范圍总免不了是一很小的范圍。

（三）从量的方面着想，一系統的基本概念的数目也是一問題。一方面基本概念的数目要少。恐怕偏于一边的說法是愈少愈好。如果基本概念太多，它們可以多到不必分别基本与非基本概念的程度，而系統的历程可以根本取消。基本概念的数目要少似乎是显而易見。但另一方面有便利問題。有时基本概念的数目可以减少到最低限度，而到了最低限度的时候，推論的历程太难，太长，太复杂，使求簡的志願，得之于思想方面，而失之于推論方面。我們似乎可以說基本概念的数目虽要少，但不宜少到减少推論不便利的程度。

b. 基本命題部分。关于基本命題我們应注意以下数点。

（一）从量的方面着想，基本命題的数目也宜从少，但不宜少到不够用的程度。所謂够用与不够用是指能不能推論所要推論出来的命題而言。每一系統不能缺乏它所必要包含的部分或命題，几何系統要包含几何学所必要的原則，邏輯系統要包含邏輯所必要的各部分。如果基本命題的数目少到不能推出一系統所必要的部分或命題，它們当然不够用。所以基本命題一定要够用。

（二）基本命題一定要一致。基本命題是一系統的大前提，其它所有的命題都可以說是基本命題的"結論"。如果基本命題彼此不一致，由它們推論出来的結論也不一致。如果一系統內的命題彼此不一致，則所謂演繹系統者根本就不是演繹系統。我們現在所要表示的是基本命題要一致。至于究竟一致与否是一問題，而此問題的各方面有各种不同的困难。好在我們現在用不着談到。

（三）基本命題要彼此独立。所謂独立者是說它們彼此不相"蘊涵"。如果一命題蘊涵另一命題，則后一命題可以由前一命題推論出来，如能由前一命題推論出来，則举前一命題为基本命題等

于举后一命題为基本命題。那就是說举前一命題已經够了。若前后两命題并举，不过是費詞而已，其效果等于仅举前一命題。基本命題的数目旣求其少，則它們彼此独立以免重复之病。

c. 演繹支部就是由演繹干部所推論出来的各部分。此处所要注意的就是"推論"二字。"推論"二字或有含糊的地方，它們的涵义至少有以下成分。

(一)所有推論出来的部分，所有推論出来的命題，都是演繹干部所能有的部分，所能有的命題。从心理方面說，或从认識方面說，推論出来的部分或者有"新"的部分，推論出来的命題或者有"新"的命題；但从演繹干部所蘊涵的意义方面說，推論出来的部分或命題都是干部所有或能有的部分或命題，所以它們不是"新"的部分或"新"的命題。

(二)推論出来的部分，都是已經証明的部分；推論出来的命題，都是已經証明的命題。証明与証实不同。証明仅有系統內的标准，証实尙有系統外的标准。如果我們把一演繹系統仅仅視为一演繹系統，我們仅有証明的問題；如果我們同时把它当作一門科学，則除証明問題之外，尙有証实問題。推論出来的部分或命題旣云"推論"出来，則必遵守一系統的标准与它的推論的原則。旣然如此，則在一系統范圍之內，它們当然是已經証明的了。

(三)推論出来的部分或命題，其性質其界說均由干部而定。干部的思想与命題，如为几何学方面的思想或命題，則推論出来的部分或命題也就是几何学方面的部分或命題。其他由此类推。部分的长短，范圍的寬狹，命題的多少則不必因干部而定。所謂不必因干部而定者是說它們的标准可以是系統之外的标准。

3. 照以上所說一演繹系統之性質，因其干部而定，所以干部的性質亦即整个系統的性質。旣然如此，演繹系統的种类也就是干部的种类。現在我們要介紹一种演繹系統的通式。一种演繹系統

的通式不是普遍演繹系統的通式，演繹系統不仅止于一种通式。一种演繹系統的通式本身不是一系統，好像 ϕx 是一种命題的函量，而本身不是一命題。

a. 玆举以下一种演繹干部通式：

基本概念任指詞

(一)原子，a, b, c, …

(二)运算或关系， $\oplus$

$\odot$

基本命題函量

(一) $(a,b).\ a\oplus b$ 是原子

(二) $(a,b).\ a\odot b$ 是原子

(三) $(a,b).\ a\oplus b=b\oplus a$

(四) $(a,b).\ a\odot b=b\odot a$

(五) $(\exists Z)(a).\ a\oplus Z=a$

(六) $(\exists U)(a).\ a\odot U=a$

(七) $(a,b,c).\ a\oplus(b\odot c)=(a\oplus b)\odot(a\oplus c)$

(八) $(a,b,c).\ a\odot(b\oplus c)=(a\odot b)\oplus(a\odot c)$

(九) $(a)(\exists\bar{a}).\ a\oplus\bar{a}=U$

$a\odot\bar{a}=Z$

(十)至少有两个原子

b. 大部分的讀者对于以上或者感覚茫然。"原子"，$\oplus$，$\odot$，(ab)，$(\exists Z)$，$(\exists U)$，$(\bar{a})$ 等等均不知应作何解釋。但以上以符号表示的公式其所以为干部通式者，一方面就是因为它可以有解釋，而不必限于任何一解釋，所以沒有"应"作何解釋的問題。以上的系統可以作以下的解釋。

(一)設以原子代表命題，$\oplus$ 代表"或者"，$\odot$ 代表"与"，a, b, 代表任何命題，$(\exists)$ 代表"有"，U代表"眞"，Z 代表"假"，$\bar{a}$ 代表"非a"，

则以上基本命题函量都变成基本命題。例如(一)如 a,b 为两命題,a或者 b 也是一命題。(三)如 a,b 为两命題,"a 或者 b" 等于"b 或者a"。(九)的前一半为排中律,后一半为矛盾律。其他可以不举,讀者可以自己去試一試。

(二)設以原子代表"类",⊕⊙(ᴲ) 仍旧,U 代表有份子的类,Z 代表无份子的类,ā 代表"非 a 类",則以上基本命題函量也就都变成基本命題。第九命題說,"a 类或者非 a 类是有份子的类""a 类而又非 a 类是无份子的类"。其他命題都說得通。

(三)以原子代表"区域",或一种特殊的数目——如 Boolian Integers——其余符号加以相当的解釋亦都說得通。即以原子代表談論的范圍——Universe of Discourse——也可以說得通。每一个解釋是一个系統。这些可以解釋以上系統通式的系統是一种演繹系統,反过来說这一种演繹系統的通式就是以上所举的系統的通式。

c. 因原子可以代表不同的东西,⊕与⊙可以代表不同的运算或关系等等,以上那种演繹系統通式可以解釋成性质不同的系統。那就是說它可以解釋成一数目的系統,也可以解釋成一几何的系統,也可以解釋成类的系統或命題的系統。如果我們把邏輯一字限制到它的狹义范圍之內,则一种演繹系統通式不必代表一邏輯系統。旣然如此,以上所說的話虽可以說是与邏輯系統有关,而不必是对于邏輯系統的討論。究竟甚么样的系統是邏輯系統,以后还要談到。

B. 演繹系統与邏輯系統的界說。每一演繹系統都划分一領域,一范圍,或一界說。旣有此情形,則必有达到此情形的工具。現在所要提出討論的就是这种工具。

1. 演繹系統划分界說的工具。演繹系統划分界說的工具大略可以分为以下三項:(a)保留的工具,(b)淘汰的工具,(c)推行的工具。茲特分别討論。

a. 保留的工具。每一系統的原子就是那一系統所要对付的对象，每一系統的运算或关系就是运用那种对象的工具。有对象而无运用的工具，根本就不能有組織那对象的可能。有对象，有运用对象的工具，而无基本命題，則工具虽有，而运用工具的方法仍缺。基本命題的責任有时仅是一系統的大前提，有时兼是运用工具的法則。这两种不同的情形以后再討論。无論如何基本命題总是一系統的前提。既是一系統的前提，則合于此前提的运用原子的方法，就是保留的标准。根据此保留的标准，原来的运用工具就变成了保留的工具。一演繹系統的支部都是要保留的部分。

b. 不合于基本命題的运用原子的方法就是淘汰的标准，而根据此标准，原来的运用工具就变成了淘汰的工具。可是在此处我們要注意以上曾經提及的一点；一演繹支部的部分的大小，命題的多少，不是系統內的問題，那就是說演繹支部虽都是一演繹系統所要保留的部分，而不必是一演繹系統所能保留的部分。有些部分虽可以保留而沒有保留。所以我們不能說沒有保留的部分都是要淘汰的部分。我們只能說要淘汰的部分都是不能保留的。这样一来有些部分既不必保留，也不必淘汰。这些"中立"部分有时有特別的情形是我們所应注意的。对于这一层，以后到相当时期再說。

c. 推行工具。以上保存的工具与淘汰的工具都包含推行的工具。可是推行的工具有时在系統范圍之內，有时在系統范圍之外，这要看基本命題是否仅是一系統的前提，或兼是那一系統的运用工具的法則。如果基本命題仅是前者，有些推行工具在系統范圍之外；如果兼是后者，則所有推行工具均在系統范圍之內。所謂推行的工具即以上所說的"自生"的工具，沒有这种工具，一演繹系統的干部就不能"动"，那就是說支部"生产"不出来，而系統就不成其为系統。

以上三种工具不过是分析出来的情形，事实上它們好像耕田

的犁一样，犁一动，土就分，界限也就随之而出。但說到系統的界說，我們不能不說分析的話。邏輯系統的特別情形是由这样的分析才能比較地弄清楚。

2. 邏輯系統的界說。邏輯系統与其他演繹系統的分别不是原子的分别，运算的分别，或关系的分别。以上所举的一种系統通式可以解釋成几何学，类学，命題学，或几何系統，类的系統，或命題的系統。一演繹系統不因其原子为点綫等等就不是邏輯系統，也不因其原子为类为命題就变成邏輯系統。邏輯系統可以說是沒有特殊的原子，它的独有情形不在原子而在它的系統所要保留的“东西”，(此处用“东西”二字是因为我們不知道更便当的名詞)。为表示邏輯系統之所以为邏輯系統起見，我們請注意以下諸点。

a. “可能”二字不易解釋，假設我們知道它的意义。每一件事实是一个可能，可是每一个可能不必是一件事实。演繹系統既如A段所述不必牵扯到眞假問題，当然也就不必限于一件一件的事实，或表示一大堆事实的自然律或普遍命題。它所包含的总有一部分是可能的研究，或者总有一方面可以視为可能的研究。有些系統可以視为可能的分类。可能的分类也不限于一可能。最便当的或者是把可能分为两类。但如果我們不怕麻煩，我們也可以把它分为三类或四类。簡单的說我們可把它分“n”类。

b. 把可能分为“n”类之后有两种很重要的性质发生；一为承认所有的可能，一为否认所有的可能。如果一个演繹系統是一个分可能为“n”类的系統，則在那一系統范圍之內，列举“n”可能中各可能而分别承认之，是那一系統所无法逃避的情形。这情形我們以“必然”二字形容之。設一系統把可能分为两类，分别承认此两种可能的命題在那一系統范圍之內为必然的命題。設另一系統把可能分为三类，分别承认此三类的命題在第二系統范圍之內为必然的命題。我們可以說在分可能为“n”类的系統范圍之內，分别承

认“n”可能的命题为那一系統的必然的命題。

c. 以上是分别承认所有的可能，还有否认所有可能的情形。如果一个演繹系統是分可能为“n”类的系統，則在那一系統范圍之內，列举“n”可能中之各可能而均否认之，是那一系統所不能承认其为可能的情形。这情形我們以不可能或“矛盾”一字形容之。設一系統把可能分为两类，否认此两类可能的命題为矛盾的命題。設另一系統把可能分为三类，則否认此三类可能的命題在第二系統范圍之內为矛盾的命題。由此类推，在一分可能为“n”类的系統，否认此“n”可能的命題为那一系統的矛盾命題。

3. 邏輯系統的特点如下：

a. 邏輯系統有保留的标准，保留的工具，与所要保留的情形。邏輯系統之所以为邏輯系統者，其特点，照許多人分析，就在它所要保留者，是必然的情形。必然的情形是相对的抑或是絕对的頗不易說。这个問題还是一般人继續在那里打笔墨官司的問題。我們在此处不討論这个問題，我們假設表示必然的方式是相对的。所謂相对者是說可能的分法不只一种，各种分法有表示必然的方法。但无論如何在一种系統范圍之內，只有一种必然，只能有一种必然。从命題方面着想——一系統总可以当作一大堆相关联的命題看待——如果一系統所要保留的都是那一系統的必然的命題，則那一系統是一邏輯系統。此处說“要保留”而不說“保留”者，因为邏輯系統所保留者在事实上，至少在事实上，或者还沒有做到都是必然命題的地步。

b. 邏輯系統有淘汰的标准，淘汰的工具，与所要淘汰的情形。这所要淘汰的情形就是以上所說的矛盾的情形。从命題方面說，所要淘汰的是矛盾的“命題”。

c. 保留与淘汰可以說是同时并进。既云并进，就表示有推行的工具。邏輯系統的推行的工具有所謂“蘊涵”，有“同”有“等”有

"代替"。这些工具也可以說是与系統为相对的。"同"与"等"或者有超过一特殊系統范圍之外的意义，这一点我們現在不必討論。現在所要注意的就是邏輯系統所要保留的旣是必然的命題，推行的工具就是把各种形式不同的必然的命題保留起来，加以組織，使它們成一系統。

以后关于必然，关于矛盾，关于蘊涵等等都要分別討論，此处不贅。邏輯系統的特点旣如以上所述，也就免不了有牵連出来的情形。照以上所說，邏輯系統的特点就是"必然"，而此"必然"的形式問題与实质問題有应特別注意的情形，我們似应分別討論如下。

4. 必然之形式。此处"形式"二字的意义与普通的不同，它們所指的是我們用以表示必然的工具的形式。此处說"必然之形式"而不說"必然的形式"者是因为我們所要提出的是"Form of Tautology"而不是"Tautological form"，必然之形式是相对的。以上我們曾經說过我們假設必然的表示是相对的。那时候我們沒有把形式与实质分別討論。現在我們要分別討論，分別之后，我們所要表示的是必然之形式是相对的。

a. 照以上所述：二分法的系統把可能分为二类，三分法的系統把可能分为三类，"n"分法的系統把可能分为"n"类。承认二分法系統中两可能的命題为二分法系統中的必然命題，承认三分法系統中的三可能的命題为三分法系統中的必然命題，承认"n"分法系統中的"n"可能的命題为"n"分法系統中的必然命題。这些不同系統中的必然命題都不同。事实上現在有三分法的系統。

b. 每一系統有它的基本概念与基本命題，那也就是說，每一系統有它的出发点。每一系統的出发点是否为必然的出发点呢？必然不是原子，不是运算，也不是一种簡单的关系；如果它是关系的时候，它是根据系統所认为合法的联合方法而組織起来的复杂关系。那么，基本概念无所謂必然。基本命題是否是必然的命題？这

問題不容易得一答案。但我們可以假設一系統的基本命題也都是那一系統的必然命題，进一步問那一系統的出发点是否也就因此成为必然的出发点。还是不能。出发点的形式不仅靠基本命題，也靠基本概念。而基本概念无所謂必然。

c. 現在的問題是基本概念是一系統范圍之內的思想呢，还是一系統范圍之外的思想呢？我們可以把基本概念当作解釋系統的思想，如果它們是解釋系統的思想，它們可以是系統范圍之外的思想。但我們也可以把它們当作一系統的原质，如果它們是系統的原质，它們也就是系統范圍之內的思想。至少从 P.M. 的系統看来，后說近似。但无論如何，即令所有的基本命題都是一系統的必然命題，即令必然命題之所以为必然与基本概念无涉，而所以表示那一必然的工具仍是靠基本概念。基本概念既无所謂必然，表示必然命題的工具（——此处的工具不是符号——）也就不是必然的。那就是說必然之形式是相对的。

以上(a)条所說的或者是偶然的情形，我們不能以之为以上結論的前提。但如果(b) (c) 两条的話靠得住，則即令把事实上所有的系統都連絡起来成一整个的系統，而那一整个的系統的形式仍不是必然的形式。无論一必然之系統是否同时就是一必然的系統，我們至少总可以說一系統的形式不是必然的。

5. 必然之实质。上面所說的形式是表現的形式，此处的实质是形式所表現的实质。形式与实质两字，或者容易发生誤会。我們可以利用 C. Peirce 的字眼，說上面的形式是"Token"，此处的实质是"Type"。如果美金一元是一个"Type"，在我的經驗中，这个"Type"至少就有两个"Token"，一为"美金一元"的錢票，一为"美金一元"的銀元。利用比方总不免有毛病，但如果利用比方可以間接地使我們領会到此处形式与实质的分別，我們也就不必十分注意到流弊。

必然之实质与必然之形式問題不同。以下諸点似应特別注意：

a. 必然之形式虽不必然，而必然之实質是必然。这命題的后面这一部分就等于表示同一律。同一律既不能否认，从这一方面着想，必然之实质不能不是必然。我們要注意，在文字上，"必然之形式"与"必然之实质"虽有同样的形式，而前者不等于"必然形式"，后者等于"必然实质"。那就是說无論必然之形式如何，必然之实质则一。因其有此实质，所以不同的邏輯系統都是邏輯系統；也因其有此实质，所以也有以下应特別注意的情形。

b. 无論必然的形式如何，一必然命題总是普遍的。这里的普遍，与自然律及其他眞的普遍命題的普遍不同。后一种命題是可以假而适无往而不眞的普遍命題，必然的命題根本就不能假。因其不能假，其所以眞者也与其他命題的眞不同。它不形容事实，而范疇事实，事实无論如何的变，总逃不出一必然命題的圈子。一邏輯系統既为必然之系統，則无論事实如何，它总可以引用。

c. 必然命題，不仅能普遍地引用于任何事实，而且也是推論的普遍公式。这一层似乎是近代新邏輯学的发現。此处的推論不是归納方面由相当証据而得到相当結果的推論，它是由前提而得到結論的推論。这一种推論都有它們的普遍公式，而各种不同的推論公式，在一邏輯系統范圍之內，都可以用必然命題表示之。所謂邏輯系統者无非是把各种不同的推論公式条理之，組織之，定其系統方面之先后，而以必然命題表示之。既然如此，一邏輯系統不仅能普遍地引用于事实，而且也是一普遍的对与不对的标准。

d. 照以上第(3)条的說法，邏輯系統所保留者既为必然命題，而所淘汰者既为矛盾，則有許許多多的命題，既不是一邏輯系統所要保留，也不是一邏輯系統所要淘汰。这些命題可以說既不在一邏輯系統范圍之外，也不在一邏輯系統范圍之內。承认与否认它

們的标准不是邏輯，而是观察，实驗，試驗等等。各种科学中的命題都在这个范圍之內。但这些命題的关系虽不必为必然，而不能为矛盾。若为矛盾則必为邏輯所淘汰。一命題与眞命題一致者虽不必眞，而与眞命題不对者必假；邏輯既为普遍的对与不对的标准，当然也是一范疇各种科学的普遍工具。

e. 本条所說的話，都是从必然之实质方面着想而不是从必然之形式方面着想，是从邏輯系統的实质方面着想而不是从邏輯系統的形式方面着想。每一邏輯系統都是邏輯之所能有的一种形式，所以每一邏輯系統都代表邏輯，可是邏輯不必为任何一系統所代表。邏輯系統是一种形式，虽然是必然之系統，而本身不是必然的。邏輯的实质就是必然，必然既不能不是必然，邏輯也不能沒有它的实质。我們在本条所注意的既然为实质，所談的問題就是邏輯；但以下又回到邏輯系統的問題，所以在下节我們还要談邏輯系統。

C. 邏輯系統的干部。

1. 自足的系統与不自足的系統。自足的意思是无求于外，不自足的意思是有求于外。邏輯系統有自足与不自足的分别。玆先以一不自足的演繹系統表示不自足的情形，然后提出自足的要求与达到此要求的办法。

a. 几何系統是一不自足的系統。它利用“同一”的思想，利用“所以”的思想，似乎也利用“不可能”的思想；可是它本身沒有解釋这种思想。它假設在它范圍之外，有邏輯随时可以供給它所用的一部分的原則。我們当然可以說几何系統不是邏輯系統，它可以利用一比較根本而同时比較更普遍的邏輯系統为它的基础。但不仅几何系統有此情形，即布尔(George Boole)的邏輯系統也有此情形。可見有时邏輯系統也是不自足的系統。

b. 現在的邏輯系統大都是自足的系統，而自足的情形恰与以上所說的相反。系統內所引用的思想均为系統本身所供給。欲达

到此目的，一系統不但要把它的干部的特别情形所应有的思想包括在內，而且要把那一系統所引用的思想都包括在內。自足的邏輯系統可以使我們說如果我們承认它，引用它，我們不必正式地利用那一系統范圍之外任何学問，任何科学，任何其它的系統所有的材料。这在从前似乎是不容易办到的事体，而現在似乎办到。

c. 达到此目的的办法似乎是两层。一方面以基本命題为系統的大前提，另一方面又以之为推論的公式。这样一来，大前提固在系統范圍之內，推論的公式也在系統范圍之內。以干部为前提，支部的命題都是結論，以干部为推論的公式，則由前提到結論的历程不过是一部分干部的引用而已。P. M. 的办法即是如此。基本命題之中以普通語言表示的命題似均为推論的公式。既然如此，不仅"如果……則"，即"所以"亦在系統范圍之中。这就是所謂自足的系統。

为使系統自足起見，基本概念的选擇不能不慎，而基本命題也要够以上所說的两方面的用处。但这不过是系統方面的問題，那就是說是表示方面的問題。所表示的实质仍在保留必然与淘汰矛盾。此目的之达到与否，达到的方法如何，方法之便利与否，均为表示問題，均为系統問題。以下对于基本思想与基本命題的討論，均可以視为保留必然，淘汰矛盾的工具或方式的討論。

2. 基本概念基本命題等等。

关于基本概念与基本命題等等的問題，本部第三章从长討論。

二、界說方面的种种

A. 可能的可能，"同一"的意义。以前曾經說过邏輯系統可以說是可能的分类。最初就有可能的可能問題。可能的可能或者有别的条件，但无論可能分为多少，每一个可能总要是那一个可能才行。如果一个可能可以不是那一个可能，至少說話无意义，而可能

就不能成其为可能。即以說話的可能而論，如果一个字可以不是那一个字，一句話可以不是那一句話，則語言文字不但无意义而且不能有意义。意义的条件不少，但至少有一条件为大家所承认的，此即普通所称为同一律中的“同一”思想。

1. 意义的条件。在此处我們順便說几句关于“律”的話，然后表示“同一”是能否有意义的条件，最后因“同一”有此职責，提出“同一”的說法問題。

a.“律”字的意义有二，一为“Jus”，一为“Lex”；若以这两意义为标准，普通所謂思想律者不是律。有些人的“思想”似乎不遵守思想律。有理性的思想的确遵守思想律；但有理性的思想，就是遵守思想律的思想；其結果是遵守思想律的思想，遵守思想律。思想“律”的“律”与其他的律大不相同，为免除誤会起見，最好是把思想律这名称根本取消。以后談到“必然”的时候还要提到此問題，此处从略。

b. 設有以下命題——“这張棹子是四方的”——这命題之所以能成为一命題者，有它的不可缺少的条件。不滿足此条件，一命題根本就不能成立。此不可缺乏的条件即“棹子”一定要是“棹子”，“四方”一定要是“四方”。如果“棹子”可以不是“棹子”，“四方”可以不是“四方”，則“这張棹子是四方的”，不能有意义。任何人稍微想一想即知道这个道理。如果“棹子”可以不是“棹子”，則指出任何一具体的东西說它是“棹子”等于以无量数中的任何一名称去形容那个具体的东西。在这种情形之下我們說“这是棹子”的时候，我們不过发出多少声音或者画了几个样式，我們根本沒有說話，也沒有利用文字表示一个命題来。“四方”也是一样，其他名称亦莫不皆然。否定命題亦然。在“这張棹子不是四方的”这命題里，棹子固然一定要是“棹子”，四方固然一定要是“四方”，而“不是”也一定要是“不是”。

c. 意义条件的同一是完全的同一，絕对的同一，否则它不能尽它为意义条件的責任。“同一”思想可以有另外的职务，但在此处可以不必提及。同一既是完全的同一，絕对的同一，則普通說法頗有問題发生。普通的說法有二：一是“一件东西与它本身相同”，一是“甲是甲”。前一說法把名称方面能有意义与否的条件当作形容事实的命題。这个根本說不通。在时点——空点，这个命題是眞的，但在时間——空間，因为“天下无不变的是事体”是眞的，这个命題是假的。后一說法也有毛病，一方面常常发生某甲是某甲的問題，另一方面又发生无論何时何地一件东西是否是甲的問題。若有这两方面的誤会，同一思想就說不通了。比較說得通的办法是把具体的东西与名称完全分开。如果以 x 代表具体的东西，我們可以用“如果——則”式的命題表示“同一”的思想，說“如果 x 是甲，x 就是甲”。这样的說法对于 x 那个具体的东西沒有肯定的主張；x 那个具体的东西可以是甲也可以不是甲，可以在一时是甲，在另一时不是甲，在一地是甲，在另一地不是甲。但对于甲有主張，那就是說甲总是甲。

2. “同一”的証明問題。学过邏輯的人或者要提出“同一”的証明問題。所謂証明者可以从两方面說，一方面是形式的証明，另一方面是实质的証明（此处实质两字与以前实质两字的意义不同，此处表示事实）。前一方面称为証明，后一方面称为証实。先討論証明問題。

a. 証明是不能离开系統的問題，所以談到証明，就談到一特殊系統。在一特殊系統范圍之內，同一原則是可以証明的。P. M. 的基本概念中沒有“同一”的思想，基本命題中也沒有“同一”的原則；但“同一原則”与所謂“同一律”者在 P. M. 均是推論出来的命題，那就是說它們都是得到証明的命題。其所以有如此情形者理由如下：

(一)照現在的邏輯系統看来，只有基本概念是不給它們下定义的思想，亦只有基本命題是不給它們証明的命題。其它概念都有定义，其它命題都有証明。事实上办到与否是另一問題。

(二)一系統的基本概念与基本命題的选擇根据于簡单便利等等問題或标准，而沒有那一系統范圍之外的根本与不根本的問題发生。在一系統范圍之內的根本思想，在另一系統不必是根本的思想。

(三)一系統范圍之內有那一系統的特殊先后問題。照二条所說，"同一"概念不必是一系統的最先的思想，"同一"原則也不必是一系統的最先命題。

(四)旣然如此，如果一特殊系統的基本思想或命題是相当的或得当的，或能尽职的，而"同一"概念不是那一系統的基本概念，或"同一"原則不是那一系統的基本命題，則照那一系統的証明方式，"同一"概念当然是可以下定义的，而"同一"原則当然是可以証明的。

b. 习于傳統邏輯学的人，或者习于哲学的人，不免要說"同一律"非常之根本。无論你說一句甚么話，那一句話就蘊涵"同一律"。形式方面的証明不能离开命題。引用任何的命題来証明同一律等于"先"承认同一律而"后"再証明"同一律"。这个意見，作者从前也相信，現在想想似乎問題全在"先""后"两字。普通先后两字有时間方面的先后与邏輯方面的先后两意义。我們現在所要注意的当然仅是邏輯方面的先后，而邏輯方面的先后也有两个不同的意义。

(一)宪法有成文与不成文的分別。这种字眼虽然容易发生誤会，可是为求达意起見，我們似乎可以借用。邏輯方面的先后也有成文与不成文的分別。所謂成文的先后者是一系統內以語言文字或符号表示的命題的先后；所謂不成文的先后者是一系統內所有

的命題彼此所能有而未以文字或符号表示的涵义。在一系統范圍之內只有成文的先后是那一系統所能承认的先后。为甚么呢？如果我們有一个理想的演繹系統，这个系統有一万个命題。这个系統既是理想的，一定是百分的严格，既然是百分的严格，則从命題的不成文的涵义方面着想，說了头几个命題的时候，已經說上了一万个命題。如果在这个理想的系統范圍之內我們承认不成文的先后，則第一万个命題反可以說在头几个命題之先，因为头几个命題之涵义中已經有第一万个命題在內。由此可見在任何一系統范圍之內，只有成文的先后是那一系統所能承认的先后。

（二）既有以上的道理，則在一系統之內，"同一"原則的証明問題根本就不会有能不能証明的問題。如果同一思想是一系統中基本概念之一，我們不給它下定义；如果同一原則是一系統中基本命題之一，我們不給它証明。如果同一原則发現于一系統內推論出来的命題之中，則在那一系統范圍之內，它已經有証明。如果既不是一系統的基本命題之一，也不在推論出来的命題之中，則那一系統，如果視为自足的邏輯系統，恐怕就有毛病。

3. 証实問題。如果我們所求者是同一原則的証实問題，而所謂証实者是举事列物求与"同一"原則相符的事实，則我們根本談不到証实。其所以有如此情形者理由如下。

a. "同一"原則根本不能形容具体的事物的状态。我国的成語說"天下无不变的事体"。从性质方面說，事物在百年之內可变，在一年之內我們不能必其不变，既然如此，在一月，一日，一时，一秒钟之內，我們也不能必其不变。至多我們只能說在相当情形之下我們不能經驗事物的变迁。但事物的变迁有我們所能經驗的，有我們所不能經驗的，有我們已經經驗的，有我們未曾經驗的。我們未曾經驗一事物之变，不是說那一事物沒有变；我們不能經驗一事物之变，不是說那一事物不能变。总而言之，在有量时間事物总可

以变，既可以变，则引用同一原则以形容有量时間的事物，所得到的或者是一个假命題，或者是一命題函量，有时假，有时眞。无論如何，所得到的不是普遍的原則。

b. 从关系方面着想，我們更可以說事物无时不变。具体的事物普通大都认为是占时空的事物。别的关系可以不提，时空的关系总是在那里变。空間关系之变与不变完全要看环境的大小范圍如何。若以天文学所研究的对象为环境，则我們房子里东西的空間关系无时不变。至于具体东西的时間上的关系当然是老在那里变。总而言之，具体的东西，无論从性质方面或从关系方面着想，总不能保其不变。既然如此，同一原則根本不能形容具体的事物。

c. 如果我們把时間縮小到时点，縮小到不存在或不能經驗的时点，我們或者可以意想得到一具体的事物在“时点”完全与它自己相同。可是我們要記得，这种“时点”的存在就发生問題。即令把“存在”两字的意义改变，使我們能說这种“时点”存在，而我們仍然不能經驗它。我們既不能經驗“时点”，当然也就不能經驗在“时点”的具体的事物。总而言之，一个东西在时点上或者可以說与它自己完全相同，絕对相同，但是我們既不能經驗此情形，根本沒有証实的問題。如果証实的問題有意义，則具体的东西一定是在时間的东西，而在时間的东西，我們不能保其不变，既不能保其不变，就不能談同一。

以上三点，都表示“同一”原則不是形容事物的原則，根本沒有証实的問題。

4. 同一原則的眞假与有用或无用的問題。上面所說的是同一原則无所謂証实問題；它不必要有这种証实才能成立，反过来說它也不因为沒有証实就不能成立。現在有人提出同一的原則的眞假問題与它有用或无用的問題。茲先提出眞假問題，次提出有

用与否的問題。此两問題的答案可以总結以上关于同一的討論。

a. 眞假有两方面，一方面是不必眞的眞，不必假的假，另一方面是必眞的眞，必假的假。普通命題的眞是不必眞的眞，假也是不必假的假；同一原則是邏輯命題，是以下所要解析的必然命題；它的眞是必眞的眞，不是不必眞而适眞的眞。

（一）以上曾經說过，同一原則不是表示一件事实的命題，不是形容事物的命題。既然如此，引用天演变化以之为对于同一原則的批評根本就不相干。

（二）同一原則无往而不眞。它是本章B节所討論的必然命題。必然命題对于事实毫无断定，对于可能莫不分別地承认。它根本不能假，关于这一点，下节当詳言之。这里我們仅断定"如果x是甲，則x是甲"是一不能假的命題，而不能假的理由与其它必然命題之不能假的理由一样。

（三）同一原則既是必眞的命題，它沒有普通所謂眞假的問題。其所以发生普通所謂眞假問題者，因为有些人誤认它为断定事实或形容事物的普遍命題。承认这里第一条的理由，則同一原則不因其不表示事实而为假；承认第二条的理由，則它沒有普通的眞假問題。

b. 有人說"同一"原則无用。所謂无用者是說此原則既不能形容具体的东西，則与"科学"不相干，于知識毫无用处。用与无用是根据于一种要求才能說的。沒有一种普遍的有用或无用的东西或思想或原則。如果我們的要求是收复东北四省，至少我們可以說同一原則沒有直接的用处。可是如果我們的要求是說話要有意义，則"同一"原則是不能缺少的。如果知識須用命題表示，則同一原則也是不可少的。如果科学是条理化的知識，而它的表現又是一組有系統的命題，則同一原則又是不可缺少的。既沒有普遍的有

用或无用的东西或思想，則有用无用的命題，似乎要看对于甚么样的要求，才能有意义。

B. 必然的解釋。在未討論必然之前，我們可以提出一青年所难免发生的問題。作者在十几年前与同学清談时，就不免表示对于算学家有十分的景仰。尤其使他五体投地的就是算学家可以坐在书房写公式，不必求合于自然界而自然界却毫不反抗地自动地承受算学公式。这問題在許多讀者們中或者根本沒有发生过，或者发生过而自己有相当的解釋，亦未可知。作者对于此問題，以算学素非所习，所以談不到解釋的方式。近年經奧人維特根斯坦与英人袁梦西的分析才知道純粹算学，至少他們所称为“純粹算学”的算学，或邏輯学，有一种特别的情形。此情形即为以上所称为邏輯的必然，或穷尽可能的必然。对于这种必然我們可以分以下三层討論。

同时，排中律就是一最簡单而又最显而易見的必然命題，此处討論必然命題，間接地也就是在那里討論排中律。

1. 要知道此种必然的性质，我們最好先談二分法。設以 X 代表任何东西或事体或事实或思想，如果我們引用二分法，即有 X 与非 X 的正反的分别。

a. 如果 X 代表类称，引用二分法后即有正反两种类称，那就是，X 与 $\bar{X}$（非 X）。

这种正反两分别的变类要看原来的类称数目多少。有 $\bar{X}$ 与 Y 两类，引用二分法后，就有四种不同的类称。如果以 X 代表非 X 类，$\bar{Y}$ 代表非 Y 类，这四种类称如下：

$X\ Y,\quad X\ \bar{Y}$'

$\bar{X}\ Y$'$\quad \bar{X}\ \bar{Y},$

如果我們有 X Y Z 三类称，引用二分法后，就有以下八类：

$X\ Y\ Z,\quad \bar{X}\ Y\ Z,\quad X\ \bar{Y}\ Z,$

$X\ Y\ \bar{Z}$, $\bar{X}\ \bar{Y}\ Z$, $X\ \bar{Y}\ \bar{Z}$,

$\bar{X}\ Y\ \bar{Z}$, $\bar{X}\ \bar{Y}\ \bar{Z}$。

由此我們可以看出如果我們以 2 表示正与反两分别，n 代表原来类称数目，引用二分法后，所能有的类称的总数为2^n。

b. 以上是以二分法引用于类称，可是当然不必限制到类称方面。現在研究邏輯的人似乎都覺得命題比类称还要根本。这一层在此处不必討論。我們所注意的是二分法之引用于命題方面与用之于类称方面是一样的。命題也可以有正与反。普通以正为眞以反为假，我們可以照办。可是我們不要把眞假看得太呆板，我們現在只认它們为正与反两絕对分别中之一种解釋而已。

如果我們有一个命題 p，引用眞假二分法后，就有以下眞假两可能。

p' $\bar{p}$。

如果有两个命題 p 与 q 引用二分法后，就有以下四可能：

$p\ q$, $p\ \bar{q}$,

$\bar{p}\ q$, $\bar{p}\ \bar{q}$。

如果有三个命題 p, q 与 r, 引用二分法后，就有以下八个可能：

$p\ q\ r$, $\bar{p}\ q\ r$, $p\ \bar{q}\ r$,

$p\ q\ \bar{r}$, $\bar{p}\ \bar{q}\ r$, $p\ \bar{q}\ \bar{r}$,

$\bar{p}\ q\ \bar{r}$, $\bar{p}\ \bar{q}\ \bar{r}$。

这种可能我們称为眞假可能。它的数目为 2^n，与类称方面的正反可能一样。

2. 类称方面的正反可能有正反可能的函数，命題方面的眞假可能有眞假可能的函数。我們从最簡单的例着手。

a. 一个命題 p，引用二分法后，有眞假两可能，我們最好用以下方式表示这两个可能：

P	
1.	眞
2.	假

可是对于这两个可能,我們从承认与否认方面着想,可以有四种不同的态度,或者說有四种眞假可能的函数。这四种不同的态度,可以表示如下:

	1.	2.
a.	眞	眞
b.	眞	假
c.	假	眞
d.	假	假

以上"1"与"2"代表一命題的眞假两可能,"a""b""c""d"代表四种不同的态度,或眞假可能的函数。原来的眞假两可能是两个命題,一个說P是眞的,一个說p是假的。a b c d四个不同的态度是四个不同的命題如下:

a.——「"P是眞的"是眞的或"P是假的"是眞的。」

b.——「“P 是眞的”是眞的而“P 是假的”是假的。」

c.——「“P 是眞的”是假的而“P 是假的”是眞的。」

d.——「“P 是眞的”是假的“P 是假的”也是假的。」

以上四命題中，“b”与“c”可以不必提出討論，因为它們只承认眞假两可能中之一可能。“b”命題不过是說“P 是眞的”，因“P 是假的是假的”等于“P 是眞的”。“c”命題不过是說“P 是假的”，因“P 是眞的是假的”等于“P 是假的”。

b.“a”与“d”两命題有特別的情形。“d”命題对于原来的两可能均不承认。原来的眞假两可能一方面彼此不相容，另一方面彼此穷尽；事实上的情形无論若何的复杂不能逃出二者范圍之外。換句話說，所有的可能都包括在原来两可能之中。若将所有的可能均否认之是不可能。“d”命題旣否认所有的可能，是一不可能的命題，那就是說是一矛盾。

“a”命題与“d”命題的情形恰恰相反。“a”命題把原来任何可能都承认了。“d”命題不能是眞的，而“a”命題則不能是假的。这两个命題的眞假与寻常命題的眞假不同。寻常命題或者是眞的或者是假的而这两个命題中一个不能不假，一个不能不眞。

我們要記得“a”命題說「“P 是眞的”是眞的或者“P 是假的”是眞的。」这不过是說“P 是眞的或者 p 是假的”。我們可以用一个很寻常的命題来試試。假如我們說“这个东西或者是棹子或者不是棹子”，这句話无論如何是不会錯的。所謂“这个东西”者旣可以是棹子，而不是其它的东西，但也可以是人，或者是椅子，或者是米，或者是西瓜……等等。可是无論它是什么，它都可以容納到“是棹子或者不是棹子”的范圍之內。照此看来“a”命題无往而不眞，我們不能否认它，因为在引用二分法条件之下它承认所有的可能。

同时我們也要注意“a”命題这样的命題对于具体的事实或自

然界的情形根本就沒有一句肯定的話。这种命題旣不限制到一个可能而承认所有的可能，在无論甚么情形之下，它都可以引用。这就是承认所有可能的“必然”命題。

c. 以上不过是就一个命題而說的話，如果有 p.q 两命題，原則一样，不过眞假可能加多而已。p 与 q 两命題的眞假可能有四个如下：

$p\ q$， $p\ \bar{q}$，

$\bar{p}\ q$， $\bar{p}\ \bar{q}$。

而这四个眞假可能的函数則有十六个。那就是說，我們对于这四个可能可以有十六个不同的命題表示十六个不同的态度。此十六个命題之中有一个不可能的命題，有一个必然的命題。前者否认所有的可能，后者承认任何可能。

如果我們有三个命題如 p, q, r，我們有八个眞假可能，有二百五十六个眞假可能的函数。那就是說，我們可以有二百五十六个命題，表示对于这八个可能有二百五十六个不同的态度。这些命題之中有一个否认所有的可能，所以是矛盾的命題；有一个承认任何可能，所以是必然的命題。

3. 凡从以上所討論的必然的命題所推論出来的命題都是必然的命題。这句話容易說，而不容易表示，更不容易証明。現在姑就容易着手的一方面，表示邏輯的基本命題是方才所說的这一种必然的命題。邏輯与算学或者是已經打成一片，或者是可以打成一片；或者是根本不能打成一片；但无論如何，在 P.M. 的定义范圍之內它們是已經打成一片。这部书的基本命題也就是它的邏輯与算学的前提。我們可以看看这些基本命題是否是必然的命題。

P. M. 第一章(在 1910 版中)有六个基本概念，一个定义，十个基本命題。基本命題之中，有五个是用符号表示的，有五个是用普通言語表示的。后者之中有两个是推論的規律。以語言表示的基

本命题应否視为此系統的基本部分，頗发生疑問。无論如何本文可以不去管它們。我們在此处仅表示所有以符号表示的五个基本命题都是必然的命题。

1.01　$p \supset q \cdot = \cdot \sim p \vee q$　Df.

这是定义。我們要利用这个定义，去表示以下五个基本命题都是必然的命题。我們要知这：

$\sim p \vee q = \sim p \sim q \vee \sim p\ q\ \vee p\ q$

以上"～"代表"非"或"反"，"∨"代表"或者"。

1·2　$\vdash : p \vee p \cdot \supset \cdot p$　Pp.（Pp 表示是基本命题）

这是第一个以符号表示的基本命题。照以上的定义它可以变成以下的形式：

$= \sim (p \vee p) \vee p$

$= \sim p \sim p \vee p$

$= \sim p \vee p$

这个命题說"p 或者是假的或者是眞的"。一个命题 p 只有这两个可能，若此两可能之中任何一可能均为此基本命题所承认，它一定是必然的命题。

1·3　$\vdash : q \cdot \supset \cdot p \vee q$　Pp.

照以上的基本定义，这命题可以变成以下諸形式：

$= \sim q \cdot \vee \cdot (p \vee q)$

$= \sim q \cdot \vee : (pq \cdot \vee \cdot p \sim q \cdot \vee \cdot \sim pq)$

$= p \sim q \cdot \vee \cdot \sim p \sim q \cdot \vee \cdot pq \cdot \vee \cdot p \sim q \cdot \vee \cdot \sim pq$

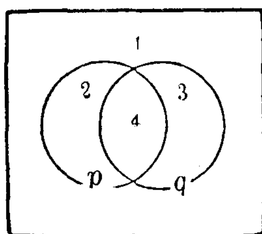
$= p \sim q \cdot \vee \cdot \sim p \sim q \cdot \vee \cdot pq \cdot \vee \cdot \sim pq$

1·4　$\vdash : p \vee q \cdot \supset \cdot q \vee p$　Pp.

$= \sim (p \vee q) \cdot \vee \cdot q \vee p$

$= \sim p \sim q \cdot \vee \cdot pq \cdot \vee \sim pq \cdot \vee \cdot p \sim q$

p 与 q 两命题的眞假可能可用下图表示：



$1 = \sim p \sim q$　　$2 = p \sim q$

$3 = \sim pq$　　$4 = pq$

以上 1·3 与 1·4 两基本命题把 p 与 q 所有的眞假可能中的任何可能均承认之，所以它們都是以上所討論的必然命題。

1·5　$\vdash : p \vee (q \vee r) \cdot \supset \cdot q \vee (p \vee r)$

根据同样的办法，这一个命题可以有以下的形式上的变化：

$= \sim [p \vee (q \vee r)] \cdot \vee \cdot [q \vee (p \vee r)]$

$= \sim [p \cdot \vee \cdot (q \sim r \cdot \vee \cdot qr \cdot \vee \cdot \sim qr)] \cdot \vee \cdot [q \cdot \vee \cdot (p \sim r \cdot \vee \cdot pr \cdot \vee \cdot \sim pr)]$

$= \sim p \sim q \sim r \cdot \vee \cdot [q \cdot \vee \cdot (p \sim r \cdot \vee \cdot pr \cdot \vee \cdot \sim pr)]$

$= \sim p \sim q \sim r \cdot \vee \cdot \sim pq \sim r \cdot \vee \cdot pq \sim r \cdot \vee \cdot pqr \cdot \vee \cdot \sim pqr \cdot \vee \cdot p \sim q \sim r \cdot \vee \cdot p \sim qr \cdot \vee \cdot \sim p \sim qr$

1·6　$\vdash : q \supset r \cdot \supset : p \vee q \cdot \supset \cdot p \vee r$

我們可以先把以上命題分成两部，用同样的办法改变它的形式。

$q \supset r \cdot = \cdot \sim q \vee r$

$= \sim q \sim r \cdot \vee \cdot \sim qr \cdot \vee \cdot qr$

而 $p \vee q \cdot \supset \cdot p \vee r = \sim (p \vee q) \cdot \vee \cdot (p \vee r)$

$= \sim p \sim q \cdot \vee \cdot (p \sim r \cdot \vee \cdot pr \cdot \vee \cdot \sim pr)$

所以整个的命題是：

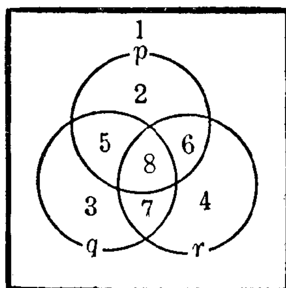
$\sim[\sim q\sim r\cdot\vee\cdot\sim qr\cdot\vee\cdot qr]\cdot\vee\cdot[\sim p\sim q\cdot\vee\cdot$
$(p\sim r\cdot\vee\cdot pr\cdot\vee\cdot\sim pr)]$
$=q\sim r\cdot\vee\cdot[\sim p\sim q\sim r\cdot\vee\cdot\sim p\sim qr\cdot\vee\cdot p\sim q\sim r$
$\cdot\vee\cdot pq\sim r\cdot\vee\cdot p\sim qr\cdot\vee\cdot pqr\cdot\vee\cdot\sim pqr]$

可是 q～r 对于 p 有两个可能；pq～r 与 ～pq～r，所以以上又

$=pq\sim r\cdot\vee\cdot\sim pq\sim r\cdot\vee\cdot\sim p\sim q\sim r\cdot\vee\cdot\sim p\sim qr$
$\cdot\vee\cdot p\sim q\sim r\cdot\vee\cdot pq\sim r\cdot\vee\cdot p\sim qr\cdot\vee\cdot pqr\cdot\vee$
$\cdot\sim pqr$

此中 pq～r 重复，但毫无妨碍。

p，q，r 三命题的眞假可能共有八个，兹以图表示如下：



$1=\sim p\sim q\sim r$　　$2=p\sim q\sim r$

$3=\sim pq\sim r$　　$4=\sim p\sim qr$

$5=pq\sim r$　　$6=p\sim qr$

$7=\sim pqr$　　$8=pqr$

以上 1·5 与 1·6 两基本命題把 p，q，r 所有的眞假可能中的任何可能均承认之，所以它們也是以上所討論的必然命題。

P.M. 的十个基本命題中，五个以語言表示的都沒有"⊢"符号。有这个符号，表示这部书的作者肯定的說这些命題是眞的。照以上的分析，这五个以符号表示的命題不但是眞而且都是必然的命題。

C. 邏輯的取舍。上面所提出的是必然的性质。我們費那么大

工夫去討論它，因为它是邏輯系統所要表示的实质。在本段我們要提出矛盾的性质，因为它是邏輯系統之所要淘汰的。但矛盾問題，我們在此处仅能討論一部分，另一部分是自相矛盾与廢話的問題，对于这問題，作者感覺麻煩，在本书不預备提出。所以本段所注意的仅为矛盾的性质及說法，表示它为邏輯之所舍，而非邏輯之所取。因为在此处注重邏輯的取舍，我們借这个机会討論所謂“思想律”者在邏輯与邏輯系統的位置。

1. 矛盾的性质。

a. 在上段討論必然时，已經說明引用二分法于一命題我們有眞假两可能，而对于这两个可能，我們可以有四个眞假函数。这四个之中，有一个是必然的命題，有一个是矛盾的命題。在上段我們所討論的是第(一)命題，它是一个必然的命題。在本段我們要討論第(四)命題。它是矛盾的命題，旣然是矛盾，它是命題与否頗有問題，但現在我們可以不管。

b. 为什么說它是矛盾命題呢？这个命題說 p 是假的是假的，那就是說 p 是眞的；而又說 p 是眞的是假的，那就是說 p 是假的。其結果这句話等于說“p 旣是眞的又是假的”。这样的話普通认为是矛盾的命題，傳統邏輯給我們这种习慣，在此处我們不妨引用故有的名称。矛盾的性质，因以上第(四)命題那样說法，有使我們容易清楚明白的好处。我們旣引用二分法，就是把可能分为两类。事实无所逃于此两可能之間，非此即彼，非彼即此，若将此两可能均否认之是不可能。矛盾命題之所以为不可能的者在此。若以以下命題为例：

甲，“这(指一个东西)是四方的”引用二分法后，就有以下命題。

乙，“这(指那一东西)不是四方的”。

事实上无論所指的东西是甚么——是四方的也好，是长方的也好，是圓的也好……——这两命題不能都是假的（廢話問題以后再

談)。如果我們两可能均否认之,即否认二分法范圍之內所有的可能。否认所有的可能当然是不可能，因为所有的可能都是不可能为一自相矛盾的命題。如果所有的可能都是不可能是一可能則所否认的不是所有的可能;如果所否认的为所有的可能,則否认所有的可能不是一个可能。总而言之,矛盾之所以为不可能者,因为它否认所有的可能。

2. 矛盾律的說法与証明等問題。"矛盾"这思想与"同一"一样也有說法与証明两問題。我們可以利用这两个問題表示矛盾之性质与它在系統內所具的形式。

a. 矛盾所具的形式不一,茲以下列三說法为例:

(一)一命題不能是眞的与不是眞的

(二)x 不能是 B 与非 B

(三)x 不能是 B 与不是 B

(一)第一个說法完全是以命題方面的眞假两可能为表示矛盾的工具。这在以命題为原子的邏輯系統范圍之內是直接的相干的表示,而在以类为原子的邏輯系統范圍之內它虽仍表示矛盾,而无直接的用处。可是我們不能說它在第二范圍之內，沒有直接的用处,就以为我們不能利用它为表示矛盾的工具。

(二)第二个說法是以类称方面的正反两可能为表示矛盾的工具。对于此說法我們可以加以注解說"B 与非 B" 为不可能的类,所以 x 不能是 B 与非 B。这个說法虽然与上的一样表示矛盾，可是它在以类为原子的系統里它的用处比第一說法为直接。这里有"非 B"的范圍問題，但在此处我們不提出討論，因这个問題，牽扯到整个的"非"的問題。

(三)第三个說法可以說是以类表示矛盾，也可以說是以命題表示矛盾。在以类为原子的系統里,它有直接的用处,在以命題为原子的系統里，它也有直接的用处。若把类的系統与命題的系統

連合起来成一系統，我們有系統范圍之外的理由使我們先推演命題的系統，后推演类的系統。果若如此則由（一）可以得（三），由（三）可以得（二）。如果我們有系統范圍之外的理由使我們先推演类的系統，后推演命題的系統，我們或者能由（二）得（三）由（三）得（一）。

总而言之，矛盾的表示形式对于系統是相对的。因一系統的原子不同，利用以为表示矛盾的工具也可以不同。不仅如此，矛盾的表示，对于二分法也是相对的；如果我們利用三分法或n分法，則表示矛盾的方式与引用二分法的方式不同。

b. 矛盾律之証明問題。討論"同一"思想或"同一"原則的时候我們所特別注意的是系統內成文的先后問題。这个問題在証明"矛盾"原則一方面，似乎一样的重要，不过在此处我們可以特別地注意系統范圍之內与系統范圍之外不一致的情形。玆特举以下三"証明"的例：

（一）設以下例命題表示矛盾之原則：

甲，"一命題不能是眞的与不是眞的"

乙，"一命題能是眞的与不是眞的"

（甲）（乙）两命題的关系如何呢？如果（乙）命題不否认（甲）命題，則无論（乙）命題能成立与否，（甲）命題不受影响。如果（乙）命題否认（甲）命題，則（甲）（乙）之間必有一眞一假。那就是說：

丙，"一命題不能是'是眞的与不是眞的'与不是'是眞的与不是眞的'"

但（丙）命題等于說：

丁，"一命題不能是眞的与不是眞的"

（丁）命題就是（甲）命題。所以如果（乙）命題否认（甲）命題，則承认（甲）命題，所以（甲）命題是不能否认的，旣不能否认，則必得承认。但（甲）命題即矛盾原則，所以矛盾原則因用反証法而得証明。

(二)設以下例命題表示矛盾原則：

甲，$A\bar{A}=O$(沒有或不能有 A 与非 A 类)

乙，$\bar{A}=(1-A)$(非 A 即除 A 之外的所有一切)

丙，$A\bar{A}=A(1-A)$

丁，$A(1-A)=A-A^2$

戊，但 $A^2=A$(类与数不同的情形)

己，$A-A^2=A-A$

庚，$A-A=O$

辛，所以 $A\bar{A}=O$

(三)設以下例命題証明矛盾原則：

甲，$2{\cdot}33 \vdash . \sim(p \cdot \sim p)$

乙，証$\left[2{\cdot}10\frac{\sim p}{p}\right] \vdash . \sim p \lor \sim(\sim p)$

丙，$[2{\cdot}31] \vdash : \sim p \lor \sim(\sim p) . \supset . \sim(p \cdot \sim p)$

丁，$[(1).(2).1{\cdot}1] \vdash . \sim(p \cdot \sim p)$(以上見第三部)

c. 以上三个証明的例各有不同的情形。第一例的特殊情形就是(乙)命題与(丙)命題之間的那一段推論。那一段推論是承认矛盾原則以后才能成立的推論。推論能成立，才能証明矛盾原則，推論不能成立，我們不能以那种方法証明矛盾原則。推論之能成立与否要看我們承认矛盾原則与否。結果是第一例的証明是承认矛盾原則后再去証明矛盾原則。不仅如此，我們可以說它是直接引用矛盾原則去証明矛盾原則。

第二例也可以說是承认矛盾原則后去証明矛盾原則，可是在形式上它沒有直接引用矛盾原則去証明矛盾原則。在这里我們所应特別注意的是在一大堆具有等号(＝)的公式中，我們可以用此以明彼，也可以用彼以明此。我們所得到的是一部分思想的关联或互相关系。如果我們把第二例的秩序变更，我們也可以利用“$A\bar{A}$

$=O$”去証明“$A^2=A$”。这样看来，究竟誰証明誰，要看秩序如何。如果沒有一个特定的秩序，根本就談不到証明。

第三例的情形一方面与第二例一样，另一方面可不是一样。由前一方面說，我們表示“排中”原則，“或”(∨)，“与”(·)，“蘊涵”(⊃)，及“推論”原則与矛盾原則的相互关系。若无特殊秩序，我們可以用此以明彼，也可以用彼以明此。这是与第二例一样的。从后一方面說“或”为P.M.的基本概念(1910年版)，“蘊涵”为基本关系，“推論”原則为基本命題，由(乙)經(丙)到(丁)的推論根据于“推論原則”，“与”在矛盾原則未成文地发現以前，已經介紹，“排中”原則在矛盾原則未成文地发現以前，已經証明。P.M.有它的特別的秩序，在这个特別的秩序里，第三例毫无疑义地是矛盾原則的証明。

d. 以上的討論可以归納到以下諸点。

(一)在一邏輯系統范圍之內，所要証明的原則实即在那一系統范圍之內那一原則的表示方式。矛盾原則可以有不同的表示方式。每一方式在一相当的系統范圍之內才能証明，否則不能。

(二)所謂邏輯的証明都是邏輯系統內的証明而不是証实。但其所以能等于証实者因为邏輯系統中的命題是必然的命題。

(三)每一邏輯系統均有一特別的秩序，所謂成文的先后即此特別秩序中的先后。邏輯的証明，旣是邏輯系統中的証明，当然不能离开一系統的秩序。

(四)不在任何邏輯系統的立場上，即不在任何秩序的立場上，我們不能說邏輯的証明。

总而言之，談到証明，系統范圍之內与系統范圍之外的情形不一致。我們在此处可以說是利用“同一”思想“矛盾”思想以明“証明”，同时也利用“証明”思想以明“同一”与“矛盾”。

3. 所謂“思想律”的解釋。讀者或者要問以上对于“同一”与“矛

盾"两原則均討論"証明"間題，何以对于"排中"沒有討論，也沒有提出証明問題。其实B段所討論的必然的性质問題即为"排中"間題。"排中"原則的証明問題与其他两原則的証明問題稍微有点不同。邏輯系統所要保留的都是，或都要是，必然命題，而必然命題都表示"排中"原則。旣然如此，每一必然命題的証明都間接地是"排中"原則的証明。所以整个邏輯系統的演进可以視为"排中"原則的証明。

(A)节所討論的为"同一"，(B)节所討論的为"排中"，(C)节所討論的为矛盾。这三个原則就是傳統邏輯里的三个"思想律"。現在对于所謂"思想律"者有一番批評。有一个无关宏旨的批評，——就是思想律不是"律"的那一批評——因为前此已經提及，用不着再談。除此以外，也有別的批評，我們似乎不应該不提出討論。我覺得我們对于这三个原則有点誤会。在邏輯系統里，它們有两种不同的立場，一种是邏輯系統的实质，一种是邏輯系統的工具。习于傳統邏輯的人以"思想律"为无上的"根本"思想，而从事于符号邏輯的人又以为"思想律"与其他思想两相比較孰为"根本"一問題，完全为系統問題。这两說似乎都有理。前一說法似乎是界說方面的說法，后一說法似乎是工具方面的說法。茲特分别討論。

a. 界說方面的"同一""排中"与"矛盾"。同一原則是可能的可能，是意义的条件。它也是必然的命題。关于同一原則，我們不必再有所討論。此处所要討論的是排中原則与矛盾原則。

(一)"排中"原則。这个原則与其說是"排中"不如說是"排外"。排中原則的可能是彼此穷尽的可能。如把可能分为两类，則此两可能之外沒有第三可能；排中原則所排的是第三可能。如把可能分为三类，則三可能之外沒有第四可能；排中原則所排的是第四可能。如把可能分为n类，則n类可能之外沒有(n+1)可能；排中原

則所排的是(n+1)可能。所以說所謂"排中"实即"排外"。这个原則不过表示可能之拒絕遺漏而已。必然的命題从正面說是承认所有可能的命題，从反面說是拒絕遺漏的命題。邏輯所保留的是必然命題，所以它所保留的是表示"排中"原則的命題。

(二)"矛盾"原則。邏輯方面的可能不仅彼此穷尽，而且彼此不相容。如把可能分为两类，則此两可能不能同时承认之。如把可能分为三类，則此三可能不能同时承认之。如把可能分为n类，則此n可能不能同时承认之。矛盾原則可以說是表示可能之拒絕兼容。从消极方面說矛盾是否认所有的可能，从积极方面說它是所有可能的兼容。矛盾是邏輯之所要淘汰的，那就是邏輯之所捨。

(三)以上表示必然为邏輯之所取，矛盾为邏輯之所捨。其他既非矛盾又非必然的命題，邏輯既不捨，也不取。邏輯系統之所取为邏輯上之所不能不取，邏輯系統之所捨为邏輯上之所不能不捨。既非必然又非矛盾的命題在邏輯上均能取而不必取。对于这些命題取与不取的标准不在邏輯范圍之內，試驗，实驗，經驗，都是对于它們取与不取的标准。但有矛盾的命題在无論甚么系統范圍之內总是要淘汰的命題。

以上三点可以表示邏輯的功用。它是思想的剪刀，一方面它排除与它的标准相反的思想，另一方面因为它供給能取与否的标准，它又是組織其他任何系統的工具。各种学問都有它自已的系統，各系統虽有严与不严程度不同的問題，而其为系統則一，既为系統就不能离开邏輯。各种学問既都是这样，自然科学也是这样，不过命題之取与不取，承认与否，除邏輯标准之外，尙有旁的标准而已。

界說方面的"同一""排中"与"矛盾"不仅是邏輯系統中的思想，而且是邏輯的思想；不仅是邏輯系統中的組織工具，而且是組織別的系統的工具与标准。傳統邏輯以它們为无上"根本"的思想的道理，或者就是因为它們除在邏輯系統有职务外，还有范疇

其它任何思想的职务。从这一方面着想，它們与邏輯系統中的其他工具似乎不同，把它們視为一組的思想，我們似乎可以說这一組的思想比别的邏輯思想更为重要。

b. 系統中的“同一”“排中”与“矛盾”。系統中的“同一”“排中”与“矛盾”是系統中的工具。在这个工具的立場上，它們与其他的工具一方面无所謂根本与不根本的問題，也可以說沒有一定的孰为比較的根本，孰为比較的不根本的問題。另一方面每一系統有一特别的成文的先后，而在这成文先后的秩序里，这三个工具可以发現在别的工具之前，也可以发現在别的工具之后；以一特殊系統为背景，它們有孰为比較的根本孰为比較的不根本的問題。

(一)系統方面的問題与界說方面的問題不必相同。界說方面的原則是邏輯的原則，是邏輯系統的对象的原則，(合而为一)或者說它是原則的实质，不是原則的形式。如果有不相融的邏輯系統，界說方面的“同一”“排中”与“矛盾”均为各系統之原則，不过表示的形式不同而已。系統的工具是一系統所利用以为那一系統演进与推論的工具。邏輯是普遍的，邏輯系統是特殊的。每一邏輯系統均是一特殊的秩序，組織那一特殊秩序的工具总免不了有特殊情形。

(二)即以P.M.系統而論，“或”(v)，“与”(·)，“非”(～)，“蘊涵”(⊃)，“Pv～p”，“p⊃p”，“～(p·～p)”，“(x)”“ƎX”，等等均为P.M.系統中的工具。从工具的立場上看来，在P.M.系統范圍之內，后面的工具不若前面的根本。但这些工具之中，有些是这个系統中的特殊工具如“⊃”，有些是語言方面的普遍思想如“或”(v)等等，但是也有一些如“p∨～p”，“～(p·～p)”，同时也是划分邏輯范圍的原則。从后面这立場上看来，它們不能与其它工具相提并論。

(三)总而言之，一方面“同一”是意义的条件，“排中”与“矛盾”都是划分邏輯界限的原則；另一方面，它們又是系統中的工具。

从前一立場上看来，它們与其他的工具沒有比較根本与不根本的問題，从后一立場上看来，究竟孰为比較的根本或比較的不根本完全是一系統的組織問題，或成文的先后的問題。

D. 推行的工具。一系統中由一命題推到另一命題，由一部分推到另一部分，須有它的推行的工具。推行的工具不止一种，“同”“等”“代替”等等均同时是推行的工具；但最重要的一方面是“蘊涵”，一方面是“所以”。这两个思想在界說方面重要，在系統方面也重要。別的推行工具，我們可以不必特別提出討論，但这两个工具似乎不能不提出。茲特先討論“蘊涵”，然后再討論“所以”。

1. “蘊涵”。“蘊涵”是命題与命題的关系。这关系在普通言語中以“如果——則”的方式表示之。提出蘊涵可眞是非同小可。恐怕沒有人敢說事实上“蘊涵”的意义究竟是什么一回事。現在各系統中所有的蘊涵可以分作以下数种討論。

a. 眞值蘊涵“$p \supset q$”。这种蘊涵是 P.M. 系統中最基本的蘊涵。其所以称眞值蘊涵者，因为这关系根据于事实上两命題的眞或假。它的定义如下：“$p \supset q$”等于“$\sim p \vee q$”。那就是說“p 是假的或 q 是眞的”。“或”字在此不是不相容的“或”。所以这句話等于“p 是假的而 q 是眞的，或者 p 是假的而 q 也是假的，或者 p 是眞的 q 也是眞的”，所以这又等于說“p 是眞的而 q 是假的是假的”。只要 p, q 所代表的命題事实上或者都眞，或者都假，或 p 假而 q 眞，我們均可以說“$p \supset q$”。这个蘊涵关系有以下特点：

(一) p, q 代表任何命題，照上面的定义，“$p \supset q$”等于$\sim p \cdot q \cdot \vee \cdot \sim p \cdot \sim q \cdot \vee \cdot p \cdot q$。如果“p”所代表的是一假命題，“q”所代表的命題可眞也可假，而无論为眞或为假，$p \supset q$ 总可以說得过去；因为$\sim pq \vee \sim p \sim q$ 这两可能均为$p \supset q$的定义所承认。其結果是一假命題蘊涵($\supset$)任何命題。那就是說，“$\sim p \cdot \supset \cdot p \supset q$”。

(二) 如果“q”所代表的是一眞命題，p 所代表的命題可以眞也

可以假，而无論其为眞或假，p⊃q 总可以說得通；因为～pq∨pq 这两可能均为 p⊃q 的定义所承认。其結果是任何命題蘊涵（⊃）一眞命題。那就是說，"q·⊃·p⊃q"。

（三）既然如此，这种蘊涵关系就是很奇怪的蘊涵关系。可是它是普通言語中一部分的"如果——則"的关系。对于这种蘊涵关系的批評很多，但大多数的批評不在否认此情形为关系，而在否认此关系为蘊涵关系。这差不多完全是"蘊涵"这名詞的問題。对于这个批評一方面我們可以說，而 P.M. 的作者也曾明白表示过，它們有用字的自由权。另一方面我們也可以說，如果 p，q 两命題有以上所表示的关系，則"如果 p 是眞的，q 也是眞的"这一命題可以表示这样的关系，因为 p，q，既有如此关系，則"p 是眞的而 q 是假的"是假的。請注意我們只說"如果 p 是眞的，q'也'是眞的"，我們不說"如果 p 是眞的，q'就'是眞的"，因为 p，q 两命題在此关系中不必有意义上的关系。

（四）同时我們也得要承认这种蘊涵关系是否就是普通言語中的蘊涵关系，至少发生問題，所以叫它做眞值蘊涵以别于其他蘊涵。但何以名之为眞值蘊涵呢？这种蘊涵关系不是說 p，q 两命題在意义上有任何关联，它所表示的不过是"p 眞而 q 假"事实上是假命題。一个眞命題有"眞值"，一个假命題有"假值"。这种蘊涵关系既是两命題事实上的眞假关系，也可以說是眞假值的关系，所以簡单的称为"眞值蘊涵"。

b. 形式蘊涵或"(x)·φx⊃Ψx"。这种蘊涵可以說是由眞值蘊涵归納得来的，也可以說是无量普遍化或抽象化的蘊涵关系。这两說的不同处很大。茲先把它当作由眞值蘊涵归納得来的蘊涵看待。

（一）設 p，q，代表任何簡单的主宾詞式的命題，φΨ 代表謂詞，x 代表个体的东西；設 p 可以分析成 φx，q 可以分析成 Ψx，"p⊃q"

可以改作“$\phi x \supset \Psi x$”。“x”可以代表任何东西，同时无論它代表什么东西，“$\phi x \supset \Psi x$”都是眞的。这情形可以用以下方式表示：

$$
\begin{array}{lcccc}
(1) & \phi & x & \supset & \Psi & x \\
(2) & \phi & x & \supset & \Psi & x \\
(3) & \phi & x & \supset & \Psi & x \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
(n) & \phi & x & \supset & \Psi & x
\end{array}
$$

如果“n”代表一有量的数，而同时又是限于时地的东西的总数，我們可以用(x)符号表示任何限于时地的东西，总結以上(1) (2) (3)……(n)命題如下：

“$(x) \cdot \phi x \supset \Psi x$”。

这个命題在語言方面可以有好几个表示方式。我們可以說(甲)所有的 ϕ 是 Ψ，(2)无論是那个 x，x 是 ϕ 它就是 Ψ，(丙)无論是那个 x，x 是 ϕ 是眞的，x 是 Ψ 是假的是假的。这三个說法之中以(丙)說为严格。(甲)說有以下毛病，它与傳統邏輯的“A”命題不同。它的主詞所代表的东西可以不存在，如不存在，則此命題是眞的。所以它是“A_n”，不是普通的“A”。(乙)說也有毛病，它与普通的“如果——則”的命題不同。我們可以說“无論 x 是什么，如果它是龙，它就是四方的”。照普通的“如果——則”的命題看来，这至少有毛病，而照此处所討論的蘊涵看来，这个命題是眞的。总而言之，“形式蘊涵”照以上的解釋，似乎免不了眞值蘊涵的古怪情形。

(二)但如果上条中的“n”代表无量数，或不能达到的数，而 x 代表不限于任何时地的东西，則“形式蘊涵”的意义改变。以上所說的古怪情形就是眞值蘊涵的古怪情形。照眞值蘊涵的定义，一假命題蘊涵任何命題，所以在$(x) \cdot \phi x \supset \Psi x$ 中，只要前件是假的，形式蘊涵总可以說得通。同时照以上的解釋 ϕx 可以老是假的。因

为 x 代表限于时地的东西，因为事实上沒有“千角兽”，說“x 是千角兽”，这总是假命題。既然如此“无論 x 是什么，如果 x 是千角兽，x 是圓的”总是說得通的或眞的形式蘊涵。

現在“n”既代表无量，x所代表的东西又无时地的限制，則“x是千角兽”不能說老是假命題，那就是說它也可以是眞命題。如果前后两件既可眞可假，而同时又承认形式蘊涵其他部分的思想，則有时我們可以利用形式蘊涵以为定义的工具。如果我們利用它以为定义的工具，形式蘊涵就表示“ϕ”与“Ψ”的意义上的关系。如果“ϕ”与“Ψ”有意义上的关系，形式蘊涵就与意义上的“如果——則”的命題接近了。所以从本条的解釋看来，眞假值的蘊涵关系可以变成意义上的蘊涵关系。

同时我們要記得有以上解釋的形式蘊涵，虽可以是而不必就是意义上“如果——則”的命題。我們以前曾經說过，普通“如果——則”的命題不容易說究竟是怎样的命題。有以上解釋的蘊涵不必是有意义关系的蘊涵。所以至少它不必是表示意义关系的普通“如果——則”的命題。別的不說，如果“ϕx”代表一个复杂的而同时又是不可能的命題，則有以上所解釋的形式蘊涵似乎就变成路意斯氏的“严格”蘊涵。就这一点而言，这种蘊涵关系也就与普通的“如果——則”的命題不一样。

形式蘊涵有以上(一)(二)两解釋。究竟是那一解釋代表形式蘊涵呢？这問題頗不容易答复。在 P.M. 似乎只有前一解釋，但把(x)这符号的意义改变，它就可以有后一解釋。我們現在恐怕只能說所謂“形式蘊涵”者至少有以上不同的两种蘊涵关系。

c. 穆尔蘊涵或 Entailment。这个蘊涵关系似乎与一部分的普通“如果——則”的命題最相似，但究竟是这样与否，也难說。設有两个命題 p, q，而它有时有一种关系使我們說“q 可以由 p 推論出来”，穆尔蘊涵就是与“可以推論出来”这一关系倒过来的关系。“这

本书是有颜色的"这一命题可以由"这本书是紅的"这一命题推論出来；"孔子是人"这一命题可以由"所有有理性的都是人"与"孔子是有理性的"这两命题联合起来的命题推論出来。照以上的說法，"这本书是紅的"蘊涵(Entails)"这本书是有顏色的"；"所有有理性的都是人"与"孔子是有理性的"蘊涵(Entails)"孔子是人"。对于这种蘊涵关系我們可以注意以下諸点。

(一)这种蘊涵关系沒有眞值蘊涵的古怪情形。一假命题不蘊涵(Entails)任何命題，任何命題也不蘊涵一眞命題。理由簡单，"唐太宗是人"决不能由"中国在非洲"推論出来，所以"中国在非洲"虽"⊃""唐太宗是人"，而不"Entails""唐太宗是人"，"中国在非洲"也决不能由"唐太宗是人"推論出来，它們根本就沒有穆尔蘊涵。

(二)这种蘊涵也沒有(d)条所要提出的严格推論的古怪情形。这一点請参观(d)条。

(三)这种蘊涵一方面可以說是表示事实。事实上所有的紅东西都是有顏色的东西，所以"如果 x 是紅的，它就是有顏色的"。另一方面它也可以說表示抽象的理論或名称的定义，欧克里几何的"点"旣有那特别定义，我們可以說"如果 x 是欧克里的点，x 就无长短，无厚薄，无高低"。但前一方面的情形可以容納于后一方面，所以它总是意义方面的蘊涵。

(四)这种蘊涵与眞值蘊涵根本不能比較，与第一义的形式蘊涵也可以說是完全不同。它可以說是第二义的形式蘊涵之一部分，可是它的范圍比較的狹。

d. 严格蘊涵或路意斯的"p→q"。这种蘊涵的定义包含"不可能"的思想，而同时"不可能"又視为簡单命題所能有的各值中之一值。这一层以后再提及。設有 p，q，两命題，p 严格蘊涵(→) q，就是說"p 是眞的而 q 是假的是不可能的"。对于此蘊涵关系，应注

意以下諸点。

(一)"不可能"的意义不是矛盾。如果"不可能"的意义是矛盾，則p,q，两命題的意义相同，实为一命題。其結果是不仅p蘊涵q，而且q也蘊涵p。所以如果"不可能"的意义是矛盾，則严格蘊涵应該是对称的。但严格蘊涵不是对称的，那就是說p虽"→"q而q不必"→"p。

(二)"不可能"的意义似乎也不是"不一致"的意思。如果"不可能"的意思有普通所謂"不一致"或者"冲突"意思，則仅有复杂的命題才能是"不可能"的命題，因为"不一致"是两命題或多数命題之关系，所以一定要是簡单命題联合起来的复杂命題才能称为"不可能"的命題。但p可以代表"x是紅的"这样的簡单命題，这样的簡单命題，路氏有时也說它"不可能"，所以"不可能"不能是"不一致"。究竟是什么頗不易說。在路易斯系統里，它是一基本概念。

(三)严格蘊涵有以下奇怪情形。这里的奇怪情形与眞值蘊涵的奇怪情形相似。照定义p严格蘊涵q等于說p是眞的而q是假的是不可能的。如果p是一不可能的命題，則无論q为眞，为假，为可能，为不可能，为必然的命題，"p是眞的而q是假的"总是一不可能的命題，所以p总"严格蘊涵"q。結果是一不可能的命題"严格蘊涵"任何命題。由同样情形，任何命題"严格蘊涵"一必然的命題。

(四)除以上奇怪情形之外，严格蘊涵可以說是意义上的蘊涵，不过它不仅是意义上的蘊涵而已。如果p所代表的是"这本书是紅的"，"q"所代表的是"这本书是有顏色的"，因为"紅"与"有顏色"有定义上的关系，所以"这本书是紅的"严格蘊涵"这本书是有顏色的"。从这一方面着想，它与穆尔蘊涵相似。但严格蘊涵旣有以上的奇怪情形而以上的奇怪情形又不表示两命題意义上的关系，严格蘊涵虽可以是而不必是意义上的蘊涵。

e. 以上所举的是四种不同的蘊涵关系，有的与普通“如果——則”的命題接近，有的則大不相同。这四种蘊涵关系与普通的“如果——則”的命題之間就有以下的問題。它們代表普通“如果——則”呢？它們是新发明呢？它們是新发現呢？在此处我們又要表示普通“如果——則”的命題究竟是怎样的命題，实在不容易說。恐怕最妥当的說法是說它包含各种不同的蘊涵关系。即以普通語言为例：“如果今天天晴，我就打球”与“如果你是中国人，你就是黃种人”。这两种“如果——則”的命題，普通語言中都有，可是它們包含两种不同的蘊涵关系。我們或者可以說，这里提出的四种不同的蘊涵关系，均不成文地寓于普通“如果——則”命題之中；可是成文之后，意义比較正确；意义既比較正确之后，我們就不应把它們相混起来。在沒有分別或解析之前，我們糊里糊塗用些“如果——則”的命題；在既分別或解析之后，我們虽仍用“如果——則”式的命題，我們就得知道这命題里所包含的蘊涵关系是那一种蘊涵关系。同时我們要記得这四种蘊涵关系并不能說是包举无遺，恐怕还有好些的蘊涵关系沒有发現。

2. “所以”。此处所說的“所以”是演繹方面的所以，不是归納方面，或普通言語中的所以。这种“所以”是演繹方面的“Inference”。它根据于蘊涵。能說所以的时候总有蘊涵关系。本段所要提出的問題是有蘊涵的时候是否能說“所以”。

a. 这个問題是 Lewis Carrol 提出来的。古希腊有“阿乞黎”——以善跑出名者——与烏龟賽跑，只要烏龟先动身，阿乞黎永远追不上的論辯。Corrol 利用这論辯中的角色以为表示推論不可能的工具。阿乞黎說一个三段論（兹假設为以下三段論）：

(甲)所有的人都是会死的

(乙)苏格拉底是人

(丙)所以苏格拉底是会死的。

这个三段論在阿乞黎是毫无問題；但在烏龟方面，它总覺得結論靠不住。何以靠不住呢？烏龟的理由如下：仅有（甲）（乙）两命題，我們不能得（丙）命題的結論，因为我們不知道（甲）（乙）是否蘊涵（丙）命題。如欲得（丙）命題的結論，我們要加一命題如下：“（甲）（乙）两命題眞蘊涵（丙）命題”。这样，欲得（丙）命題的結論，我們不仅要有（甲）（乙）两命題为前提，而且要有第三命題为第三前提。但这仍不够，因为根据同样理由，我們要加一命題：“（甲）（乙）与第三命題联合起来眞蘊涵（丙）命題”为第四前提才行。由此一步一步的类推，（甲）（乙）两前提之后，要有无量数的前提才行。那就是說我們不能得（丙）命題的結論。

b. 我們或者要說以上是詭辯，但它有相当的理由。它表示蘊涵关系可以成为一串炼子，不容我們中断，而我們要得結論，那就是說，要使我們对于一命題能冠以“所以”两字，我們非打断那一串蘊涵关系不成。唯一打断的法子就是承认以上（甲）（乙）两前提既均蘊涵（丙）命題，只要承认（甲）（乙）两命題我們就可以直接得（丙）命題的結論。如（甲）（乙）两命題不蘊涵（丙）命題，則根本不能得（丙）命題的結論。問題是（甲）（乙）两命題与（丙）命題之間有蘊涵关系沒有。如有，則用不着第三第四……等等命題；如无，則根本不能得結論，根本就不能說“所以”。

c. 可是照以上的情形看来，如无成文的方式打断蘊涵的炼子，我們可以假設炼子沒有打断。如未打断，則“所以”說不通。推論的原則一方面固然是普遍的推論方式，另一方面也可以說是打断蘊涵炼子的原則。从前一方面着想，它有积极的用处；从后一方面着想，它又有消极方面的用处。在自足的邏輯系統內，我們似乎免不了要有成文的推論原則。在P. M. 基本命題之中，有推論原則。

其他的推行工具如“同”“等”“代替”，等等，其情形与蘊涵相似。它們都是使我們能說“所以”的根据。我們不必一一討論。在

此处我們可以說“代替”在P.M.系統中是一很重要的方式。pqr等既代表任何命題，則承认 $p\vee\sim p$ 之后，我們也承认 $q\vee\sim q$；換言之，我們能以q代替p，以 $\sim q$ 代替 $\sim p$。代替的范圍可以毫无限制，所要求者，一致而已，那就是說我不能以q代替p，以r代替 $\sim p$。

三、邏輯系統的基本概念与命題

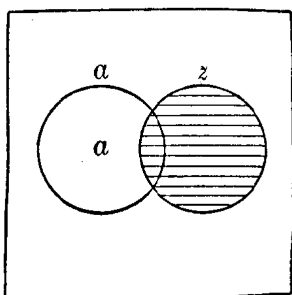
A 原子。原子是邏輯系統方面的对象，不是邏輯方面的对象。邏輯方面的对象是必然，邏輯系統不过是利用某种原子以为表示必然的工具而已。事实上本书第三部利用“类”“关系”“命題”为邏輯系統的原子。除此之外，别的原子也可以，例如“論域”(Universe of Discourse)，但在此处我們可以不必提出討論。

1. 类。此处所謂类即普通的类，如人类，棹子类，山类，水类，……等等。类有类的概念，例如人类有“人”概念；类大都有类的份子，例如人类有張三，李四……等等。类与屬性不同，因为它注重它的份子；它与集体不同，因为每一份子均能分别地为那一类的概念所形容。“类”的問題，或关于类的問題不少，可是为邏輯系統的原子的类有以下諸特点。玆特分别討論：

a. 在做邏輯系統原子的类中有两特别的类，一为零类，一为全类。零类沒有份子，所有的份子都是全类的份子。普通以“o”代表零类，以“1”代表全类。在本篇1章A节3段所举的系統干部通式中，第五基本命題函量如下：

$$(\exists z)\cdot(a)\cdot a\oplus z=a。$$

如果我們把a, b, c,……等等当作类，則z就代表零类，而这个基本命題說“零类或a等于a类”。这命題等于說“零类包含在任何类之中”，因为a类在此处代表任何类，即零类与全类，a类亦代表之　　玆以图表示之如下：

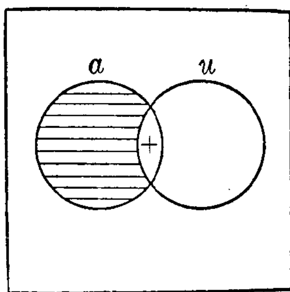


此图表示零类既沒有份子，則或是零类或是a类的份子不过是a类的份子而已，所以零类包含在任何类之中。

b. 同在一系統通式中，第六基本命題函量如下：

(ƎU)·(a)·a⊙u＝a·

如果我們把a, b, c,……等等解作类，則u就代表全类。这个基本命題說“全类与a类等于a类”(“与”字有既……又的意思，“全类与a类”等于“既是全类又是a类”)。这命題等于說“任何类均包含在全类之中”。a类在此处也代表任何类，即零类与全类亦代表之。 兹以图表示之如下：



此图表示所有的份子既都是全类的份子，則在全类之外的a无份子：那就是說如果a类有份子，a类的份子都是全类的份子，那也就是a类包含在全类之中。

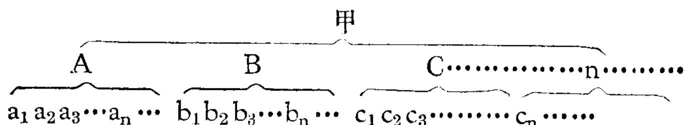
这两类的用处非常之大。我們可以利用它們以定非a类，或

非b类的意义。如果我們利用它們(同时利用"="等号)，我們可以說有某类，或无某类；某类有份子，某类无份子；例如"a=1"或"a=o"。这两类又彼此相反，那就是說"非o"即"1""非1"即"o"。总而言之，以此两类为工具，邏輯方面的推論变化等等都可以发生。

c. 类有层次問題。如果我們以經驗中的个体，如这張棹子，那張椅子等为份子，我們可以得一以个体为份子的类。如果我們把各类集起来再为分类，我們可以得一以类为份子的类。那就是說，我們可以有个体的类，"类"的类，"类的类"的类，等等。这許多的类的层次不同不能相混，如果相混就有毛病发生。現在要表示层次不能不分的理由。

設有以下命題：

"凡不是它們自己的份子之一的类的总类是那总类的份子之一"。我們知道人类不是一个人，棹子类不是一張棹子……等等。这些类都不是它自己的份子。把这样的类都集起来成一类名之为甲类，以上命題說甲类是它自己的份子之一。这样一句話表面上看起来似乎沒有甚么問題。可是层次不分清楚就有毛病。茲以容易明白起見，特备以下图表。A是$a_1\, a_2\, a_3 \cdots\cdots a_n \cdots\cdots$份子的类，B是$b_1\, b_2\, b_3 \cdots\cdots b_n \cdots\cdots$份子的类，C是$c_1\, c_2\, c_3 \cdots\cdots c_n \cdots\cdots$份子的类，……等等。A类不是$a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots a_n \cdots\cdots$中之一，B类不是$b_1, b_2\, b_3 \cdots\cdots b_n \cdots\cdots$之一，C类也不是$c_1\, c_2\, c_3 \cdots\cdots c_n \cdots\cdots$之一。把A，B，C……n……等集起来成为甲类如下图：



以上的命題說甲类是它的份子……A, B, C, ……n……之一。如果它是的，則它或者是A，或者是B，或者是C……n……，但A，B，

C, ……n……等既都不是它們的份子之一，則甲类也不是它的份子之一。那就是說它不是A，不是B，不是C，……不是n……。所以，如果甲是它的份子之一，則它不是它的份子之一。反过来也有同样的情形：如果甲不是它的份子之一，則它就是它的份子之一。这岂不是矛盾嗎？在此处我們要注意以上的情形实在是根据于甲与A, B, C……n……等相混。甲与A, B, C, ……n……等虽同为类，而层次不同，不能相混；相混之后，就有毛病发生。

d. 类与命題。习于傳統邏輯的人或者以为类比命題"根本"，因为我們可以把命題分析为类与类的关系。命題可以分析到个体与类的关系，或类与类的关系，但不能使我們說类比命題"根本"。"根本"与"不根本"有系統为背景。如果在系統之內，命題是由类产生的，則类比命題根本；可是，如果在一系統之內，类是由命題产生的，則命題比类根本。在Boole的Algebra of Logic，类比命題根本；在P. M. 命題比类根本。在第三部我們已經表示过类可以由命題产生。

但是有系統范圍以外的理由使我們先命題而后类，别的不說，事实上类与类的关系的推論还是根据于命題与命題的推論。

2. 关系。此处所要討論的关系是普遍的关系，不仅是以之为一系統的运算或关系的几种关系，是以之为系統的原子的关系。但从系統的原子这一方面看来，我們討論关系的时候，不必提出关于关系的各种各色的情形，我們仅談到关系的推論质就够了。此处所注重的推論质仅有两种：一曰对称质，一曰傳递质。从对称方面着想，可以有对称，非对称，及反对称；从傳递方面着想，可以有傳递，非傳递，及反傳递。两质的結合，可以有九种不同的关系。

a. 对称的傳递的关系。在此項下，我們可以举"相同"与"相等"两关系为例：

(一)如果甲与乙相同，乙与甲也相同；如果甲与乙相等，乙与

甲也相等。此之謂对称。

(二)如果甲与乙相同，乙与丙相同，則甲与丙相同；如果甲与乙相等，乙与丙相等，則甲与丙相等。此之謂傳遞。相同与相等之能傳遞与否，要看它們是否完全的絕对的相同与相等。相似的“相同”与差不多的“相等”沒有傳遞質。

b. 对称的非傳遞的关系。在此項下可举不相同，或不相等，或相似等关系

(一)如果甲与乙相似，乙与甲也相似；甲与乙不相同，乙与甲也不相同。此之謂对称。

(二)如果甲与乙相似，乙与丙相似，甲与丙不必相似；甲与乙不相同，乙与丙不相同，甲与丙不必不相同。此之謂非傳遞。

c. 对称的反傳遞的关系。如果在一条直綫上，甲，乙，丙，有相傍的关系，則：

(一)如果甲在乙傍边，乙也在甲傍边。此所謂对称。

(二)如果甲在乙傍边，乙在丙傍边，則甲一定不在丙傍边。此所謂反傳遞。(b)条的例可以傳遞而不必傳遞，本条的例“一定”不能傳遞。

d. 非对称的傳遞的关系。在此項下，我們可举英文中的“brother of”或“sister of”。

(一)如果甲是乙的 brother，乙可以是而不必是甲的 brother。此之謂非对称。

(二)如果甲是乙的 brother，乙是丙的 brother，則甲是丙的 brother。可見这关系是傳遞的关系。

e. 非对称的非傳遞的关系。这可以說是一极貧于推論質的关系。在此項下可举“好朋友”与“认識”两关系。

(一)如果甲是乙的“好朋友”，乙可以是而不必是甲的好朋友；如果甲认識乙，乙可以认識而不必认識甲。

（二）如果甲是乙的好朋友，乙是丙的好朋友，甲可以是而不必是丙的好朋友；如果甲认識乙，乙认識丙，甲可以认識丙而不必认識丙。可見这两关系旣非对称又非傳遞。

f. 非对称的反傳遞的关系。在此項下我們可以举異性的恋爱为例：

（一）如果甲爱乙，乙可以爱而不必爱甲；

如果甲爱乙，乙爱丙，則甲一定不爱丙。

同性恋爱虽是非对称的关系，而不是反傳遞的关系，因为如果甲同性恋爱乙，乙同性恋爱丙，甲可以而不必同性恋爱丙。本条的例要特別提出異性恋爱者在此。

g. 反对称的傳遞的关系。此項下的关系非常之多，而且非常之显著。茲仅举“大于”为例。

（一）如果甲大于乙，則乙一定不能大于甲，只能小于甲。此之謂反对称。

（二）如果甲大于乙，乙大于丙，則甲一定大于丙。此之謂傳遞。“小于”“长于”“重于”“高于”……等等关系都是这种关系，它們很富于推論质。

h. 反对称的非傳遞的关系。在此項下，我們可以举“是客人”的关系为例。但我們要求一个同一的环境。

（一）如果甲是乙的客人，則在同一环境之下，乙一定不是甲的客人。所以是反对称。

（二）如果甲是乙的客人，乙是丙的客人，甲可以是而不必是丙的客人。所以是非傳遞。

i. 反对称的反傳遞的关系。在此項下我們可以举“父亲”为例。

（一）如果甲是乙的父亲，乙一定不是甲的父亲。

（二）如果甲是乙的父亲，乙是丙的父亲，則甲一定不是丙的父

系。

以上是从推論质去分关系的种类。此九种中以第一第四第七种比較的常見于邏輯。关系也可以作系統的原子，可是我們也不必利用它做系統的原子。

3. 命題。关于命題，我們从以下几方面討論：命題的重要，Token 与 Type，命題的分析，表示各种命題的符号，命題的值。

a. 命題的重要。如果我們要建造一整个邏輯系統，我們或者要問最好从什么原子动手，而現在的意見似乎是最好从命題动手。其所以如此者至少有以下的理由。

（一）邏輯方面的重要关系，似乎大部分是命題与命題的关系，而不是类与类的关系。我們有时可以用类方面的包含关系去解釋命題方面的蘊涵关系，可是我們有时也可以用命題方面的蘊涵关系去解釋类方面的包含关系。推論是命題方面的关系。名称似乎无所謂推論，我們不能由一类推論到任何类。所謂推論者大都是承认一命題之后，承认它所蘊涵的命題。矛盾与排中，用命題表示似乎比用类表示更显明更清楚。

（二）如果我們所要建造的系統是自足的系統，我們似乎不能不从命題方面着手。自足系統所应用的工具都要容納到系統之中。如果我們从类方面着手我們可以利用推論或不利用推論。若不利用推論，則根本不能成系統；若利用推論，則不能不有命題方面的推行工具。这些工具若在系統范圍之外，則所建的系統不是自足的系統。如果把它們容納在系統范圍之內，則它們旣为命題方面的工具，我們似乎要从命題方面动手才行。現在邏輯学家所要建造的系統大都是自足的系統。旣然如此，他們大都从命題方面着手。

（三）事实上我們用以达意的是話；有时是命題，有时不是命題；但无論如何不是单个的字。即令有时我們仅說出一个字，听者

懂得我們的意思，而所懂的意思不是一个字而是一命題。在日常生活中我們有这样的情形，在邏輯系統范圍之內，我們也逃不出这情形范圍之外。学邏輯的人开口即是命題，动笔即是命題；事实上他們也就不容易不从命題着手。

b. 命題的 Type 与 Token。我們所注意的是命題的 Type，不是命題的 Token。Type 与 Token 的分別如下：

(一)如果有以下两"字"字：

甲"字"，乙"字"。

我們可以說这是两个字，也可以說是一个字。說它們是两个字是指在这張紙上两个不同位置的个体而言，而这两个个体均屬于字类。說它們是一个字时是指这两个个体所共有的形式而言。由前說那就是由 token 方面說写上一万个"字"字就有一万个字。由后說那就是从 type 方面說写上一百万"字"字仍只有一个字。名称有 Type 与 Token 的分別，命題也有。我們所注意的是命題的 Type，不是命題的 Token。

(二)我們以后分析普通命題的时候，我們要談到屬性与关系。如果我們不把 Type 与 Token 弄清楚，我們或者免不了一种錯誤。假如我們說"两名詞发生关系，其結果即为一命題"。这一个命題就有毛病。比方我說：

"人类"在"有理性类"的左边。

在这一大堆字里，"人类"这名称与"有理性类"这名称的确有"在左"的关系；如果把这一堆字当作命題看，它所表示的是：

"人类""有理性类"

那就是說"人类"两字的 Token 在"有理性类"这四个的 Token 的左边。如果我們所想到的是 Type，这一大堆字就根本不是命題了。两名称的 Token 虽有在左的关系，两名称的 Type 沒有。我們所注意的旣是 Type，以上那句話——"两名称发生关系，其結果

即为一命題”——的意思是“两名称之間有关系名称代表两名称所代表的东西彼此的关系，其結果即为一命題”。总而言之，一个命題写上一百次还只有一个命題。

c. 命題的解析。命題有相对簡单与复杂的分别，而复杂又有程度不同的問題。現在要提出命題由相对簡单而相对复杂的层次問題，再分析最簡单命題的种类。

(一)最簡单的命題大都是手有所指而說出話来的命題，这个如何如何，那个如何如何。这种命題是否貨眞价实的簡单命題，頗成問題。命題无論若何的簡单，能够簡单到不能再解析的程度与否，也是問題。这里所說的簡单命題的主詞是符号呢？是具体的东西呢？似乎都是問題。这些問題无論怎样解决，我們对于这里所談的命題所要注意的：第一它們是命題，不是定义，所以有眞假；第二它們是本书所不再解析的命題，所以是本书的最簡单的命題。

这种最初級最簡单的命題可以由种种組合方法产生次一級的命題。設有两个初級命題如下：(甲)这是棹子，(乙)这是四方的，(假設所指的是一个东西)。这两个命題的眞假可能有四个，而我們对于这四个眞假可能有十六个不同的态度(見前)，而十六个不同的态度中有一个說这两个命題都是眞的，其余三可能都是假的。表示这一个态度的命題就是普通生活中所謂簡单的命題“这張棹子是四方的”。

由“这張棹子是四方的”这样的命題，我們又可以由种种組合方法产生更次一級或更复杂的命題，如“所有的棹子是四方的”或“任何棹子是四方的”或“有些棹子不是四方的”……等等。总而言之，命題之由簡单到复杂可以有許多的层次。

(二)最簡单的命題可以分为两种：(甲)表示屬性，(乙)表示关系。所謂屬性是事物方面的屬性，所謂关系是事物方面的关系；屬

性名称不过在語言方面表示屬性，关系名称不过在語言方面表示关系而已。表示屬性的命題其形式与普通教科书中的“主宾詞”式的命題相似。所不同者普通主宾詞式的命題大都是复杂的命題而已。屬性二字似乎要加以解釋才好。如果x代表一个具体的东西，x可以是紅的，四方的，等等。从命題方面着想，它所談到的只有一个具体的x。紅色与方形虽可以附屬于另外的具体东西，而在这里所談的事实之中，它們不是离开“x”的两个具体的东西。这情形与关系的情形大不相同。表示屬性的命題，其对象可以是一个具体的东西，表示关系的命題，除一二特殊关系外，其对象至少要两个具体的东西。这两种命題根本不能混为一談。設有以下表示屬性的命題：

(甲) x是人。

(乙) x有人性(这种話在中文不成話，但我們可以利用以表示屬性与关系的分別)。

(丙) x是一个人。

第一个命題里所談到的只有一个具体的x。所謂是人者不过是以“人”去摹x的状而已。以“人”去形容x，好像以紅去形容y，以“四方”去形容z。此处的“是人”当然不表示关系。第二个命題，形式已变。它所表示的看起来似乎是关系，因为有些表面上同式的命題表示关系。比方說“張先生有一本宋版书”。这命題所表示的情形中有两个具体的东西，一是具体的而能以“人”形容的东西，一是具体的而能以“书”形容的东西。这两个具体的东西有“有”所表示的那个极复杂的关系。旣然如此，我們很容易联想到“x有人性”这命題也就表示关系。如果我們这样的想，我們錯了。此“有”非彼“有”，有书之“有”是关系，而有人性之“有”不是关系。从个体方面着想“人性”是一个个体的屬性，所以有人性的“有”不是两个个体的关系。第三个命題似乎也表示关系。所謂“是一个人”者是說

人类中有1,2,3,……n……的份子,而x是这些份子中之一。x既是人类份子中之一,它与人类似乎发生包含关系。其实不然,我們可以提出以下两理由:

(甲)"是一份子"不是"包含"关系。包含关系是同一层次上两类的关系,而"是一份子"不是同一层次上两类的关系。在"x是一个人"这命题之中,x不是类,是个体,所以"是一个人"不能是包含关系。同时包含关系是傳递的关系;那就是說如果甲包含乙,乙包含丙,則甲包含丙。"是一份子",即視为关系,也不是包含关系,因为它无傳递质;如果甲是乙的份子,乙是丙的份子,甲不能同样地是丙的份子。无論如何,它不是包含关系。

(乙)个体与个体有关系。"是一份子"是否个体与个体的关系呢?在这命题所表示的情形中,只有x个体,其它非x的,可以有而不必有的,人类的份子,如1,2,3,……n……等等虽有共同的屬性,虽可以有它們彼此的关系,而在我們所討論的命題范圍之內这些可有的关系都与此命題不相干。

总而言之,以上所举的命題都不是表示关系的命題。表示屬性的命題虽可以有种种不同的表示,而我們大都不能勉勉强强地把它变成表示关系的命題。有一两种关系是例外,但在此处我們不必提出討論。請注意这是从簡单命題一方面着想,复杂命題情形不同。

(三)表示关系的命題也不容易变成表示屬性的命題。最好的例就是傳統邏輯教科书里的 A fortiori argument。茲以

x比y长

y比z长

所以x比z长。

此推論毫无錯处,可是照傳統的三段論式法看来,則有毛病,(甲)三段論式的命題都是主宾詞式的命題,而这个推論中的命題不是。

(乙)三段論式只有，而照它的規律看来，只能有三个名称，而这个推論有四个名称。有此情形，有些人就想法子消除此困难，說以上的推論虽不是三段論，而它实在根据于三段論，它的普遍形式如下：

凡长于y者是长于z者

x是长于y者

所以x是长于z者。

这个說法把"比——长"的关系当作屬性，把原来的四个名称变成三个名称。但无論如何，大多数的人看起来总不免觉得以上的办法太勉强。"比——长""比——大"，等等不容易叫作"性"而在x比y长这情形或事实中"比y长"不屬于x，即勉强說它屬于x，也不像形色之屬于x。总而言之，表示关系的简单命题也不是表示屬性的简单命题。

d. 表示命题的符号。現在我們介紹表示命题的符号。最初有未解析的簡单命题，其次有解析后的两种命题，又其次有复杂的命题。

(一)未分析的簡单命题。未解析的簡单命题，以p，q，r等表示之。这些命题中有表示屬性的，也有表示关系的。其实所謂"簡单命题"大有問题。簡单的标准如何，程度如何，是不能解析呢还是不便解析呢？这些問题都不容易解决。但这些命题可以作系統中最初的原子，利用它們以表示邏輯方面的关系。

(二)这些簡单命题可以分成表示个体的屬性与表示个体与个体的关系的命题。我可以用x，y，z，……表示个体，用ϕ，Ψ，χ，……表示屬性，用$R_1R_2R_3$……表示关系。

(甲)表示屬性命题的函量为ϕx，Ψx，χx，……等。

(乙)表示关系命题的函量为Rx,y，Rx,y,z，Rx,y,z,w……等。

(三)关于(二)条有两种特别要注意。(一)条的p，q，r……等代

表未解析的命题，我們虽不知道它們所代表的命题究竟为眞为假而我們知道它們所代表的为命题，而无論所代表的是什么命题，我們总可以說它們或眞或假。（二）条里的 ϕx 或 Rx,y，則不然。它們所表示的不一定是命题，如果所代表的不是命题，或不是一个系統之內的命题，則无所謂眞假，或无所謂这一个系統之內的眞假。茲以 ϕx 为例：如果 x 代表这張棹子，ϕ 代表“方”，則 ϕx 是眞的；如果 x 代表飯厅里那張圓棹子，ϕ 仍旧，則 ϕx 是假的；如果 x 仍旧，ϕ 代表“有理性的”，則 ϕx 可以說是无所謂眞假。所以 ϕx……等等，Rx,y，Rx,y,z,……等等不是命题，它們不过是两种命题函量。这是一点，还有一点要注意的就是有些关系要两个个体做它們的关系份子(Relata)，有些要三个，有些要四个，……等。这一层我們不能不預为之备。Rx,y,z 虽有以上 ϕx 所有的問題，而如果 R 是要三个关系份子的关系，則在 Rx,y，中，无論 x,y，代表什么，Rx,y，总无所謂眞假。

（四）“x”可以代表这一个个体，那一个个体，等等。如果我們的意思是說“‘ϕx_1’与‘ϕx_2’与‘ϕx_3’与……‘ϕx_n’……”是眞的，我們可以用以下符号表示：

$(x)\cdot\phi x$，（(x)可以有两种解釋見前）

如果我們的意思是說“‘ϕx_1’或‘ϕx_2’或‘ϕx_3’或‘ϕx_n’或……”是眞的，我們可以用以下符号表示：

$(\exists x)\cdot\phi x$，

前一公式表示“所有的 x 是 ϕ”或“任何 x 是 ϕ”；后一公式表示“有x是 ϕ”或“至少有一 x 是 ϕ”。表示关系的命题函量也可以照以上方法变(x,y). Rx,y，($\exists$x,$\exists$y.)Rx,y。

由此我們可以慢慢地由簡单命题函量一步步地进而得复杂的命题函量。旣有如此通式，我們当然也可以用同样的方法，慢慢地由簡单命题而得复杂的命题。

e. 命題的値。从前曾説过邏輯系統可以視为可能的分类。把可能的分类引用到命題上面去，就是命題的値的問題。命題有多少値要看我們預备把可能分为多少类。如果我們把可能分为两类，命題有两値。如果我們把可能分为三类或 n 类，命題有三値或 n 値。关于値我們可以注意以下諸点。

（一）設把可能分为两类，那么命題有两値。設以（+），（−）表示之。对于这两个符号，我們有系統通式看法与系統的看法。从系統通式的看法，它們就是两符号而已，我們对于这两符号，可以有而事实上不見得即有种种的解釋。我們可以把它們視作“正”“負”，我們也可以把它們視作“眞”“假”；我們不必把它們視作“正”“負”，也不必把它們視作“眞”“假”。当然每一特殊系統，对于以上的符号，事实上总有一特殊的解釋。在二分法方面，这两个値引用到命題上去，大都解作“眞”“假”。可能旣彼此不相容而又彼此穷尽，則命題的値也就彼此不相容，而又彼此穷尽。那就是說一命題不眞即假，不假即眞，它不能旣眞且假，也不能非眞非假。

（二）設把可能分为三类，命題就有三値。茲以 Lukasiewicz 与 Tarsski 的三値系統通式为例，以“|”，“?”，“o”表示之。从系統通式方面着想，这与以上情形相似。这三个符号可以有，而事实上不見得即有种种的解釋。事实上有一解釋說得通。“|”可以視为“定眞”，“?”可以視为不定眞假，“o”可以視为“定假”。旣然如此，則在此系統內，一命題或“定眞”或“定假”或“眞假不定”。这个系統的値与以上那个系統的値不同。上面的値可以說是沒有心理成分，而这里的値有心理成分。这不是說邏輯是“心理的”，这不过是說这三个符号有这种解釋之后所得到的三个値有心理成分在內。此系統的“定眞”不是那一系統的“眞”，此系統的“定假”不是那一系統的“假”。在那一系統之內不能有非眞非假的命題，而在这系統之內可以有不定眞不定假的命題。这系統虽有不定眞不定假的命

题，它还是不能有既不“定眞”又不“定假”又不“不定眞假”的命题。

(三)从系統通式方面着想，我們可以有 n 类可能，命題也可以有 n 值的可能，无論 n 的数目多大。可是系統通式的問題与系統的問題不同。在系統通式方面，我們可以有 n 可能，命題也可以有 n 值，而这些可能的解釋，这些值的解釋，都不是系統通式范圍之內的問題。在系統則不然，n 可能要有 n 解釋，n 値也要有 n 値的解釋，而事实上 n 的数目太大时，n 可能与 n 值的解釋均不易得。即勉强得到，而系統之是否为邏輯系統，也就发生問題。

B. 运算或关系。一系統的原子不必是类，不必是关系，不必是命題；一系統的运算也不必是“或”“与”“非”“蘊涵”。它們虽不必是一系統的运算，而一系統之运算中大都少不了它們。茲特提出討論。

1.“或”。普通語言方面，或有相容与不相容的分别。比方我对甲乙二人說：“或者你或者他到火車站上去一次”，那么甲可以去而乙不去，乙可以去而甲不去，甲乙也可以同去。可是，如果我对他們两个人說：“某学校的校长缺出，或者你去做，或者他去做”，那么甲可以去而乙不去，乙可以去而甲不去，但甲乙不能同去。前一“或者”的用法是相容的用法，后一用法是不相容的用法。排中或排外原則中的“或者”是不相容的或者，而 P.M. 系統的基本概念中的“或者”(1910 版)是相容的或者。这是“或”的用法上两大分别。除此之外尙有其他不同点。罗素在他的算学原理一书中 (Principles of Mathematics, 1903 年版)，曾举下許多的例，我們在此处可以照办。

a.“如果你所遇的是姓張的或是姓李的，你遇着了一个很热烈的宗教家”。这命題中的或者，是两名詞間的或者，而不是，或不容易变成，两命題間的或者。以上这命題可以分成两个相“与”的命

題，那就是說，两个要同时眞的命題如下：

(一)“如果你所遇着的是姓張的，你遇着了一个热烈的宗教家”幷且(and)“如果你所遇着的是姓李的，你遇着了一个热烈的宗教家”。原来的命題不能分作：

(二)“如果你所遇着的是姓張的，你遇着了一个热烈的宗教家”或者“如果你所遇着的是姓李的，你遇着了一个热烈的宗教家”。这个命題的两部分是以“或者”联合起来的，它們虽可以同时眞，而它們不必一定要同时眞；旣不必要同时眞，則不能表示原来命題的意义。前一命題的两部分是以“与”联合起来的，一定要它們同时眞，整个的命題才能眞。从这一方面看来，它与原来的命題意义一样。可見名詞方面的“或”可以变成命題方面的“与”。

b.“如果是鉄路局求事者之一，他一定是姓張的或姓李的”。請注意这里的“一定”是指“姓張的或姓李的”而言，不是指姓張的个人，也不是指姓李的个人。此命題不能改成以下(一)(二)两命題，而只能改成以下第三命題。

(一)“如果是鉄路局求事者之一，他一定是姓張的”或“如果是鉄路局求事者之一，他一定是姓李的”。如果原来的命題是眞的，这一个命題是假的；因为原来的命題沒有說鉄路局的求事者一定是姓張的，也沒有說他一定是姓李的，而(一)命題前一部分說鉄路局的求事者一定是姓張的，所以前一部分假，后一部分說他一定是姓李的，所以后一部分也是假的。前后两部分旣都是假的，所以(一)命題也是假的。旣然如此，(一)命題不等于原来的命題。

(二)“如果是鉄路局的求事者，他一定是姓張的”幷且(与)“如果是鉄路局的求事者，他一定是姓李的”。这一命題的部分旣是以“与”(and)联起来的，要两部分皆眞，才能眞。如果原来的命題是眞的，这一命題的部分都是假的，所以它也是假的。它与原来的命題也不相等。总而言之，(一)(二)两命題把“一定”分别地引用

于姓張与姓李的，所以与原来的命題不同。

（三）原来的命題中的“姓張的或姓李的”可以分开，可是要用两个有“不是——就”的形式的話去分开：“如果是鉄路局的求事者之一，他不是姓李的就是姓張的，而且（与）不是姓張的就是姓李的”。

c. “王小姐与姓張的或姓李的結婚”。在一法律上不許重婚的国家，这一命題只能改作：

（一）“王小姐与姓張的結婚”或“王小姐与姓李的結婚”；而不能改：

（二）“王小姐与姓張的結婚”而且（与）“王小姐与姓李的結婚”。后一命題要它两部分同时眞它才能眞，所以它不等于原来的命題；在前一命題的两部分可以一眞一假，用不着同时眞，它才能眞。虽在不許重婚的国家，仍可以眞，因为只要任何一部分眞，它就是眞的。它与原来的命題一样。如无法律方面的限制，原来命題中的“或”可以是相容的，也可以是不相容的；（一）命題中的“或”也一样，可以是相容的或不相容的。

总而言之，“或”有相容与不相容的两大分别。但除此分别之外，有时名詞方面的“或”不能改成命題方面的“或”，而能改成命題方面的与；有时可以改成命題方面的或，而不能改成命題方面的与；有时两方面似乎都有困难。在第三部那个系統的基本概念中的“或”是命題方面相容的或。相容的“或”的意义比不相容的“或”的意义广。前者的用法比較便当。因为加以相当限制，即成不相容的“或”。

2. “与”。此处的“与”即英文中的“and”；中文方面有时用“与”有时用“和”，有时用“同”，有时用“而”，有时用“并且”，有时用“而且”，等等。“与”的不同的意义也非常之多，有深有淺，以下的例不能說包举无遺，但大致可以代表各种不同的用处。

a.“那間房子里有桌子‘与’椅子”这一命題中的“与”是极平淡的“与”，它不过表示空間相与而已。我們可以把这命題分作两个以“与”相联的命題。

b.“人是两脚的，直立的，‘与’有理性的动物”。这命題里的“与”与以上的有相同点，也有不相同点。

(一)相同点是：

(甲)这一命題可以分作好几个命題，而这些命題又可以彼此独立。

(乙)这些命題又可以联之以“与”，使成一整个命題。

(丙)这些命題中可以只說出任何一个或两个，而忽略其余的命題。

(二)不相同点是：这命題中相与的名詞是屬性名詞，可以寄托于一种或一个具体的东西，而第一命題中的名詞不能寄托于一种或一个具体的东西。

c.“他的温和‘与’知慧征服了她的心”(此例得之于王遵明先生)。这里的“与”与以上两个“与”都不同。这里的“与”似乎有点意义含糊的地方。这句話可以表示两命題的眞，例如“他的温和征服了她的心”“与”“他的知慧征服了她的心”；可是也可以表示“他的温和与知慧(联合起来)征服了她的心”。究竟这里的“与”是名詞方面的与还是命題方面的与似乎不能定。

d.“中国花布的顏色是紅‘与’藍”。如果我們心目中的花布是現在的花布，这一命題中的“与”是名詞方面的“与”而不是命題方面的“与”。那就是說，这一命題不能分作以下两命題：(1)“中国花布的顏色是紅的”(二)“中国花布的顏色是藍的”，因为这两个命題都是假的。同时这里的“与”虽是名詞方面的“与”而沒有两色凝为一色的意思，他所表示的是中国花布的顏色有紅亦有藍。

e.“紫顏色是藍与紅”。这命題中的“与”与(d)命題中的“与”

的前一点相同，后一点不相同。前一点相同，我們不能把此命題分为两个命題說（1）“紫顏色是藍的”（2）“紫顏色是紅的”。后一点不相同，这里的紅与藍凝成一色。

f.“秦‘与’楚为世仇”。此处的“与”一方面不能变成两命題的相与，我們不能根据这个命題說（1）秦为世仇与（2）楚为世仇。另一方面又表示秦楚不并立，与（e）例中的紅与藍不一样。

g.“眞与假，善与恶，美与丑均为价值”。此中的“与”表示相反或不相容。这一层不必利用宾詞已經可以表示出来，因为美，丑，眞，假，善，恶的普通意义已經有彼此相反与不相容的情形。但其所以用“与”而不用“或”者因为眞，假，善，恶，美，丑均各为价值。在名詞方面眞假不能相与，善恶不能相与，美丑不能相与；而在命題方面，“眞为价值”，“假为价值”，……等等，命題联之以“与”与原来的命題一样。这可以說是一种名詞不相与而命題方面相与的例。

h.“因与果之关系是有因必有果，有果必有因”。此处的“与”是（一）名詞方面可以說而命題方面不能說的“与”。（二）因与果为相对名称，在一特殊范圍或方面之下，不能兼备于一具体的事物。（三）这里的因果不是甲因与乙果，所以它們的关系不是甲乙的关系。它們不是两事物相与，而是两思想的相与。

以上表示“与”的用途很广，用法很多。因为它的用法不同，而它的意义不一致的地方也很多。这些例当然不能說是包举无遺，可是已經可以表示各种不同的用法。外国文字所有而中国文字所无的例，此处不举，不是“And”的与，当然不必談到。

在演繹系統里，“与”也是非常之重要的运算，它虽然不必是一系統的基本概念，而我們可以說它是基本概念之一。我們可以用“或”与“非”表示它的意义，也可以用它与“非”表示“或”的意义。

在1925年出版的P.M.中，“或”与“非”都有定义；那就是說它們已經不是基本概念。代替它們为基本概念的是“p | q”，而p | q

的意思是說 p, q 两命題冲突，或者說它們不同眞。如果 p, q 两命題都是假的，或者其中任何一命題是假的，則“p | q”为眞。遵照此义，$\sim p$, $p \supset q$, $p \vee q$, $p \cdot q$，均有以下的定义：

$$\sim p \cdot = \cdot p \mid p \quad \text{Df}$$

$$p \supset q \cdot = \cdot p \mid \sim q \quad \text{Df}$$

$$p \vee q \cdot = \cdot \sim p \mid \sim q \quad \text{Df}$$

$$p \cdot q \cdot = \cdot \sim (p \mid q) \quad \text{Df}$$

从基本思想的数量方面着想，以“p | q”为基本思想，可以說是进步。但“p | q”不是大多数人所习慣的思想，而最初的推論又因此基本思想而变为复杂。基本思想方面的簡单虽得，而推論方面的簡单反失，此所以本书所介紹的系統是 1910 年出版的 P.M.，而不是改变后的系統。

3. “非”。此处的“非”是用之为运算的非，不是或不仅是眞假值中的假值。对于运算的非，我們应注意以下諸点。

a. “非”的意义与可能的分类为相对。如果我們把可能分为两大类，我們所引用的就是二分法；所引用的旣是二分法，所得的系統就是二分法的系統。在二分法的系統里有二分法的“非”，在三分法的系統里有三分法的“非”，在 n 分法系統里有 n 分法的“非”。“非”的意义或“非”的范圍，在系統方面就有二分法，三分法，或 N 分法的分别。引用二分法于命題，非眞为假，非假为眞；引用三分法于命題，例如 Lukasiewicz 与 Tarski 的三值系統，非定眞虽为定假，而定眞与定假不是穷尽的可能。

b. 二分法最簡单，兹特从二分法着想。二分法的“非”引用于类有小范圍的意义，大范圍的意义，无范圍的意义。

(一)小范圍的意义。設以非紅为例。小范圍的非紅即为顏色的范圍。如果我指出一 x，說它是非紅；我这一句話可以有以下的形式：“x 是綠的，或是黃的，或是黑的，……”。这样的命題有以下

的問題。

（甲）假設x是有顏色的东西，而又不是紅的，这样的析取命題一定是眞的。所以如果“x是紅的”是假的，則“x是非紅的”一定是眞的；如果“x是紅的”是眞的，則“x是非紅的”是假的。

（乙）可是如果x是沒有顏色的个体事体或事实，則“x是紅的”与“x是非紅的”都是假的。如此，則排中不能成立。

（二）大范圍的意义。設非紅不限于顏色，即形，声，嗅，触等性，及存在的东西，事体，事实所能有的关系质，非紅亦均代表之，其限制仅在“x是非紅的”这一命題須有意思而已；則非紅的意义是大范圍的意义。

（甲）非紅的意义既如此，則“x是非紅的”形式，照以上的办法，也是一析取命題。即令所指的沒有顏色，这个命題仍是眞的。无論如何，“x是紅的”与“x是非紅的”不能同时是假的。

（乙）可是，如果“x是紅的”是眞命題，“x是非紅的”要是假命題才能排中。那就是說“x是非紅的”要等于否定“x是紅的”那一命題才行。这样一来，負类要牵扯到負命題。

（三）无范圍的意义。設以非紅分別地代表“紅”之外任何一切的謂詞，而“x是非紅的”这一命題，解析起来，不仅包含有意思的命題，而且包含廢話。廢話問題以后不預备再提及。在此处我們仅分廢話为甲乙两种：甲种为无意思的廢話，乙种为不能有意思的廢話。无范圍的“非”也可以分为甲，乙，两种。

（甲）甲种“x是非紅的”仅包含无意思的廢話。无意思的廢話，有人称为实质廢話，表示这种廢話仅是在事实上无意义，而不是在邏輯上不能有意思。这样的廢話，邏輯可以置之不理。

（乙）乙种“x是非紅的”兼有不能有意思的廢話。有人称这种廢話为形式廢話。既然如此，就有邏輯上的問題。所謂形式廢話者似乎有自相矛盾的廢話在內，矛盾既为邏輯之所淘汰，乙种“x

是非紅的"不能包含自相矛盾的廢話在內。同时除去自相矛盾的廢話之外，倘有形式廢話与否，本身就是不容易应付的問題。

c. 引用于命題的"非"。以上是类方面的正負。命題方面也有正負。負命題普通以"不"字表示，例如"x不是紅的"。負命題也有各种范圍不同的意义。这里的情形与以上一样，不必重复地討論。所要注意的就是以下两点。

(一)負命題的范圍也是以大范圍或无范圍的甲种为宜。正負命題之間要有排中，而排中情形小范圍的正負命題似乎沒有。同时无范圍的乙种負命題之說得通否，根本就有問題。

(二)名詞方面的非与命題方面的非，其范圍須要一致。这一点的用意就是要把"x是非紅的"这样的正命題等于"x不是紅的"这样的負命題。这两命題相等，推論方面当然有便利。这可不是說所有的命題都有同样的情形，例如"所有S是非P"不必等于"所有的S不是P"。后面这句話可以有两个不同的解釋，这两个不同的解釋是两个不同的命題。如果"不是"的意义是"不都是"，則"所有的S不是P"等于"有些S不是P"，而"有些S不是P"不等于"所有的S是非P"；如果"不是"的意义是"都不是"，則"所有S不是P"等于"无一S是P"，而"无一S是P"等于"所有的S是非P"。这里当然有語言的习慣問題。在作者的經驗中，大多数的学生很自然地把"所有的S不是P"这样的話解釋成"无一S是P"。可是习于英文的人，讲英国話的时候，大都会把"所有的S不是P"这样的話解釋成"有(些)S不是P"。无論如何，在以个体为主詞的簡单命題，名詞的非与命題的非須要一致。复杂命題的情形，表面上因为有語言方面的习慣虽似乎是例外，而分析取来，与簡单命題，或比較最簡单的命題一样。

d. 从純粹客观方面着想，任何具体的东西，"x"无所謂是棹子或不是棹子，它不过是那么一个具体的东西而已。說"x是棹子"实

在是把語言方面的符号，表示那东西的性质，用之以为那类东西的名詞。但这可以有两个不同的解釋。

(一)把"x 是棹子"当作定义看。定义虽是話，不是普通的命題。定义不过是命名而已。各人有引用符号的自由权，一个人所引用的符号不必与他人一致。既然如此，则定义无所謂眞假。如果我們把"x 是棹子"当作定义看待，这句話无所謂眞假。正的方面既无所謂眞假，負的方面也无所謂眞假。那就是說如果把"x 是棹子"当作定义，则"x 不是棹子"不过是不承认定义而已，无所謂眞假。

(二)把"x 是棹子"当作命題看待。定义虽无所謂眞假，但"棹子"之义既定，而"x"又实在是棹子一类中的具体的份子，则"x 是棹子"这一句話就是一命題。利用"x"以定"棹子"之义，說出一句話来，那句話是定义；表示"棹子"之义，事实上已經为大家所公认，而指出具体的 x 說那个具体的东西在"棹子"的定义范圍之內，所說的話为命題。在"棹子"的意义事实上既定之后，說 x 是棹子或不是棹子才有标准，才有眞假，所以才是命題。

(三)本书所謂簡单命題都是以具体的 x,y,z,……等等为主詞的話。如果这种話都視为定义，它們都无所謂眞假，它們既无所謂眞假，则由它們配合出来的复杂命題也就无所謂眞假。这样一来，一系統范圍之內的命題都变成定义。为消除这种結果起見，"x 是棹子"这一类的話一定要視为命題才行。那就是說"x 不是棹子"也是命題。要这类的簡单話是命題，眞假值才能引用，不然不能引用。

这里所表示的是运算中的"非"，是語言方面的問題，不是純粹客观事物方面的問題。

e. 利用"非"以定"或""与"的关系或意义。在討論"必然"的时候，我們曾表示引用二分法于 x,y，两名詞，我們有以下四个可能：

$$x y,\quad x\bar{y},\quad \bar{x}y,\quad \bar{x}\bar{y},$$

(一)兹以 x,y, 两名詞为例："x 或 y"（設"或"为相容的"或"）实有以下三可能，而此三可能又均能以"或"为之連絡：

$$x\bar{y}\text{ 或 }\bar{x}y\text{ 或 }xy。$$

引用"非"于"x 或 y"，——即"非（x 或 y）"——那就是把两名詞所有四可能之中除去以上三可能，所余只有以下一可能 $\bar{x}\bar{y}$；所以

非(x 或 y)等于"非($x\bar{y}$ 或 $\bar{x}y$ 或 xy)"，

而非($x\bar{y}$ 或 $\bar{x}y$ 或 xy)等于 $\bar{x}\bar{y}$，

所以非(x 或 y) 等于 $\bar{x}\bar{y}$。

"$\bar{x}\bar{y}$"既可以讀为非 x"与"非 y，又可以讀为既非 x 又非 y。无論如何，它表示"与"的意义。这就是利用"非"与"或"以明"与"的意义。

(二)我們也可以利用"非"与"与"以明"或"的意义。非"非 x 与非 y"即"x 或 y"，非"x 与 y"即"非 x 或非 y"，非"x 与非 y"即"非 x 或 y"，非"非 x 与 y"即"x 或非 y"。总而言之，这几个运算的意义四通八达，誰摆在前，誰摆在后都可以。究竟誰先誰后不是邏輯的問題，而是系統的問題。

C. 定义与基本命題。本段所要提出討論的各点如下：1，定义，2，系統的前提与推論方式，3，选擇的条件。

1. 定义。关于定义前此已經提及，一部分的問題也已經討論过，此处不贅。此处所要提出的几点是：a，系統中的定义表示引用名詞之自由，b，系統中定义的职責在化复杂为簡单，c，系統中的定义无所謂眞假，d，系統中的定义不在系統所要表示的实质范圍之內。

a. 引用名詞之自由。普通以为定义有名詞与实质之分，其实只有名詞的定义，沒有实质的定义。所謂实质定义似乎有以下两层意思，而这两层意思似乎都說不通。

(一)所謂实质定义即普通教科书称为“Real definition”的定义。普通定义大都以主宾詞式的話表示。第一层的意思是說主詞所代表的那具体的东西有定义所表示的意义。設以以下定义——“人是有理性的动物”——为例。第一层的意思是說具体的占时空的張三，李四……等等有“有理性的动物”的意义。如果实质定义有这样的意思，实质定义似乎說不通。具体的东西无所謂有意义或无意义。这不是說它們有意义，也不是說它們无意义；这是說具体的东西与意义不相干，好像道德与顏色不相干一样。

(二)除此以外，实质定义似乎还有第二层意思。第二层意思可不是說主詞所代表的具体的东西有某种意义，而是說主詞有某种意义。第二层的意思比第一层的意思似乎高超一点，因为它把意义引用到名詞方面，沒有引用到具体的东西方面。但这一层也說不通，因为照这一层的意思，所謂定义者不是“定”某名詞的意义，而是說事实上某名詞有某种意义。即以1，条所举的定义为例：照第二层意思，“人”这名詞有“有理性动物”的意义。讀者請注意这是一个命题。这是說事实上我們用“人”这名詞的时候我們也就把“有理性的动物”的意思包含或蘊涵在內。如果事实上我們用“人”这名詞的时候，“有理性的动物”的意思并沒有包含或蘊涵在內，这个命题就是一假命题。如果一句話表示事实，它是命题，系統中的定义所表示的不是事实，是意志。它表示系統中某名詞有某种用法，至于系統范圍之外，事实上那一名詞是否有那种用法与它不相干。

(三)綜观以上，系統中的定义不是普通所謂实质定义。它完全是名詞的定义，可是虽是名詞的定义，仍不是表示某种名詞事实上有某种意义，而是表示某名詞的用法如何而已。在英文，这样定义有时称为“Voluntary definition”，所以如此称呼者，因为它表示引用名詞之自由。

b. 化复杂为簡单的职責。邏輯系統与其它許多系統一样，它的程序是由簡单而复杂。这种程序的好与坏，它是否可以免除，……等等的問題我們可以不必討論。事实上既有这样的程序，我們也就有这样程序所发生的問題。我們可以用几何为例："四方"所表示的思想，不必有"四方"这名詞，我們可以用"点""綫""角"……等等表示"四方"的思想。但是如果我們有一命題表示"四方"与"圓"的关系，不用"四方"与"圓"这两名詞，仍以"点""綫""角"等等表示之，那一命題就差不多沒有法子說出来了。在欧克里几何系統范圍之內，我們介紹"四方"这名詞，不过是要化复杂为簡单而已。

邏輯系統既是由簡单而复杂，当然也有同样的問題。在 P. M. 的基本命題中有这样一命題：

$$\vdash :. q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$$

如果沒有介紹"⊃"的思想或符号，这个命題就只有以下的表示：

$$\vdash :. \sim (\sim q \vee r) . \vee : \sim (p \vee q) . \vee . p \vee r$$

第二个表示比头一个就复杂得多。在一演繹系統的程序中演繹愈进，复杂的程度愈高，复杂的程度愈高，愈要引用新名詞以代表已有的复杂的思想。

系統中的定义一方面表示一系統对于一名詞的用法，另一方面，介紹一簡单的新名詞用以代表已有的复杂的思想。前一方面表示作者引用名詞的意志，后一方面表示定义在系統中的职責。

c. 定义无眞假。表示意志的話无所謂眞假。表示意志的話与表示某人有某項意志的話是两种不同的話，前者不是命題，后者是命題。命題是表示事实的話，如果所表示的是事实，普通认为它是眞的，如果所表示不是事实，普通认为是假的。系統方面的定义既不表示事实，它不是命題，所以它无所謂眞假。这差不多完全是理論方面的話。可是有时在心理上理論与事实不容易分得很清楚。

例如P.M.中的定义："$p\supset q \cdot = \cdot \sim p \vee q$ Df"这个定义，若从系統方面着想，似乎毫无毛病。可是讀的时候，免不了把"⊃"讀成"蘊涵"；讀成"蘊涵"的时候，免不了把它視为普通語言中的蘊涵；把它視为普通語言中的蘊涵，我們就免不了感覚它是一奇离古怪的蘊涵。但是把它当作普通語言中的蘊涵，就是把这个定义当作命題看待。何以呢？因为如果我們把"⊃"視为普通語言中的"蘊涵"，我們就发生疑問，"⊃"有沒有普通"蘊涵"所有的意义呢？普通"蘊涵"有沒有"⊃"的意义呢？这些問題发生之后，我們难免牵扯到眞假問題，牵扯到眞假問題，就是把定义視为命題了。

这样心理上不一致的情形不仅批評家难免，即作家也就难免。好在近十几年来研究邏輯的結果，大多数邏輯家簡直不知道或說不出所謂"普通蘊涵"者的意义何在；所以对于"⊃"早已承认其为一种蘊涵。但这不过是对于"⊃"的特殊情形而已，普通心理上不一致的情形总得要减少才行。

d. 系統中的定义不在系統所要表示的实质范圍之內。有了以上的討論，这句話似乎不致于发生若何重大的問題。这里所謂实质有两方面的情形，我們似乎不能不分别提出。

(一)系統所要表示的实质。邏輯系統所要表示的实质是"必然"。邏輯系統之所以为邏輯系統者，就因为它所要表示的实质是"必然"。在此处我們用不着提出邏輯系統的数目問題。这个数目是"一"也好，是"多"也好，是"无量"也好；无論如何，如果一个系統是邏輯系統，它所要表示的实质是"必然"。定义无所謂"必然"。在眞假二分法范圍之內，所謂"必然"者是不能不眞；定义既无所謂眞假，当然也就无所謂"必然"与"不必然"。定义既无所謂"必然"与"不必然"，当然不在邏輯系統所要表示的实质范圍之內。

(二)系統所引以为表示工具的实质。一系統所引以为表示它所要表示的实质的工具就是那一系統的原子，那一系統的运算或

关系，与那一系統的基本命題。这个可以总称为系統的干部。系統的干部似乎不能不算是系統范圍之內的份子。干部之內情形不一致。基本命題可以是必然的命題，所以它們也可以是系統所要表示的实质。基本概念无所謂必然与不必然，所以它們不是系統所要表示的实质；可是它們虽不是系統所要表示的实质，它們是一系統所引以为表示实质的工具。我們可以說它們是工具方面的实质，不是意义方面的实质。邏輯系統不能离开它所有的工具方面的实质。一系統之所以自别于其它系統者就因为有它所有的工具方面的实质。一系統的定义既不是一系統所要表示的实质，也不是一系統工具方面的实质。所以它不能在系統范圍之內。

（三）定义何以不是系統的工具呢？上面已經說过一系統不能离开它的基本概念。基本概念是思想，不仅是名詞；所以它們是系統的工具。定义所介紹的不是新思想，是新名詞。新名詞所表示的思想系統中已經有了；不过以系統中所有的名詞或符号去表示新名詞或符号所表示的思想，太复杂，太麻煩，太不便利而已。但复杂，麻煩，便利，等等問題都不是系統的实质的問題。如果我們不嫌复杂，不怕麻煩，一系統可以不利用定义而仍不失其为邏輯系統。系統中的定义可以視为系統的注解，不在系統的实质范圍之內。

2. 系統的前提。所謂前提与推論方式不同。前提是結論的根据，而推論方式是推論的根据。我們可以說前提是結論的前提，而推論方式是推論的“前提”。这种話是有毛病的，可是如果我們能够利用这种話以傳达意見，我們也就不妨利用。如果前提眞，推論对，結論才眞；前提假，推論对，結論亦假。如果推論不对无論前提是眞是假，而所謂“結論”者根本就不是結論。从結論方面着想，我們可以說結論的眞或假根据于前提，而結論的对或不对根据于推論方式。

a. 在普通生活中，前提与推論方式常常是两件事。例如：

（甲）所有的河北人都是中国人

所有的北平人都是河北人

所以所有的北平人都是中国人。

（乙）所有的日本人都是德国人

所有的东京人都是日本人

所以所有的东京人都是德国人。

以上两例的結論均对，但普通我們以为（甲）的結論为眞，而（乙）的結論为假。这里前提也有，推論也有，結論也有，可是前提与結論都写出来了，而推論沒有写出来。（甲）（乙）两例有两套前提，可是它們只有一种推論。在日常生活中，前提不是推論，它們是两件事。普通所謂"合乎邏輯"不是說前提一定眞，或結論一定眞，是說推論对。推論对就"合乎邏輯"，不对就"不合乎邏輯"。所謂邏輯不談眞假，而談对与不对者在此。

b. 在邏輯系統里的情形与日常生活中的情形有时不一样。此处所謂邏輯系統是自足的系統，不自足的系統的情形另外。在自足的邏輯系統中，基本命題可以既是前提又是推論方式。有时我們可以分清楚，基本命題之中，某一命題为前提，某一命題为推論方式，有时不能，或不容易。例如 P.M.（1910 版）的基本命題中有"$\vdash$"符号者似乎可以說是前提，无"$\vdash$"符号者似乎是推論的方式。它們的分别可以說是很清楚。但以后应用起来，系統的前提也可以成为推論的方式。例如 1·2 $\vdash : p \vee p . \supset . p$；这是一个基本命題，可以說是 P.M. 的前提之一。但以后証例之中有把 $\sim p$ 代表 p 的办法，因得以下的命題"$\vdash : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$"。此办法之所以說得通者，因为"$p \vee p . \supset . p$"是一普遍的命題，"p"既代表任何命題，它当然可以代表"$\sim p$"。"$\sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$"不过是"$p \vee p . \supset . p$"的例而已。这样一来，前提变成了一推論的方式，只要承认此方式，在此

方式之下的例也就不得不承认了。所以 P.M. 的基本命題既是前提又是推論的方式，前提与推論的方式变成一件事了。

c. 其所以有以上情形者就是因为 P.M. 是自足的系統。不自足的系統，可以仅有前提而无推論方式，因为不自足的邏輯系統可以假設一个另外的邏輯系統供給它的推論方式。例如布尔的邏輯系統，它就沒有成文的推論方式。它假設另外的邏輯系統供給它所需用的推論方式。自足的邏輯系統則不然。它不仅要供給它本身的前提，也要供給它本身所要的推論方式。它既是自足的系統，它不能假設另外的邏輯系統供給它本身所需用的推論方式。同时在系統方面，我們虽然不能說所引用的工具愈少愈好，但总得要經济才行。为达到自足系統的目的起見，我們只能想法把一物两用。此所以基本命題之中有些既是前提又是推論的方式。

d. 系統的前提与普通辯論中的前提不同。邏輯系統中的前提与普通系統中的前提也不同。普通辯論中的前提，大都是持之者信以为眞，究竟是眞是假，頗不易說。此眞假問題，有时在辯論范圍之內，有时在辯論范圍之外。这要看辯論者所注重的是事实还是理論，是知識还是邏輯。演繹系統的前提持之者虽大都信以为眞，而不必信以为眞，至少他不必信他能証明或証实其为眞。他所注重的是由他的系統所承认的前提所推出来的命題彼此关联一系統；能应用固好，不能应用，而系統之为系統，仍有它的立場。邏輯系統的前提又与普通演繹系統的前提不同。邏輯系統所要表示的是“必然”，它的前提最好也要是表示“必然”的命題。此处說“最好”者，因为此目的究竟能够完全达到与否，頗不敢說。无論如何，在 P.M. 的基本命題中，前此已經說过，有“⊢”符号的命題都是“必然”的命題。由此种“必然”的前提，根据“必然”的推論，我們可以得“必然”的結論。邏輯系統中的非基本命題的命題都是由基本命題，用合法的方法，而产生的命題。如果这些命題既都是“必然”的

命題，这些結論的前提也得要是"必然"的命題。

e. 推論不是推論方式的結論。結論是由前提遵推論的方式，而得到的命題。結論是所得到的命題，不是得到那命題的程序。結論可以是普通的或特殊的命題。推論总是特殊的，同时也不是命題，而是一种"动作"。前此已經討論过"蘊涵"与"所以"的分別。"蘊涵"可以成一串无量的练子，而"所以"可以說是打断那一串练子的动作。在任何一由前提到結論的程序中，每一推論都是引用推論方式的一个特殊表現。我們不能有引用推論方式的普遍方式，因为如果有那种普遍方式，它就是推論方式。那就是說这种普遍的引用方式与在此方式之下的引用动作，二者之間有推論方式与推論动作之間的同样的問題。推論方式与推論动作二者之間其关系是直接的，无媒介的，間断的。这种間断情形似乎无法消灭。我們要弄出一引用推論方式的普遍方式，无非是想把这間断的情形消灭下去，但这种引用推論方式的普遍方式与在此方式之下的引用动作二者之間，其关系仍是直接的，无媒介的，間断的。既然如此，与其想方設法消灭这种間断的情形，而終于失敗；不如直截了当的承认此間断的情形。

f. 玆将"⟶"表示无間断的蘊涵关系，以"$\downarrow$"表示有間断的推論，我們可以有以下的表示：

$$\vdash \cdot p \rightarrow q$$

$$\vdash \cdot p$$

$$\downarrow$$

$$\vdash \cdot q$$

在演繹方面，我們由 p 而得 q 的結論，既要"⟶"，也要"$\downarrow$"。若仅有"⟶"，q 不是結論；仅有"$\downarrow$"，q 也不是結論。玆用以下二例表示一命題的两种用法。

甲, (1) $\vdash : p \vee p . \supset . p$

(2) $\vdash :. p \vee p . \supset . p : \overrightarrow{\supset} \quad p \supset p$

(3) $\vdash . p \supset p$

(4) $\vdash : p \supset p \overrightarrow{\supset \sim} p \supset \sim p$

(5) $\vdash : \sim p \supset \sim p$

(6) $\vdash :. \sim p \supset \sim p . \overrightarrow{\supset :} \sim p \supset \sim p . \overrightarrow{\supset .} \sim p \supset \sim p . \sim p \supset \sim p$

(7) $\vdash : \sim p \supset \sim p . \sim p \supset \sim p$

(8) $\vdash :. \sim p \supset \sim p . \sim p \supset \sim p . \overrightarrow{\supset} : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$

(9) $\vdash : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$

乙, (1) $\vdash : p \vee p . \supset . p$

$[\quad \sim p \quad p]$

(2) $\vdash : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p$

甲例中的第(1)命題即乙例中的第(1)命題，可是此命題在甲例中是前提，而在乙例中不是前提。甲例中的第(9)命題即乙例中的第(2)命題，可是此命題在甲例中是結論，而在乙例中不是結論。P.M.中最初的推論是乙例的推論；如果只有乙例的推論，所得的命題就很有限了。除此以外，倘有甲例那样的推論。其所以說甲例那样的推論者，因为甲例在此处完全是例，不是 P.M. 系統中抄下来的；它把 P.M. 系統中成文的秩序变更，表示以乙例中的(1)命題为前提，用不同的推論方式，可以得乙例中的第二命題为結論。甲乙两例不过表示 $\vdash . p \vee p . \supset . p$ 这一基本命題可以用为前提，也可以用为推論的方式。

3. 基本命題的条件。基本命題的条件大都有三：a, 够用，b, 独立，c, 一致。这三个条件前此已經提及。現在稍微詳細一点地說

說。基本命題之能滿足此三条件与否，似乎只能表示或証实而不能証明。这个問題似乎是系統范圍之外的問題，而不是系統范圍之內的問題。我們似乎不能以一系統范圍之內的方法証明那一系統的基本命題滿足这三个条件。茲特分別提出，但討論从略。

a. 够用問題。够用与不够用的問題，当然要看一系統所要达到的目的是什么。所謂目的就是得到所要得到的命題。如果所要得到的命題都能发現于一系統之中，而一系統的命題又均是基本命題所推論出来的命題，則那一系統的基本命題为够用，反之則不够用。这差不多可以說特别地注重“量”的問題。

够用与不够用的問題非常之重要，但我們的答案似乎只能根据于实驗。我們似乎只能先用几个基本命題去試試，看它們够用不够用。如果够用，我們再求簡单，一致，对称……等等；如果不够用，我們只能想法子找出不够用的理由何在，加上所須要的基本命題。我們似乎沒有旁的方法表示基本命題的够用与否。同时如果基本命題不够用，系統就不包含所要包含的命題，那么，目的就沒有达到；目的旣未达到，則系統为失敗的系統，而基本命題沒有尽它們的職責。因此这問題的重要可以看見，一方面我們似乎沒有簡单的方法或可以知道基本命題的够用与否，另一方面，假設基本命題不够用，根据它們的那一整个的系統就是失敗的系統。

b. 独立問題。独立問題根本是一“簡单”問題。前此已經說过，所謂命題的独立者不过是命題彼此不相等或者彼此不相蘊涵而已。設在(甲)(乙)两基本命題之中，(甲)蘊涵(乙)，則(乙)用不着列为基本命題，因为它們可由(甲)推論出来。这当然就是使基本命題不要重复，而不要重复的結果就是簡单。

(一)簡单可以有两方面的解釋。一是基本思想与基本命題的数目方面的簡单。从这一方面着想，数目愈小愈簡单。一是从証明的历程方面着想。从这一方面着想，基本思想与基本命題的数

目小的时候，証明的历程或者反因之复杂。这两方面的簡单虽不必冲突而有时事实上免不了冲突。設有冲突的情形，为双方并顾起見，我們似乎可以說基本思想与基本命題的数目以小到証明的历程不因之而复杂的程度为限。

（二）命題的独立与否，也不是証明的問題，而是表示或証实的問題。这个問題比够用与不够用的問題似乎簡单，因为它似乎有一种已經承认的方法。此方法即利用各种不同的事实以之为基本命題之解釋。設有五个基本命題，如以一种事实上的解釋，第一命題能說得通，或是眞的，而其余四个命題都是假的，則第一命題对于其余四个命題为独立。分別引用同样方法于其余四命題，我們可以分別地表示其余的命題是否独立。独立与否的問題既是一表示的問題而不是証明的問題，或者等到系統发展到相当程度的时候，我們有时不免发現前此所认为独立的命題并不独立。

c. 一致問題。表示命題的独立与否的那一办法，似乎假設事实的全体不能容納于一个整个系統范圍之內。表示命題的一致与否，似乎又假設事实无矛盾。关于一致，理論与事实的分別似乎极其重要。这一条件的滿足与否也不是系統范圍之內的問題。我們不能以系統之內的方法証明基本命題的一致，結果也就是以系統范圍之外的方法表示它們一致。

（一）何以不能用系統范圍之內的方法呢？所謂一致者即无矛盾，空泛一点的說，即无冲突。如果我們要証明一系統一致，就是要証明那一系統沒有矛盾。这件事似乎办不到。要証明一系統沒有矛盾，实在是証明一系統，即无量地推进，亦不至于有矛盾。在自足的邏輯系統，那一系統之外的証明方法与那一系統不相干，而那一系統內的証明方法也只能表示那一系統发展到某种程度的时候沒有矛盾，而不容易証明那一系統发展到任何程度亦不致于有矛盾。至少从前有这样的思想，現在是否如此，則不敢說。此問題

引出来的問題太大而且太多，此处不敢也不能提出討論。

（二）无論如何，基本命題之是否一致，不能在系統发展以后才表示。在系統未发展以前既要表示，自然不能引那一系統的証明方法去証明它的基本命題一致。結果我們还是利用系統之外的方法表示。普通引用的方法似乎是拿出系統通式的基本命題通式，加以事实方面的解釋，如果在事实上照这个解釋，基本命題都是眞的，則这些基本命題是一致的。

关于独立那一条件，我們所用的办法，假設事实的全体不能容納于一系統范圍之內；对于一致这一条件，我們所用的办法，假設事实无不融洽。这两假設是否說得过去，在邏輯系統范圍之內可以不理。且前一假設影响于知識論，后一假設似乎是各种科学所必具的假設。

以上三条件是大家认为基本命題所要滿足的条件，而此三条件之滿足与否，似乎都只能以系統以外的方法表示而不能以系統之內的方法証明。